VOL. X - N. 1-2 GENNAIO-APRILE 1957

ANNALI
DI
GEOFISICA

RIVISTA DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA

Fondata da ANTONINO LO SURDO

ROMA

ANNALI DI GEOFISICA

SOTTO GLI AUSPICI DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE

PUBBLICAZIONE TRIMESTRALE

SOMMARIO

Direttore: Prof. ENRICO MEDI
Responsabile: Prof. *Pietro Caloi*

CONDIZIONI DI ABBONAMENTO

Vedere le avvertenze a pag. 3 della copertina

ANNALI DI GEOFISICA

Vol. X - 1957

INDICE GENERALE

INDICE DEGLI AUTORI

On *Lg* as read in North American records (*)

I. LEHMANN

Important studies of surface waves of earthquakes carried out in recent years, for the greater part by M. Ewing, F. Press and other workers of the Lamont Geological Observatory, Palisades, New York, have led to remarkable advances in the understanding of these waves. Dispersion as observed is now found to be concordant with the dispersion derived theoretically, and new important phases have been recognized.

Propagation over oceanic paths has long been known to differ distinctly from propagation over continental paths. In recent years the structure of the bottom of the deep ocean has been determined in various places by means of refraction measurements and with approximately the same results everywhere. When these results were used and the water layer taken to be active in Rayleigh wave propagation, dispersion curves could be calculated to which the dispersion as observed had a very good fit. The long duration of the Rayleigh wave train, extending to group velocities smaller than the velocity of sound in water, could now be explained. Theory predicted the presence of an Airy phase which was actually found in the records. Another oceanic phase, the T phase, was also discovered.

In the continental trains of surface waves two new phases were also found. These are the *Lg* and the *Rg* phases appearing in the Love wave train and the Rayleigh wave train respectively (Press and Ewing 1952). While the T phase which develops in the ocean may travel part of its way in continental structure the *Lg* and *Rg* phases are exclusively continental and are absent when a deep ocean path intervenes. Therefore the short-period *Lg* phase which is often quite conspicuous and more easily identified than *Rg* can be used to distinguish between continental and oceanic structure in water covered areas (see Oliver et al. 1955). Thus the discovery af the phase has provided an important tool for the exploration of the crust.

The period of *Lg* is usually from ½ sec. to 6 sec. and the phase was first discovered

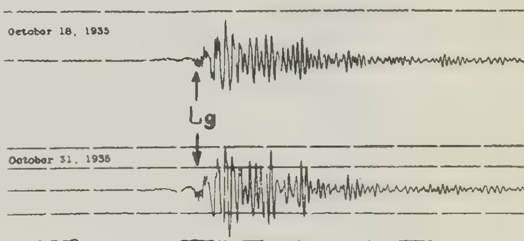


Fig. 1. – Pasadena records of Helena earthquakes, October 1935

in the records of special Palisades instruments having particularly good response in this range. *Lg* was quite often the largest phase in the records and therefore very conspicuous. But, once discovered, the phase was found to be present in the records of other instruments, also the long-period ones. Here the short-period *Lg* waves have smaller amplitude, but at small and moderate distances they arrive at the time when the long-period Love waves are about to rise to maximum amplitude so that the combined phase has great prominence. In fig. 1 are seen the Pasadena linear strain records of the Helena earthquakes of Octo-

(*) Lamont Geological Observatory Contribution No. 222.

ber 19, and 31, 1935. The epicentral distance is 13°.2.

Press and Ewing read the onset of *Lg* in about 40 Northamerican records, most of them Palisades records, and found the velocity 3.51 ± 0.07 km/sec. This is close to the S velocity in the upper part of the crust and since the motion is mainly transverse although it has also longitudinal and vertical components it is likely to be produced by *S* waves confined to the upper crust. The mechanism is not yet fully understood, but as was immediately noticed by Press and Ewing, the combined *Lg* and Love wave phase resembles the records obtained of explosions in shallow water and therefore is likely to be explainable in a similar way. The explosion results are described in the work: " Propagation of Sound in the Ocean " (Ewing, Worzel and Pekeris, 1948) which may be considered an introduction to the Palisades investigations of surface waves. Some of the pertinent results will be described briefly.

Fig. 2 shows the record of a shot fired on the bottom of water 60 feet deep. There are 7 channels fed from 3 pick-ups and with the imputs magnified and filtered in such a way that high and low frequency response of varying intensity is obtained. What is seen to happen is this: first low frequency ground waves arrive and after an interval of time a high frequency wave sets in abruptly. It has the velocity of sound in water and is termed the water wave. Ewing observed that it had inverse dispersion, i. e. its frequency decreased with time. This is seen more clearly in fig. 3.

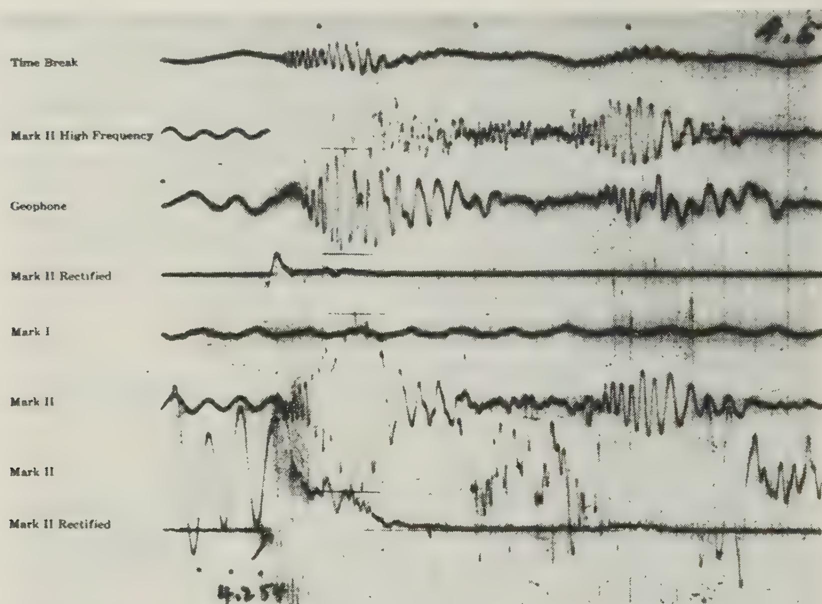


Fig. 2. – Dispersion in water wave and rider wave

Pekeris in the second part of the work mentioned works out the complete theory of the propagation of sound set up in a liquid layer resting on a liquid bottom in which the velocity of sound is greater. Waves will be guided through the upper layer by multiple reflections at the surface and at the bottom, setting up at the same time waves in the bottom. Ewing and Worzel determined the wave velocity in the bottom

— or bottom layers — by the usual refraction methods and Pekeris, using their results, was capable of predicting the events actually found to take place. Working out the dispersion in the ground and water waves on his theory he found agreement with observation. He found also that the water wave would arrive riding on a ground wave, the rider wave, and that the frequency of the rider wave increased while that of the water wave decreased until they had the same frequency, the Airy frequency, which remained constant. The amplitude reached its maximum during the process and in the Airy phase decreased. The rider wave and Airy frequencies as well as the cut off frequency of the first arriving ground wave all depend on the depth of water and the velocity in the bottom and, when known, aid in the determination of these quantities.

Fig. 4 shows Pekeris' model dispersion curve. One branch represents the dispersion curve of the ground wave. Frequency increases with decreasing group velocity. The other branch is that of the water wave, indicating inverse dispersion. At the lowest point corresponding to the smallest group velocity we have the Airy frequency. The rider frequency is the frequency of the low frequency branch corresponding to the frequency of the first arriving water wave.

Comparing figs. 1 and 2 we see that there is a similarity in the records in as much as we have high frequency waves arriving riding on low frequency waves the frequency of which increases while the amplitude reaches a maximum. As to the possible decrease of frequency in the high frequency *Lg* wave it would not be observable in this record where the time scale is too narrow. But, actually, the analogy is not complete. The *Lg* train of waves does not combine with the Love wave in the way in which the water wave combines with the ground wave but is often seen to continue as a short-period wave while the Love waves rise to a maximum and fall off.

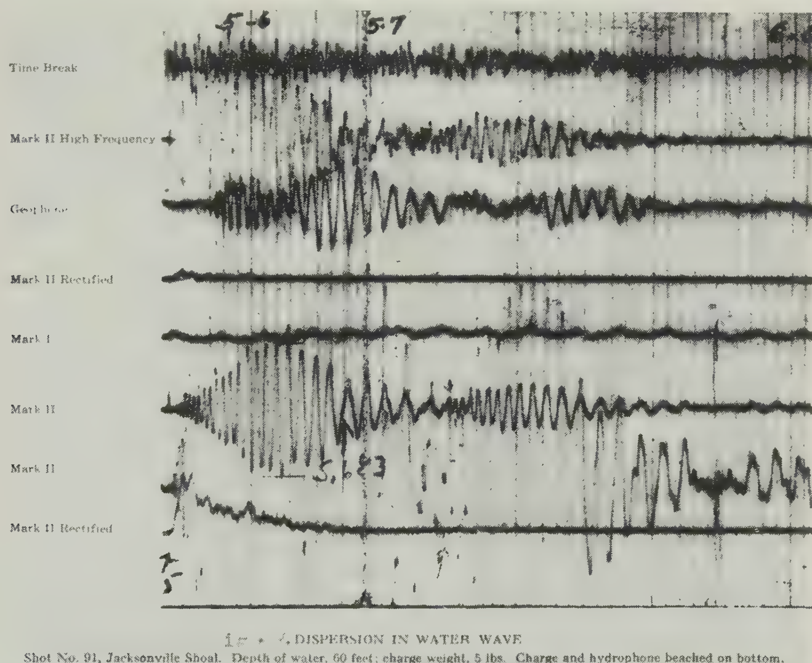


Fig. 3. – Dispersion in water wave

There is, nevertheless, no doubt that *Lg* is guided along some kind of channel in the crust, and a very effective channel, since

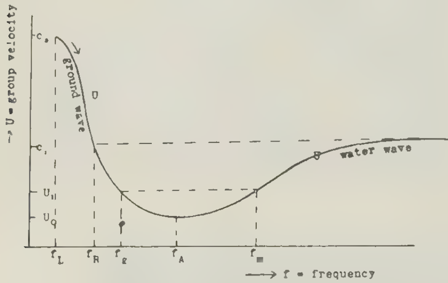


Fig. 4. – Dispersion curve (Pekeris, 1948, p. 5)

the phase is known to have been observed at epicentral distances up to about 80°. The channel is not likely to be provided by the entire crust down to the Mohorovicic discontinuity, partly because the coupling with the Love wave is not complete, partly because its velocity indicates that it is confined to the upper part of the crust. No sharp discontinuity seems to exist within the crust, at least not in Northeastern America, wherefore *Lg* is not likely to be set up by normal mode propagation in a channel having definite boundaries. But other wave guide actions have been considered. There is the SOFAR channel in the deep ocean discovered by Ewing and Worzel and described and explained by them in the third part of " Propagation of Sound in the Ocean ". Here a highly efficient wave guide is effected by velocity gradients above as well as below the axis of the channel. The oceanic T wave seems to be guided in a similar way. Wave guide action may also be set up in a channel having a discontinuity surface for one of its boundaries while the other boundary is provided by a velocity gradient. *Lg* may possibly be *S* waves reflected at the surface of the Earth and refracted at some depth in the crust. The problem of the mechanism of *Lg* has been considered by Båth (1954) and Gutenberg (1955).

To achieve a better understanding of the nature of *Lg* it would be highly important to have the complex wave motion analysed in a way similar to that in which the wave motion is analysed in the explosion experiments, but very few observatories have instruments of sufficiently varied response. The Palisades observatory, however, posses-

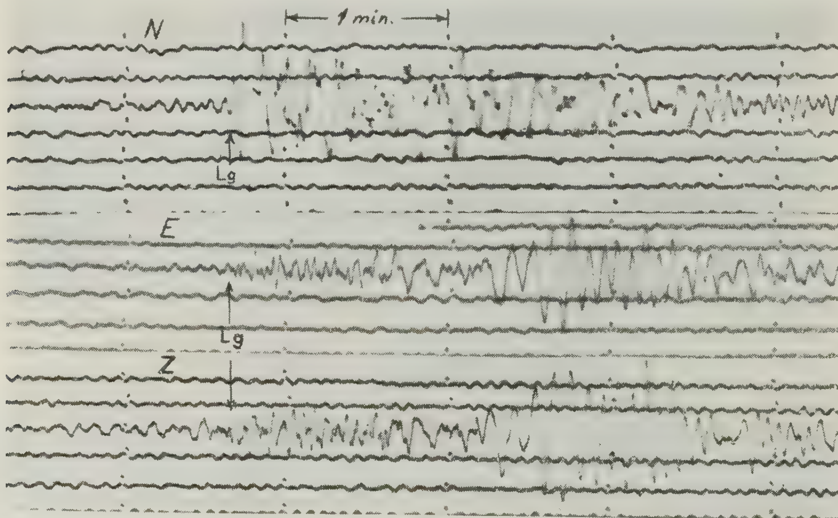


Fig. 5. – Palisades long-period records of Oklahoma earthquake

ses a variety of instruments in the records of which a study of the components of the wave motion can be made. It has three components long-period instruments with a response similar to that of the Galitzin-Wilip; the three component electronic seismograph (pendulum period 12^s) previously mentioned with particularly good response to waves of period less than 5 sec.; three-component Benioff short- and long-period seismographs and a vertical electronic seismograph with pendulum period 1 sec. Since 1952 it has had in addition a vertical seismograph with pendulum period 10 sec. and galvanometer period 75 sec. and since 1953 two horizontals to match it.

In the Oklahoma earthquake of April 9, 1952 *Lg* was very well recorded on the various Palisades instruments at an epicentral distance of 19°.6. The epicentre being practically due west of Palisades, the east-west component instruments recorded longitudinal motion, the north-south components transverse motion. This is apparent in the long-period records of fig. 5. On the north- south component record marked *N* the first arriving surface waves are rather large Love waves of long period on which the short-period *Lg* waves are superposed. On the *E* and *Z* records the long-period waves are lacking, but the short-period *Lg* waves are clearly present. Later long-period waves, evidently Rayleigh waves, arrive on *E* and *Z*; the two wave trains are remarkably similar.

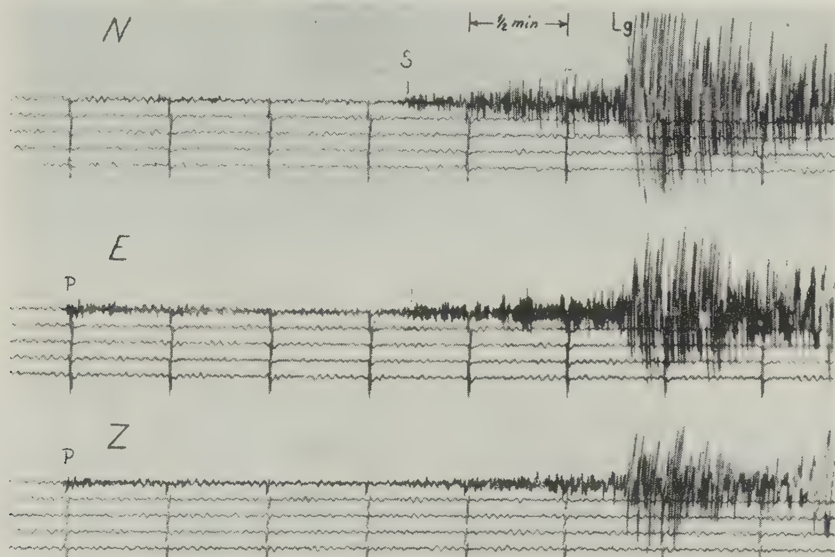


Fig. 6. – Oklahoma earthquake recorded at Palisades on 12^s electronic seismograph.

The records of the 12 sec. electronic seismograph present an entirely different picture (see fig. 6). Here the short-period *Lg* waves are very large and form a large group of waves in each record while the long-period Love waves are absent. *Lg* is largest on the *N* record, the transverse component, but also very large on the other two. The motion was too strong for the pens to record it distinctly and periods cannot be measured, but they are seen to be short.

The Benioff short- and long-period seismographs also record strong *Lg* with impulsive beginnings. On the short-period *N* record the movement is too strong to be readable. The 1^s electronic seismograph has a large but nevertheless distinct record of *Lg* (see fig. 7). Here the period is seen to vary between 1^s and $\frac{1}{2}^s$. Dispersion is

not discernible in this record and short-period movement persists all during the long-period Love wave phase and longer. The *Lg* velocity as determined from the Palisades records is 3.59 km/sec.

much larger than at Pasadena. The dominant period at Palisades is 1^s, the maximum amplitude about 30 mm. while at Pasadena the period is about 2^s and the maximum amplitude 6 mm. The magnification of the

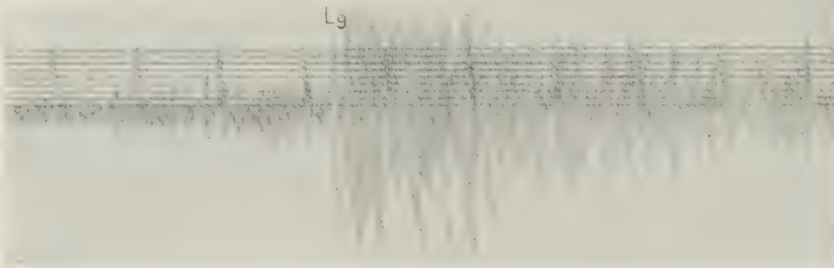


Fig. 7. – Oklahoma earthquake recorded at Palisades on 1^s electronic seismograph

Pasadena also recorded the *Lg* of the Oklahoma earthquake. The epicentral distance is 16°.8 and thus smaller than that of Palisades. The instrumentation is different, the only similar instruments being the short-period Benioff vertical seismographs. There are three-component long-period Benioff seismographs at both stations, but at Pasadena the galvanometer period is 90 sec. while at Palisades it is 75 sec. All the

Benioff seismograph is much greater for waves of period 1^s than for waves of period 2^s, so much so that the ground amplitudes were approximately equal if the instruments were similarly adjusted. But the energies of the wave trains being approximately in the inverse proportion of the squares of the periods when the amplitudes are equal, the energy of *Lg* would then have been far greater at Palisades than at the nearer

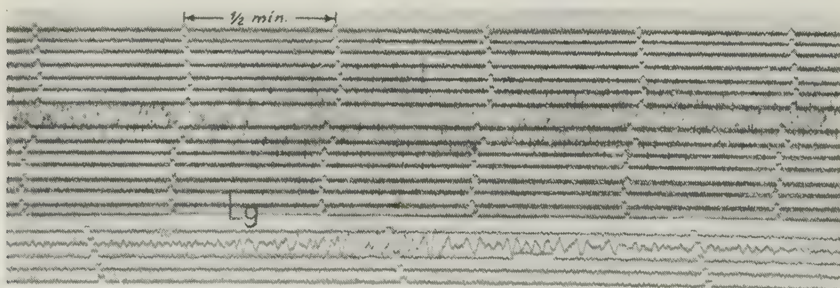


Fig. 8. – Oklahoma earthquake recorded at Palisades and at Pasadena on short-period Benioff vertical seismographs

Benioff records of Lg are much smaller at Pasadena than at Palisades. The two short-period vertical records are seen in fig. 8. They differ greatly, the period of the Palisades *Lg* being shorter and the amplitudes

Pasadena station. It is not known whether the adjustment of the instruments actually is the same, so no definite conclusion can be reached, but it does not seem unreasonable to suppose that the movement was damped

in passing the mountain chains on its way to Pasadena. *Lg* of the Oklahoma earthquake is known to have been strong, not only at Palisades, but also at other stations in Northeastern America, and there are other indications of *Lg* being particularly well transmitted there. This may bear relation to the fact that the areas over which many of the shocks of Northeastern America are felt are large relative to their epicentral intensity (see e. g. Lehmann 1955).

The Pasadena long-period records are seen in fig. 9. In the N record, the transverse component, the short-period *Lg* waves are superposed on the long-period Love waves, but they are not much larger than in the *E* record; their onset, however, is more distinct. The phase builds up gradually and is read later in the longitudinal and vertical records. The Pasadena standard torsion seismometers also recorded *Lg* as seen in fig. 10. Using the earliest onset in the Pasadena records we find the velocity 3.58 km/sec.

Lg was clearly recorded at the other stations in Southern California, but the first waves were small and the onsets not very distinct. Velocities as calculated ranged from 3.49 to 3.53 km/sec.

In a number of records of the Oklahoma earthquake collected at Saint Louis for a special study *Lg* was found to be a very well recorded phase. Velocities as determined for Harvard and Pittsburgh were 3.58 and 3.57 km/sec respectively.

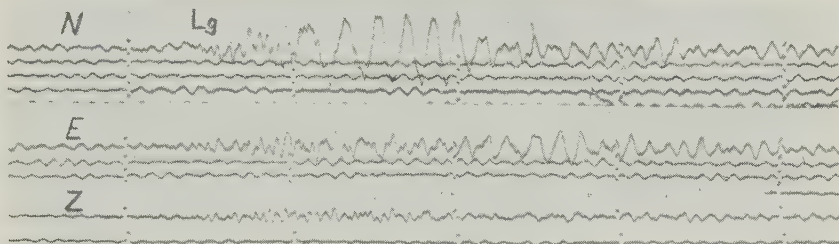


Fig. 9. – Pasadena long-period Benioff records of Oklahoma earthquake

In the large southern California earthquake of July 21, 1952, the Arvin-Tehachapi shock, *Lg* was very well recorded at many stations. Gutenberg (1955) finds the velocity 3.58 ± 0.02 km/sec. At Palisades, at an epicentral distance of 35°.7 the movement was still very strong, too strong indeed to be well recorded by instruments of all types. The 12 sec. electronic instrument had very large records. In the *N* record large swings of varying period continued from *S* onwards. *Lg* was taken to be the group of waves of period of about 3½ sec. marked by the second arrow in fig. 11. The period of the movement immediately preceding it is about 12 sec. The first arrow marks a group of waves of relatively short period, 5-6 sec. with surface velocity 3.9 km/sec. Sometimes in strong European

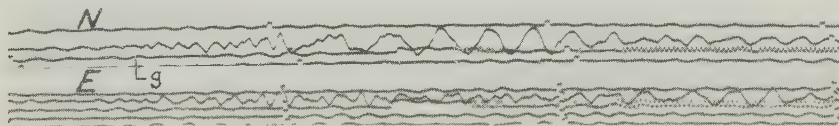


Fig. 10. – Pasadena torsion seismometer records of Oklahoma earthquake

earthquakes similar wave-groups with about the same velocity have been observed. Since the period of *Lg* in this case is relatively long, the amplitudes of the short-period Benioff records are not excessively large. It possibly corresponds to the early short-period waves of the main shock.

In these few examples we have seen that the period of *Lg* is not always the same and that one and the same shock may produce *Lg* waves of different period in different localities; the period, therefore, evidently depends on the path. The nature of the onsets was also found to differ, those of the Oklahoma *Lg* being much larger and sharper at Palisades than in Southern California. It would be of interest to study more closely how the character of *Lg* depends on the various factors which determine it.

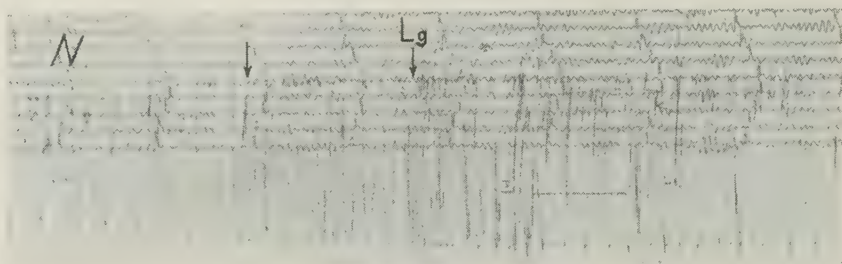


Fig. 11. – California earthquake of July 21, 1952 recorded at Palisades on 12^s electronic seismograph.

Fig. 12 shows the very clear Benioff short-period *N* record. The velocity as determined from this record is 3.59 km/sec. The onsets are a little later on the *E* and *Z* records.

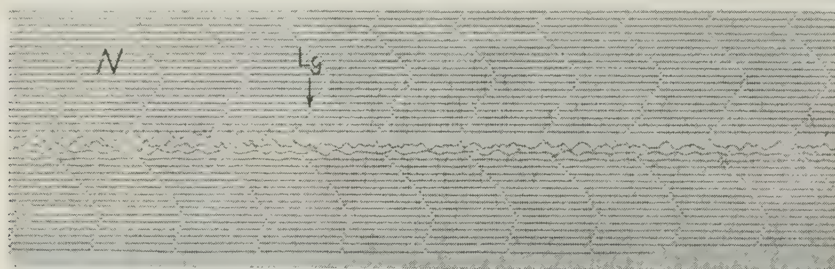


Fig. 12. – Palisades short-period Benioff record of California earthquake of July 21, 1952.

In the two large aftershocks of July 23. *Lg* was also recorded, but in most of the Palisades records the onsets were not so clear because *Lg* was preceded by movement similar to it. In the record of the 10^s,75^s vertical seismograph (fig. 13) *Lg* seems to arrive at the second arrow with the velocity 3.60 km/sec.; it is seen to ride on Rayleigh waves of long period. The first arrow marks the arrival of a group of small waves of period 6^s having the velocity 3.97 km/sec.

* * *

During a stay at the Lamont Geological Observatory I was given the opportunity to study *Lg* in the records collected there of four North American earthquakes. The

object was to see whether *Lg* could be distinguished in the various records, most of them from instruments the response of which to the short-period *Lg* waves was not particularly good, and, if so, to determine the velocity. While *Lg* was found to be clearly present in most of the records, the determination of the velocity of *Lg* met with some difficulty. The results first arrived at (Lehmann 1953) have here been modified.

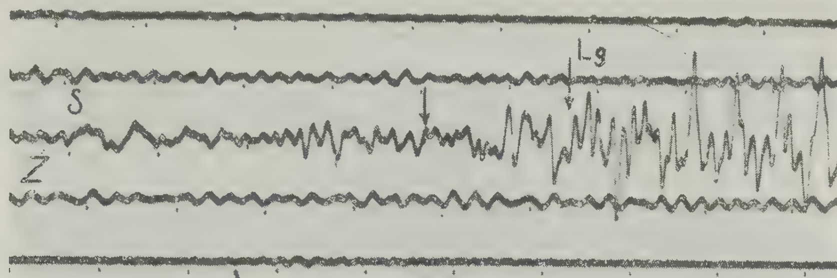


Fig. 13. – California earthquake, of July 23, 1952 recorded at Palisades on 10^s, 75^s vertical seismograph.

The earthquakes were:

The Timiskaming earthquake of November 1, 1935

the St. Lawrence earthquake of October 19, 1939

the Helena earthquake of October 31, 1935

the Grand Banks earthquake of November 18, 1929.

Since the velocity of *Lg* was wanted the epicentres and times of occurrence of the earthquakes had to be known. They were all in The International Seismological Summary (I. S. S.) and also in the " Seismicity of the Earth " (Gutenberg and Richter 1949) but the two sets of values did not quite agree. Besides, depths of 60 km and 40 km were assigned to the Timiskaming and the St. Lawrence earthquakes respectively in the " Seismicity of the Earth " while in the I. S. S. all the earthquakes were taken to be normal. This latter point required attention, for it is of importance for the understanding of the nature of *Lg* to find out whether earthquakes deeper than normal are capable of producing such strong *Lg* waves as those found to be recorded in these two earthquakes. A redetermination of their epicentres and depths was therefore attempted. In the course of the ensuing study it was found that the *P* and *S* travel times for small distances of these and other Northeastern American earthquakes differed from those of current tables but agreed with those found in explosion work and in the most recent studies of European earthquake travel times for *P* (Lehmann, 1955. For other references see this publication). Trial time-tables were therefore constructed and epicentres and times of occurrence adapted to them. There was then no longer any indication of depth greater than normal. The times of occurrence and epicentres adopted were:

Nov. 1,1935	6:03:35	46°.8 N	79°.1 W
Oct. 19,1939	11:53:56	47°.8 N	70°.0 W

We shall consider first *Lg* as recorded in these two earthquakes.

There were several good records available of the Timiskaming earthquake for epicentral distances from 2° to 13° and some for greater distances. Except at the smallest distances *P* is rather small, but it is clearly marked; *S* is much larger. Two distinct groups of surface waves were very well recorded at several stations, but at some the trace was too faint or had vanished because the movement was too strong. The

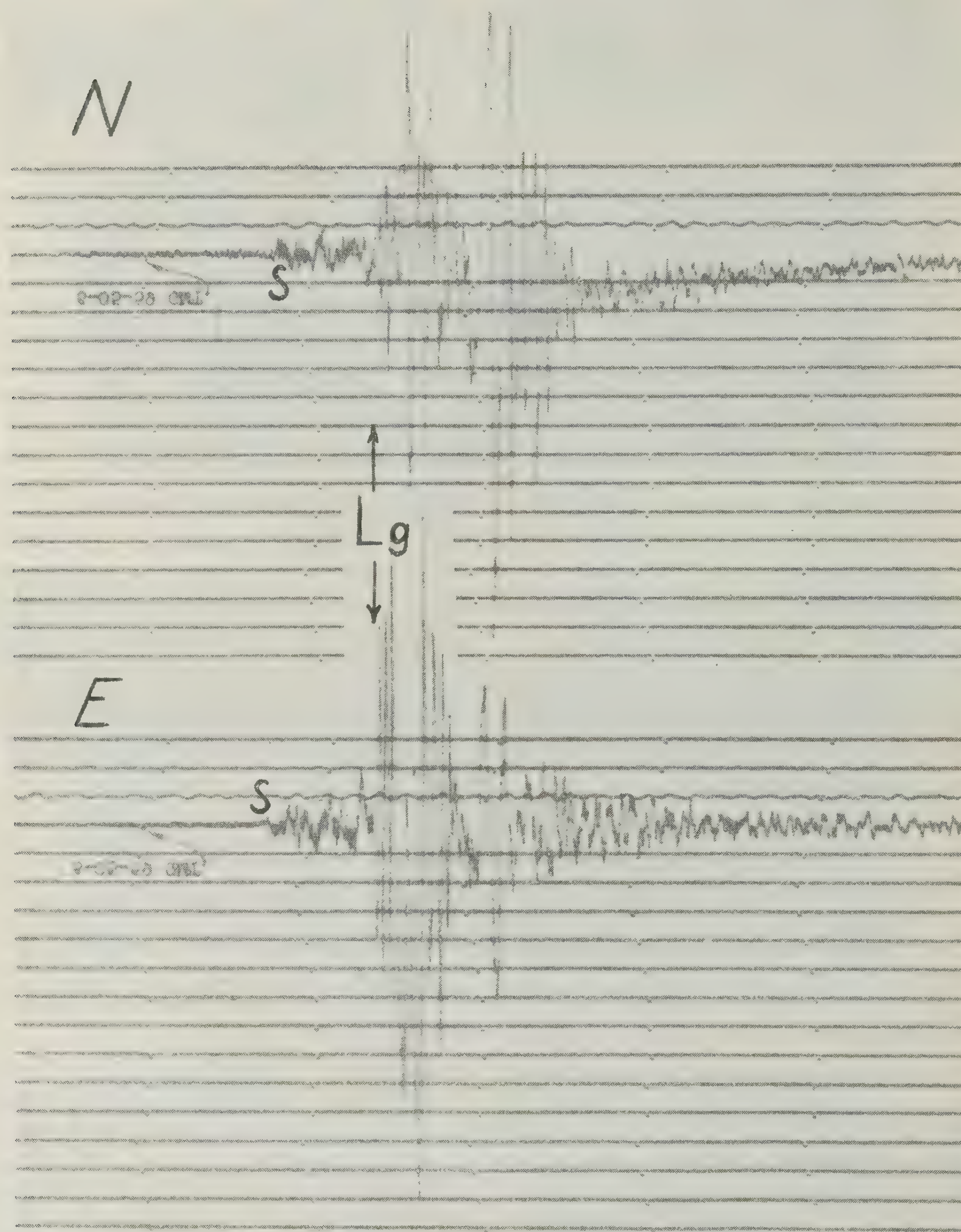


Fig. 14. – Philadelphia records of Timiskaming earthquake

Philadelphia record of fig. 14 was obtained at an epicentral distance of 7°.2. S is seen to be rather large and have a sharp onset. Subsequent to S the movement is somewhat irregular, but a little more than ½ min. after S large swings of period of about 2 sec. set in abruptly, and this is where Lg is assumed to have begun. The waves are lar-

ger on the *E* component record than on the *N* component, so, since the epicentre is NNW of Philadelphia, they are mainly transverse. Long-period waves, undoubtedly Love waves, are also present, but it is uncertain where they begin. The complex motion of the group subsides quickly so as to allow the second group, the Rayleigh wave group, to be clearly recorded. The period of the waves of this group is at first about 10^s, but it quickly decreases to 5^s.

At small distances the amplitudes of the short-period *Lg* waves are large as in the Philadelphia records, but they decrease with distance until they appear as ripples on the underlying long-period Love waves as in the Bozeman records of fig. 15. The epicentral distance is 22°. Bozeman is west of the epicentre and here we have the two groups of surface waves even better separated than in the Philadelphia records. In the Bozeman *N* record the Love waves are very clear and the Rayleigh waves form a large and regular group of waves in the *E* record. Short-period *Lg* waves are superposed on the long-period Love waves in the *N* record; they are also present in the *E* record, and they are, perhaps, more conspicuous here where the long-period movement is smaller.

The onsets of *Lg* were read in all the records and the travel times tabulated in table 1. They were plotted against epicentral distance and a straight line drawn " through " the points. Its slope was 31.1 sec/degree which corresponds to the velocity 3.57 km/sec. In the table the residuals $O\text{-}C_1$ are against a line through the origin having this slope. There are 5 very large residuals. That of Columbia is possibly due to incorrect identification; there is a 29 sec. later onset which may be the true *Lg*. At Florissant and Saint Louis large movement sets in where the readings were made, but the subsequent trace being too faint to be readable, *Lg* may have been taken too early. At Tucson and Seattle the short-period *Lg* waves form small ripples on the long-period waves, and the earliest swings may have been lost. 3 stations have 2 readings. At Buffalo and Philadelphia the earlier readings are from more sensitive instruments than the later ones, and indeed from more sensitive instruments than most of the observations at hand. At Charlottesville the earlier reading is from the E component instrument, recording transverse motion.

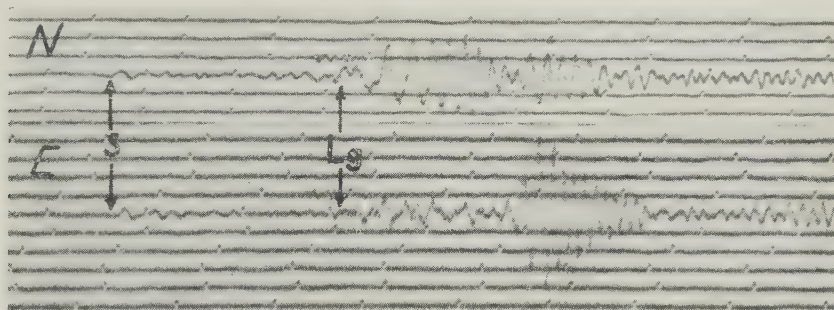


Fig. 15. – Bozeman records of Timiskaming earthquake

The 5 observations having very large residuals were neglected, and so were the early readings at Philadelphia and Buffalo and the late reading at Charlottesville. The remaining travel times were smoothed on a straight line by the method of least squares. The resulting line had a slightly greater slope than the one first found and it had its point of intercept below the origin. This could possibly indicate that the actual time of occurrence of the earthquake was earlier than the time adopted. This time was found by fitting the transmission times of P for small distances to the linear expression $7^s.37 + \Delta^\circ \times 13.58$ sec/degree (see Lehmann,

Table 1

1935, November 1, 6:03:35 46°.8 N 79°.1 W

Station	Δ	Az.	Lg	O-C	O-C	vel.
	°	°	m s	s	s	km/sec
Buffalo	3.9	177	1 51	–10		3.90
			59	– 2	– 1	3.64
Ithaca	4.8	155	2 26	– 3	– 2	3.65
Ann Arbor	5.6	218	2.9	0	1	3.58
Philadelphia	7.4	155	3 39	–11		3.75
			45	– 5	– 3	3.65
Chicago Loyola	7.9	234	4 10	4	6	3.51
Chicago Univ.	7.9	234	4 12	6	8	3.48
Charlottesville	8.8	176	4 27	– 7	– 4	3.66
			36	2		3.54
Halifax	11.1	95	5 39	– 6	– 3	3.64
Florissant	11.5	229	5 30	–28		
Saint Louis	11.6	229	5 45	–16		
Columbia	12.9	187	6 10	–31		
Saskatoon	18.6	297	9 34	– 4	0	3.60
Bozeman	22.0	280	11 27	3	8	3.56
Tucson	28.2	251	14 58	21		
Seattle	29.1	279	15 25	20		
Tinemaha	30.4	273	15 45	0	7	3.57
Sitka	35.2	309	18 18	3	12	3.56

Table 2

1939, October 19, 11:53:56 47°.8 N 70°.0 W

Station	Δ	Az.	Lg	O-C	vel.
	°	°	m s	s	km/sec
East Machias	3.5	153	1 48	0	3.60
Ottawa	4.6	243	2 21	– 1	3.62
Weston	5.5	190	2 46	– 4	3.68
Halifax	5.5	125	3 04	14	3.32
Fordham	7.5	205	3.9	3	3.56
Philadelphia	8.7	207	4 15	–13	3.79
Georgetown	10.3	213	5 19	1	3.59
Cleveland	10.4	236	5 11	–10	3.72
Cincinnati	13.6	236	6 55	– 5	3.64
Chicago Loyola	13.8	252	7 07	1	3.59
Columbia	16.1	215	8 32	15	3.49
Saint Louis	17.3	248	8 59	5	3.57
Lincoln	20.2	261	10 27	4	3.58
Bozeman	28.0	258	14 36	12	3.55
Tucson	34.5	260	17 59	15	3.55
Pasadena	38.2	268	20 11	33	3.50

1955, p. 353) but, while the observations clearly fitted a line of this slope, there was no way of ascertaining whether the constant term was correct for this earthquake. However, Hodgson's result for the same region being t(Pn) = $7^s.50 \pm 0^s.11 + \Delta$ km/(8.176 ± 0.013) km/sec (Hodgson, 1953, p. 146) our T_o probably is not far wrong. Since we cannot accept an *Lg* line having its point of intercept below the origin we neglect the observations for distances greater than 20° which may be late because the phase is small at these distances, and we then find by trial and error that the straight line of slope 30.85 sec/degree through the origin fits the remaining travel times fairly well. The residuals are the O-C_2 of table 1. The corresponding velocity is 3.60 km/sec, not very different from the one first found. The method of least squares was not applied since it does not necessarily yield the "best" result when the distribution of the residuals is not normal. The velocities as calculated from individual observations were tabulated. They are seen to vary a great deal, especially at small distances where a large residual affects the velocity more than at greater distances.

Instruments such as the Palisades electronic instruments having an exceptionally good response to the short-period *Lg* waves probably would have yielded more consistent readings than those here obtained. It has to be left to future studies to find with what accuracy the *Lg* velocity can be determined and whether, within the limits of accuracy, it is the same everywhere, independent of the path.

Hodgson in his rockburst studies is at a loss to explain the phase he calls S_1 (Hodgson, 1953, p. 160) as it appears in the records of his 5 " distant " stations, the nearest at a distance of 451 km, the most distant 942.7 km away. He mentions the possibility of its being *Lg* which, he thinks, would explain its erratic beginning and the nature of the phase. It appears as a group of short-period waves of rather large amplitude not readily explainable as being due to body waves. He hesitates to identify it with *Lg* because its velocity is higher than the average velocity 3.51 km/sec found by Press and Ewing (1952) from earthquake observations, but there seems to me to be no escape from the conclusion that it is a wave of the nature of *Lg*. Hodgson found the velocity 3.71 ± 0.08 km/sec, where 0.08 is the probable error, so it is not significantly higher than the velocity found for the Timiskaming earthquake.

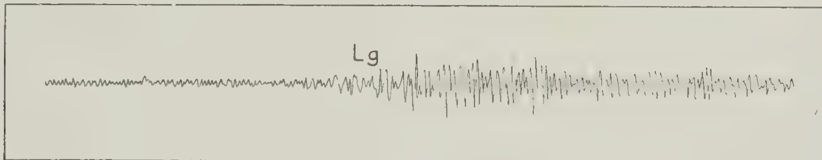


Fig. 16. – Tucson short-period record of St. Lawrence earthquake.

The St. Lawrence earthquake of Oct. 19, 1939 was much smaller than the Timiskaming earthquake. Only 4 stations at distances greater than 40° recorded *P*, and the forerunners were small also at the shorter distances. *Lg* is the largest phase in the records studied and at short distances its onset is sharp; some of the I. S. S. entrances are due to readings of this phase. The appearance of the records is peculiar, the period of the motion being unusually short throughout, in the forerunners and also in the surface waves. For this reason the trace is mostly faint and good reproductions not obtainable. Fig. 16 shows a tracing of the Tucson ($\Delta = 34°.5$) short-period vertical Benioff record. The phase is still quite large at this rather distant station. In all the records studied, also those of long-period instruments, the Rayleigh waves are small and not clearly separated from the first much larger group of surface waves.

The travel times of *Lg* are tabulated in table 2. The residuals are against $t(Lg) =$

$30.85 \times \Delta$ as taken for the Timiskaming earthquake. They scatter a great deal, but up to about 20° they have no apparent systematic trend. For greater distances the residuals are large and positive, possibly because small movement in the first part of the phase was lost. Actually, at Tucson, the phase is found to build up gradually. In fig. 16 the first part of *Lg* is not large, and there is a later increase. In another record there is a small beginning earlier than the one in this record. The velocities as calculated from individual observations were tabulated.

Lg was also recorded in the Helena earthquake of Oct. 31, 1935. It was read in the records of 10 observatories.

This earthquake was one of a swarm of earthquakes that began early in October 1935 (see Heck and Maughan, 1936). The largest shock, of magnitude 6¼, occurred on October 19; the one of October 31 had magnitude 6 (Gutenberg and Richter, 1949). The two shocks probably had the same focus, for their records were alike and their transmission times were equal or differed very little. The *P* and *S* transmission times tabulated in table 3 are mean values. The times are chiefly from the I. S. S., but some are from Gutenberg and Richter (1938) and a few are my own readings. When the difference of the times of the two shocks did not exceed 2^s, a × was affixed to the tabulated mean; if the difference exceeded 4^s, the mean was put in brackets. The suffixes 1 and 2 indicate that only readings of the first or the second shock respectively were available.

The two shocks were highly destructive in Helena, so the focus was evidently quite close to the city. F. Neumann (1937) determined the epicentre 46° 37' N, 111°58'W. For the I. S. S. the coordinates were rounded off to 46°.6N, 112°.0W, and this is the position here adopted. As Neumann points out, there is no way of determining the epicentre very accurately. There is only one near station, Bozeman; the next, Seattle, is 7° away, and the distribution in azimuth of the more distant stations is quite unsatisfactory. Neumann therefore based his determination on the records of the strong motion accelerograph operating in Helena from October 21. It had an automatic starter and was set working by the preliminary tremors of the large shock of October 31, but it did not record the onset of *P*. Once started it kept working for some time and therefore gave complete records of a number of aftershocks. These were found to have their epicentres from 3 to 6 km from the accelerograph and focal depths from 2 to 5 km. Because the small, completely recorded shocks, 10 in all, were so shallow it was concluded that the large shocks were also quite shallow. It seems questionable, however, whether this conclusion is warranted. There is nothing in the records to indicate that the shocks are exceptionally shallow; they look quite " normal ", and forerunners of both shocks were recorded out to an epicentral distance of 94°. Also, the macroseismic areas had great extent. Neumann (1937, pp. 43-46) accounts in some detail for the considerations on which the determination of the epicentre was based and ends by saying: " In view of the apparently wide spread of the aftershocks and the lack of precise information concerning the main shocks of the series an epicenter at 46° 37'N, 111° 58'W is adopted as representing as near as we know it, the central point of activity ". The Bozeman *Sg–Pg* was found to be $17^s.0$, and this corresponds closely to the distance from the adopted epicentre when the velocities of *Pg* and *Sg* are taken to be 5.5 km/sec and 3.2 km/sec respectively. The velocities are now believed to be higher, and the reading of *Sg* has evidently caused some difficulty, for different readings were reported later by Gutenberg and Richter (1938) and in the I. S. S. The Bozeman observation, therefore, cannot be said to give strong support to the determined epicentre. This however, is probably not far wrong.

We need also the times of occurrence, and the values obtained for them depend on the tables used. For the shock of October 31, Neumann has 18 : 37 : 47, Gutenberg and Richter 18 : 37 : 49, both values being derived from wave velocities at small distances no longer believed to be correct. I. S. S. has $T_o = 18:37:56$, but this is not supposed to be the time of occurrence. Taking $t(Pn) = 7^s.37 + \Delta^\circ \times 13.58$ sec/degree as for

Table 3

1935 October 19. 4 : 48 : 11

1935 October 31. 18 : 37 : 35

Station	Δ	Az.	P (mean)	O-C_1	O-C_2	S (mean)	O-C_1	O-C_2
	°	°	m s	s	s	m s	s	s
Bozeman	1.1	144	16×			37×		
Seattle	7.1	282	1 43_2		–1	3 (9)	5	9
Victoria	7.9	288	1 54_1		–1	3 17_2	–7	–3
Denver	8.5	141	2 8×		5	3 30	–9	–4
Tinemaha	10.6	208	31×		0			
Ukiah	11.1	232	38×		0	4 39×	–4	3
Haiwee	11.4	205	42×		0	5 3_1	13	19
Berkeley	11.6	224	45		0	(1)	6	13
Lick	11.7	221	48_1		2	4_2	6	13
Santa Clara	11.8	221	2 46_1		–2	8_1	8	15
Mt. Wilson	13.2	203	3 8×		1			
Riverside	13.2	200	7		0			
Pasadena	13.3	202	9×		1			
Santa Barbara	13.5	209	10_1		–1			
La Jolla	14.3	198	23×		1			
Tucson	14.4	176	19		–4	6 (10)	7	
Madison	16.4	94	48_2	1		6 55_2	5	
Florissant	17.7	108	3 57×	–5		7 16×	–3	
Sitka	17.7	315	4 (3)	–1		31×	12	
Saint Louis	17.9	109	3 58_1	–8		27_1	3	
Chicago	18.1	96	4 1×	–7		24×	–5	
Little Rock	19.0	122	(17)	–3		7 (50)	1	
Ann Arbor	20.6	92	34×	–3				
Cincinnati	21.4	100	4 43_1	–2		8 47_1	8	
Toronto	23.1	86	5 3×	1		9 12×	2	
Buffalo	23.7	94	8×	0		30×	9	
Ottawa	25.1	79	21	–1		(42)	–3	
Ithaca	25.5	85	28×	2		10 9	18	
Charlottesville	26.0	97						
Georgetown	26.6	95	34×	–2		5_1	–4	
Columbia	26.6	106				1_1	–8	
Vermont	27.1	80				15_2	–3	
Philadelphia	27.4	91	(45)	1		21×	–2	
Fordham	27.9	90	50_1	2		26_1	–5	
Harvard	28.9	82	5 53×	–4		49×	2	
Huancayo	67.0	140	10 48×	–3		19 33_1	–11	
Pulkovo	69.6	19				20 14_2	–1	
Stuttgart	72.1	36	11 21×	–1				
La Paz	74.2	136	(38)	4				
Vladivostok	74.3	316				21 9_2	1	
Granada	74.8	52	11 43_2	5				
Sverdlovsk	76.8	4				21 35_1	–1	
Chiufeng	83.6	325				22 49_2	2	
Grozny	88.3	16	12 43_2	–6				
Nanking	89.3	319				23 41_2	–1	
Tiflis	89.7	17	12 57_2	2		23 35_2	–11	
Tashkent	92.5	359	13 9_2	1		24 13_2	2	

the Timiskaming earthquake and fitting the Helena P transmission times for distances up to 14°.4 to it, we find for the T_o (= time of occurrence) of October 19, 4 : 48 : 11 and of October 31, 18 : 37 : 55. The resulting residuals are tabulated in table 3 under the heading $O\text{-}C_2$. They are very satisfactory, but there being no Pn observations for distances smaller than 7°, we do not know whether our straight line would fit also at the smallest distances. Actually the observations at hand fit the Jeffreys-Bullen tables just as well, but T_o has then to be taken 5^s earlier. Bozeman has probably recorded Pg. Taking the velocity of this wave to be 6.2 km/sec, the observation as quoted is about 4^s early and T_o should have to be taken 4^s earlier to fit it. However, neither the position of the epicentre nor the Bozeman observation is likely to be quite correct. We shall, therefore, leave our $T_o s$ as determined above, but have to admit that the uncertainty is considerable.

Although it is somewhat outside the scope of the present investigation we shall consider also the travel times of P for greater distances and the travel times of S. In table 3 the P residuals for distances greater than 16° are against the Jeffreys-Bullen (J-B) travel times for a surface focus minus 6^s, and so are all the S residuals headed $O\text{-}C_1$, whereas the $O\text{–}C_2$ are against the S times determined from $t(S) = 10^s + \Delta^\circ \times 24.0$ sec/degree found to fit the travel times up to 14° in Northeastern America. For small distances neither the one nor the other of the two sets of S residuals are at all satisfactory. For greater distances the P times have quite a good fit except in the range 17°.7 to 21°.4 where all the residuals are negative and some of them surprisingly large. The S residuals have much greater scatter, but no apparent systematic trend. Thus from about 22° onwards the Helena $S\text{–}P$ agree, on the average, with the J-B $S\text{–}P$ for a surface focus, whereas the $S\text{–}P$ of Northeastern American earthquakes were always greater than the $S\text{–}P$ of the same tables (see Lehmann, 1955, p. 365). This seems contradictory to the conclusion that the Helena shocks are exceptionally shallow.

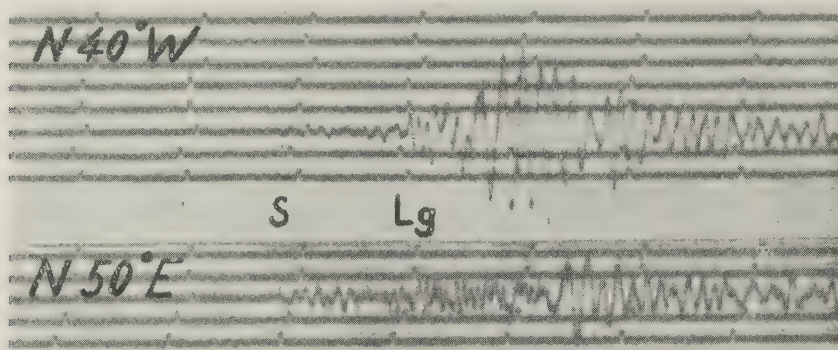


Fig. 17. – Ukiah records of Helena earthquake.

Lg was clearly present in the records studied. In the long-period records the short-period Lg wave arrived riding on the long Love waves. These sometimes began earlier as in the Pasadena record of fig. 1, and sometimes almost simultaneously with Lg. The Ukiah records are seen in fig. 17. The epicentral distance is 11°.1. The seismographs have orientation N 50°E and N 40° W. The azimuth of the epicentre in Ukiah being 59°, the latter component records transverse motion, the other one longitudinal motion. As a result the Love and Rayleigh wave groups are very clearly separated. Lg rides on long waves in the transverse component, but is more conspicuous in the longitudinal component where

it is undisturbed. Fig. 18 shows a short-period Berkeley E record of the earthquake. Here *Lg* is clearly recorded with a well defined onset.

The *Lg* travel times are tabulated in table 4. When they are compared with the times calculated from $t(Lg) = \Delta^o \times 30.85$ sec/degree as taken for the other two earthquakes, we find the residuals headed *O–C*. They are as erratic as those of the other shocks. Individual velocities were calculated. Their mean is 3.59 km/sec while the velocity determined by the slope of the straight line representing the travel times is 3.60 km/sec. The " standard error " calculated in the usual way is 0.02 km/sec, but neither this quantity nor the mean itself has much significance since the distribution of the residuals shows no approach to a normal distribution.

In spite of the fact that the velocity as determined for the three shocks has no great accuracy there is no doubt about its exceeding the value 3.51 km/sec found by Press and Ewing. It is closer to the mean velocity found for the Southern California shock of 1952 (Gutenberg, 1955) and to the best determined velocities of the Oklahoma shock.

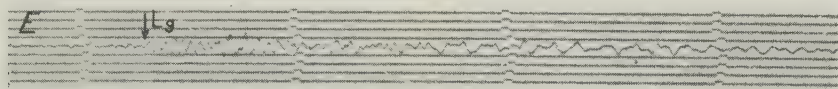


Fig. 18. – Berkeley short-period record of Helena earthquake.

There were only 5 records available of the Grand Banks earthquake of November 18, 1929 and they were not very useful for *Lg*. It was a stronger earthquake than the others considered and in the photographic records of the nearer stations the trace vanished where large swings commenced and *Lg* could not be distinguished. Ann Arbor at a distance of 20°.3 had a mechanically recording instrument, but the records were peculiar with short-period movement throughout and no distinct *Lg*. The Tucson *N* record of fig. 19 is from a distance of 44°.0, and here surface waves of short period are very conspicuous. Since Tucson is east of the epicentre it is the transverse component record. On the *E* record the onset is somewhat later but the short-period waves are also large. The epicentre of this earthquake could not

Table 4

1935, October 31, 18:37:55

Station	Δ	Lg	O-C	vel.
	o	m s	s	km/sec
Victoria	7.9	3 56	– 8	3.72
Ukiah	11.1	5 49	7	3.53
Berkeley	11.6	6 5	7	3.53
Pasadena	13.3	6 55	5	3.56
Tucson	14.4	7 29	5	3.56
Sitka	17.7	8 50	–16	3.71
Chicago	18.1	9 25	7	3.56
Toronto	23.1	11 45	– 8	3.64
Ottawa	25.1	13 10	16	3.53
Columbia	26.6	13 45	4	3.58

be determined with much accuracy. Taking the position 44° N, 56° W and T_o = 20 : 31 : 58 as given in "The Seismicity of the Earth" we find that *Lg* as marked in fig. 19 arrives with the velocity 3.76 km/sec. There is a strong later increase of amplitude and the corresponding velocity is 3.48 km/sec. However, these velocities have great uncertainty owing to the uncertainty of the epicentre and T_o. Copenhagen is at very nearly the same epicentral distance as Tucson, and it is interesting to find that it has no trace of short-period surface waves, but records rather large regular Love waves of long period.

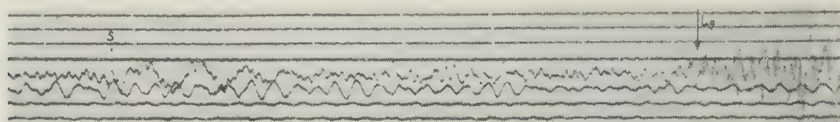


Fig. 19. – Tucson record of Grand Banks earthquake

* * *

Several other records obtained in North America were examined for *Lg*. At Pasadena a selection of records of deep Mexican earthquakes made for another study was examined. This was of interest in connection with the question as to whether or not *Lg* is present in records of deep shocks. The phase was not found in any of the records examined.

Some shocks originating in the Gulf of California were found to have very clear *Lg* in the Pasadena and other Southern California records. The onset of the phase, however, was not always distinct because the amplitudes of the first swings were small and there were short-period waves similar to the *Lg* waves in the movement immediately preceding the phase (most of the records are from short-period instruments). *Lg* was read in some of the records of the Southern California network of stations for the following earthquakes:

1. 1945, June 27, 13 : 08 : 20, 26°.8 N 111°. 8 W, M = 7.0

2. 1954, April 29, 10 : 49 : 27, 29°½ N 112°½ W, M = 7¼ — 7½

3. 1954, April 29, 11 : 34 : 34, 29°½ N 112°½ W, M = 7½ — 7¾

4. 1954, May 5, 13 : 09 : 46, 27°½ N 112°½ W, M = 6¾

The epicentres and times of occurrence of these earthquakes could not be determined very accurately because the recording stations and especially the near ones were not well distributed in azimuth. This may account for errors in the velocities as determined for *Lg* but not for the spreading of the values as found for stations that are all very nearly in the same azimuth. For the first earthquake *Lg* was read in the records of 6 Southern California stations and the velocities varied from 3 35 to 3.51 km/sec. For the second and third earthquakes the variation was still greater, from about 3.2 to 3.5 km/sec. The *Lg* onsets of the first of the two earthquakes of April 29, 1954 were smaller than those of the second and the readings more uncertain. There is a remarkable and very interesting difference between the records of these two shocks. The time difference between them is 45 min. Therefore corresponding phases are written immediately below each other by instruments having recording speed 60 mm/min. and this facilitates comparison. The Haiwee *N* record ($\Delta = 8°$) is seen in fig. 20. *P* and the subsequent movement are equally big in both earthquakes, but about 2 min. after *P* long waves of period 25 sec arrive in the second earthquake while small movement continues in the first; the long waves increase and rise to large amplitudes. *Lg* sets in sharply $2^m\ 27^s$ after *P* in the second shock; in the first there is a small corresponding increase of movement which may and may not be *Lg*, while there is a clear

onset of *Lg* waves 10 sec. later and again an increase of short-period waves 20 sec. later. For a little more than 3 min. the movement as recorded in the two earthquakes differs greatly, then the long-period waves of the second earthquake subside and the two records are again very much alike,

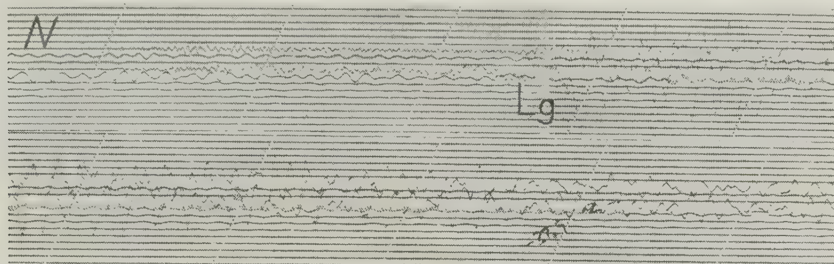


Fig. 20. – Two Gulf of California earthquakes recorded at Haiwee

the one no stronger than the other. This raises the question as to what is responsible for the production of long waves and *Lg*, the structure of the layer in which the earthquake occurs or possibly the mechanism of the shock. The two shocks here considered have been taken to have the same epicentre and normal depth, but small differences in location are not excluded. In the shock of May 5, 1954 we have again clear *Lg* waves but somewhat uncertain onsets and the velocities found vary a great deal.

Other Pasadena records were examined for *Lg*, and in normal shocks the phase was usually present, but as in the Southern California shocks, it often grew out of a background of short-period movement which resembled it a great deal except for being less regular. Then the readings were uncertain and the velocities as determined varied considerably. There were, however, also earthquakes in which the first *Lg* movement was large and the onsets sharp as in the Nevada earthquake of Febr. 8, 1940, 8^h. *Lg* was read in the records of 4 Southern California stations at distances from 4°.5 to 6°.5. The wave period was about 1^s. The Gutenberg and Richter (1949) epicentre and T_o were taken and *Lg* velocities from 3.27 to 3.39 km/sec found. However, when the *P* observations were fitted to the linear expression used earlier (see p. 11), a later T_o was found and the corresponding *Lg* velocities ranged from 3.42 to 3.50 km/sec.

The earthquake of Dec. 14, 1950, 13^h originated in the same region, and it also had clear *Lg*. Several records filed by the Seismology Branch of the U. S. Coast and Geodetic Survey at Washington were examined for *Lg* and good readings obtained for 7 stations at distances ranging from 700 km (Salt Lake City) to 3620 km (Washington). Butte at a distance of 900 km was the only station which had no clear *Lg*. The provisional epicentre and time of occurrence were taken and velocities ranging from 3.39 km/sec (for Washington, the most distant station) to 3.54 km/sec were found.

In the Manix earthquake of April 10, 1947 *Lg* was also recorded by the U. S. Coast and Geodetic Survey stations. Salt Lake City at a distance of 6°.8 had an *Lg* which increased gradually to become very large; it was found to arrive with the velocity 3.65 km/sec. At Lincoln (16°.7) and Chicago (23°.7) the *Lg* group was small and of short duration but clearly marked. The velocities found were 3.60 and 3.58 km/sec respectively. At Butte (11°.4) and Rapid City (13°.7) the onsets were less clear and the velocities as determined 3.41 and 3.45 km/sec respectively.

Very large *Lg* waves of quite short period (less than 1^s) were found in some of the U. S. Coast and Geodetic Survey records of the Montana earthquake of Nov. 23, 1947, but in many other records the phase was unreadable because the movement had been so strong as to make the trace vanish. The

velocity found for *Lg* at Sitka (18°.2) was 3.38 km/sec, but microseismic movement masked the phase. The velocities found for three other stations were 3.42, 3.48 and 3.55 km/sec.

All in all a considerable number of North American records were examined for *Lg*. In normal shocks the phase was usually found to be clearly present and this is the chief result of the last section of this work. As to the velocities they are not very reliable for various reasons. Most of the records were from instruments the response of which to the short-period waves is not particularly good, and many of the epicentres and times of occurence were not known with much accuracy. This affects velocities at small distances rather strongly and many of the records were obtained at small distances.

A great many København records were also examined for *Lg*. It is intended to publish the results of this study later, but mention may be made here of the impression gained that on the whole the København *Lg*'s are less conspicuous than those recorded in North America; moreover they are quite often completely lacking also on continental paths. This is true also for Uppsala (see Båth, 1954). The average *Lg* period is longer in København than in North America. The periods of the *Lg*'s here studied have not often been given because they could not be measured with much accuracy, but they were mostly quite short, from about ½ sec to 3 sec. At København many *Lg*'s had a period of about 6 sec and most of the periods were in the range 4 sec to 6 sec. This is in accord with the result obtained for Uppsala where the maximum frequency is at 5-6 sec (Båth, 1954, p. 306). At Uppsala only Wiechert records were available, but at København there were in addition to records from long-period instruments many records from the short-period Benioff vertical seismograph. *Lg* was rarely clearly present in them while in North America good *Lg* records were obtained on these instruments (see e. g. figs. 8 and 16). Thus the difference observed in the periods is not of instrumental origin. At København there is often a background movement of a period close to that of *Lg* and this masks the phase, sometimes severely so. It may be difficult or perhaps impossible to say whether *Lg* is present.

While the well-determined velocities of North American *Lg* belong to the range 3.5-3.6 km/sec the velocities of the København *Lg* were usually found to be smaller. Whether this is significant cannot be said, for precise velocity determinations require well recorded *Lg*'s with clear onsets, and epicentres and times of occurrence more accurate than those available for the majority of Euroasiatic shocks (see Lehmann 1949).

A closer study of the phase *Lg* and precise determinations of its velocity should yield interesting and important results.

* * *

The work here reported on was done during a visit to seismological observatories in the U. S. A. and chiefly during my stay at the Lamont Geological Observatory, Palisades. I am indepted to Professor Maurice Ewing for bringing about this visit, for suggesting the subject of my research and for extending to me useful information and advice. My visits to the other observatories were made profitable through the kind way in which their facilities and records were made available to me. My thanks are due, in particular, to Dr. Beno Gutenberg, Dr. C. F. Richter, Dr. Perry Byerly, the late Reverend James B. Macelwane, Captain E. B. Roberts and Mr. L. M. Murphy.

The work was supported by contract AF 19 (122)-441 with The Geophysics Research Division of the Air Force Cambridge Research Center, Cambridge, Mass., U.S.A.

BIBLIOGRAPHY

BÅTH, M., *The elastic waves Lg and Rg along Euroasiatic paths.* Arkiv för Geofysik Bd. 2, Nr. 13, pp. 295-342. Stockholm 1954.

EWING, M. LAMAR WORZEL J., and PEKERIS, C. L., *Propagation of Sound in the Ocean.* The Geological Society of America, Memoir 27. 1948.

GUTENBERG, B., *Channel waves in the Earth's crust.* Geophysics v. 20, pp. 283-294. 1955.

GUTENBERG, B. and RICHTER, C. F., *Observed times of the Montana earthquakes, 1935.*

Bull. Seism. Soc. America, v. 28, pp. 85-87. 1938.

GUTENBERG, B. and RICHTER, C. C., *Seismicity of the Earth and associated phenomena.* Princeton University Press, 1949.

HECK, N. H. and MAUGHAN, W. E., *Montana earthquakes of 1935-1936.* Report, Edinbourgh Assembly I. U. G. G. 1936.

HODGSON, John H., *A seismic survey in the Canadian Shield.* I. Publ. Dom. Obs. Ottawa, v. XVI, No. 5. 1953.

LEHMANN, I., *The reliability of seismological stations.* Geod. Inst. København. Medd. No. 22, pp. 1-66. 1949.

— *On the short-period surface wave " Lg " and crustal structure.* " Bull. d'Information U. G. G. I. ", 2. année, pp. 248-250. 1953.

— *The times of P and S in Northeastern America.* " Annali di Geofisica ", v. VIII, pp. 351-370. 1955.

NEUMANN, F., *United States earthquakes 1935.* U. S. Coast and Geod. Survey serial no. 600. Washington 1937.

OLIVER, J., EWING, M., and PRESS, F., *Crustal structure of the Arctic Region from the Lg phase.* " Bull. Geol. Soc. America ", v. 66, pp. 1063-1074. 1955.

PEKERIS, C. L., 1948, see Ewing.

PRESS, F., and EWING, M., *Two slow surface waves across North America.* " Bull. Seism. Soc. America ", v. 42, pp. 219-228. 1952.

Theoretical bases of electro-osmotic phenomenon

W. SCHAAD

I. – Introduction

The application of electrokinetic phenomena in foundation and civil engineering has increased since a period of ten years and new procedures have been established and applicated in practice. Regarding the literature, only little progress in fundamental researches has been published. Often the publications are repetitions of the known facts or represent partial research without considering the basic laws, as already stated by L. Casagrande (1) (*). Considering the development of theories on electrosmotic groundwater flow there may be seen that starting from the Helmholtz theory, the general basic laws developed by the author and R. Haefeli were published already in 1946-1948 (2-5):

$$v_F = k \cdot J_h + k_e \cdot E \qquad [1]$$

$$\vec{v}_F = -\text{grad}\ (k \cdot \varnothing_H + k_e \cdot \varnothing_E) \qquad [2]$$

$$k \cdot \Delta\varnothing_H + D_B \cdot \Delta\varnothing_E = -4\pi\varepsilon \qquad [3]$$

(valid in C.G.S.–System)

as well as approximative formulas for computing electrosmotic filter-well systems. In the equations 1-3 the symbols mean the following magnitudes:

v_F = total filter speed
k = hydraulic permeability coefficient (Darcy)
k_e = electrosmotic permeability coefficient
J_h = hydraulic gradient
E = electric field strength (electric potential gradient)
$\varnothing_H$ = hydraulic potential
$\varnothing_E$ = electric potential
D_B = dielectric constant of soil
ε = electrical charge density of the space unit

In 1949 L. Casagrande published a similar theory, practically the same, but renouncing to the treatment of the above general laws for electrosmotic flow in porous media (6). The differential equation [3] shows by its Laplacian character, that the electrosmotic phenomena base on similar potential field laws like apparented phenomena:

thermic phenomena, heat transmission
electric phenomena
groundwater flow
elastic phenomena

and that solutions of problems with similar boundary conditions in these dominions may be transformed to problems of electrosmotic flow. Only little use of these relations has been made e.g. by Winterkorn treating questions of this character (7) (*).

In former publications the author mentioned, that since the establishment of the Helmholtz theory discussions and contradictory views arised and that these questions never were solved. Further the application of this theory reaches certain limits, where the hypothesis of Helmholtz is no more valid and leads to results contradictory to observation. It may be briefly stated, that for all problems dealing with the influence of diameter of capillaries these contradictions appear decisive.

(*) The numbers refer to the references at the end of the paper.

(*) After the accomplishment of the manuscript diverse publications have appeared representing remarkable steps in the development of electro-osmotic base research. [16-19].

In the succeeding parts, the following symbols are used:

Symbols

a = radius of capillary
a_{M_E} = ions activity of chemical solutions
c = concentration of chemical solutions
C = coefficient of double layer effect
d = diameter of capillary
D = dielectric constant of liquid (water)
D_B = dielectric constant of soil
e = electric charge
E = electric field strength
f = area, cross section of capillary
f_a = activity coefficient of chemical solutions
F = area, cross section
j_c = density of electric current of capillary (medium density)
j_q = density of electrolytic current
j_ω = density of electrosmotic current
J_h = hydraulic gradient
J = current strength
J_q = electrolytic current strength
J_ω = electrosmotic current strength
k = coefficient of hydraulic permeability (Darcy)
k_e = coefficient of electrosmotic permeability
K = active force
K' = passive force
l = length of capillary
n = porosity
Q = discharge
r = radius
R_0 = gas constant
R_ω = electric surface resistance
R_q = electric resistance (Ohm)
t = time
T = temperature
T_a = absolute temperature
U = potential difference (voltage)
u = flow velocity
u_e = electrosmotic speed in capillary (medium speed)
u_ω = electrosmotic speed of boundary layer
v_e = electrosmotic filter speed
v_F = hydraulic filter speed
x = variable length
z = sliding constant (Lamb)
α_e = ratio of electrosmotic and electrolytic current
β = friction coefficient (Lamb)
β_e = coefficient of electrosmotic action
δ = thickness of double layer
ε = electrical charge density
ζ = elektrokinetic particle potential (Helmholtz)
η = viscosity
$\varkappa$ = ratio of elektrokinetic particle potentials
λ = transformation factor
ξ = modified electrokinetic particle potential
ϱ = specific electric resistance
ϱ_L = specific electric resistance of liquid
ϱ_ω = specific electric resistance of surface conduction
τ = shearing resistance
φ = potential of boundary layer
φ_a = potential of outer face of boundary layer
φ_i = potential of inner face of boundary layer
$\Delta\varphi$ = potential difference
$\Delta\varphi_o$ = normal potential against normal hydrogen electrode
$\varnothing_E$ = electric potential
$\varnothing_H$ = hydraulic potential.

II. – Classic bases of electrosmotic flow

For the following deductions the determining points of the diverse types of hypothesis will be outlined:

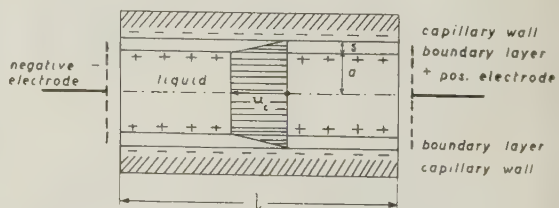


Fig. 1. – Capillary conditions of electrosmotic flow, according to Helmholtz

a) *Helmholtz's Hypothesis*: *Fig. 1*

1) Besides other assumptions Helmholtz(8) supposes, that within a thin boundary film

the velocity of liquid increases from zero on the wall to the maximum u_c.

2) The intensity of electric current is uniformly distributed on the whole section of capillary.

3) Within the interior of the capillary section the particles of liquid are transported with the above speed u_c.

These assumptions lead to the well known law of electrosmotic capillary speed, which is valid for C.G.S.-system and normally serves as a theoretical basis for considerations of the electrosmotic coefficient of permeability k_e:

$$u_c = \zeta \frac{\varrho_L \cdot D}{4 \pi \eta} \cdot j_c = \zeta \frac{D}{4 \pi \eta} \cdot E \quad [4]$$

wherein:

- u_c = medium electrosmotic speed in capillary
- ζ = electrokinetic particle potential
- ϱ_L = specific electric resistance of liquid
- D = dielectric constant of liquid phase
- η = viscosity of the liquid
- j_c = electrical current density in the capillary
- E = electrical field strength.

b) *Lamb's hypothesis*

Lamb considers the boundary film as an electric double layer of thickness δ, where the inner layer displaces relatively to the fix outer layer under the action of electrical forces ([9]). He introduces a friction coefficient β between the two layers and obtains (when transformed to the Helmholtz expressions):

$$u_c = \zeta \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{4 \pi \cdot \delta \cdot \beta} \cdot j_c \,. \quad [5]$$

When β is transformed to $\frac{\eta}{z}$, wherein η means the viscosity, z a sliding constant, the following expression is obtained

$$u_c = \zeta \frac{\varrho_L \cdot D}{4 \pi \eta} \cdot \frac{z}{\delta} \cdot j_c \,. \quad [6]$$

The result gives a formula similar to the Helmholtz law, but with a constant factor $\frac{z}{\delta}$. In the case of $z = \delta$ the two laws are identical. One may easily show, that this holds for assuming laminar flow (opposite to the point of view of Lamb) within the boundary layer.

c) *Perrin's hypothesis.*

In the first period of the development of basic knowledge of electrosmotic flow the deductions of Perrin gave one of the most important advances showing the relation between electrosmosis and physical chemistry ([10]). His physical conception on electrosmotic flow is practically the same as the Helmholtz hypothesis. But his deduction of the law gives the most elegant and simplest way of derivation and was determining for the considerations of this paper.

Perrin considers the double layer as an electric condenser with a certain capacity, a most useful conception for deduction (Fig. 2).

The conception of Perrin is the following one:

If in the moving part of the double layer the unit density of electric charges is ε and E the electric field strength, the active unit force on moving layer is $\varepsilon \cdot E$ and assuming laminar flow within the layer of thickness δ the passive force is $\eta \cdot \frac{u_c}{\delta}$ therefore:

$$\varepsilon \cdot E = \eta \frac{u_c}{\delta} \quad [7]$$

$$u_c = \frac{\varepsilon \cdot E}{\eta} \cdot \delta \quad [8]$$

Considering the double layer as a condenser the difference of potential $(\varphi_i - \varphi_a) = \zeta$ of the double layer is obtained (E_δ being the electric field strength of double layer)

$$\zeta = E_\delta \cdot \delta = \frac{4 \pi \varepsilon}{D} \cdot \delta \quad [9]$$

$$\varepsilon = \frac{\zeta \cdot D}{4 \pi \delta} \,; \quad [10]$$

introduced in eq. [8]

$$u_c = \zeta \frac{D}{4 \pi \eta} \cdot E \; . \qquad [11]$$

Introducing $E = \varrho_L \cdot j_c$ the electrokinetic speed becomes:

$$u_c = \zeta \frac{\varrho_L \cdot D}{4 \pi \eta} \cdot j_c \, , \qquad [12]$$

according to the Helmholtz formula [4].

Further Perrin has introduced the relation between the ζ-potential and concentration of the liquid. This relation follows in a modern form (11), taking in consideration the advances of physical chemistry since the time of Perrin. If $\Delta\varphi$ designates the potential difference of a metal against its solution with the ions activity:

$$a_{M_E} = f_a \cdot c \qquad [13]$$

where f_a means the activity coefficient and c the concentration of the solution in Mol/Liter the potential difference becomes:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_o + 0.277 + \frac{R_o \, T_a}{n \cdot F} \, ln \, a_{M_E} \text{ volts} \quad [14]$$

where:

$\Delta\varphi_o$ = normal potential against normal hydrogen electrode
R_o = gas constant = 8,31 Joule/Grad
T_a = absolute temperature
n = valence of the ions
F = constant of Faradays law = $= 96.500 \frac{\text{Amp} \cdot \text{sec}}{\text{Mol (valence 1)}}$.

For concentration less than 1/100 $\frac{\text{Mol}}{\text{Lit}}$ the activity coefficient f_a is

$$f_a = 1 - 1.15 \sqrt{c} \; . \qquad [15]$$

The following table 1 contains the normal potentials of diverse elements as well as the absolute potentials (ions activity $a_{M_E} = 1$).

Table 1. — NORMAL AND ABSOLUTE POTENTIALS (from ref. 11)

Element	Normal potential Volt	Absolute potential Volt
Li	— 3.02	— 2.743
K	— 2.92	— 2.643
Na	— 2.71	— 2.433
Al	— 1.28	— 1.003
Mn	— 1.08	— 0.803
Zn	— 0.758	— 0.481
Fe	— 0.43	— 0.153
Pb	— 0.12	+ 0.157
H_2	0	+ 0.277
Cu	+ 0.345	+ 0.622
Ag	+ 0.80	+ 1.077

The relation between the electrokinetic particle potential and the above galvanic potential difference will be discussed later.

Comparing all the diverse types of hypothesis, the conceptions are in general equivalent with little deviations, hence the result is practically the same for all these classic theories. Assuming laminar flow, the same electrosmotic speed u_c in a capillary results from these deductions.

III. – RELATION BETWEEN CLASSIC LAWS AND ELECTROSMOTIC FILTER LAW FOR DIAPHRAGMS

In the authors formula [1] the electrosmotic filter speed v_e is given by

$$v_e = k_e \cdot E \; . \qquad [16]$$

Comparing the formula [4]

$$u_c = \zeta \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{4 \pi \eta} \cdot j_c = \zeta \cdot \frac{D}{4 \pi \eta} \cdot E \quad [4]$$

with the above expression [16], a transformation is needed. Since the formula [4] is only valid for the C.G.S.–system and

expression [1] respectively [16] for practical system, a transformatiom factor λ must be introduced. The relations between practical and C.G.S. units are given in table 2:

Table 2. — Transformation of physical units

Magnitudes	Practical units	C.G.S. units	
ζ	1 Volt	$= \frac{1}{300}$	U.C.G.S.
ϱ_L	1 Ohm cm	$= \frac{1}{9} . 10^{-11}$	»
j_c	1 Amp/cm²	$= 3.10^9$	»
η	1 g*cm⁻² sec	$= 981$	»

With these relations the electrosmotic capillary speed follows for technical uses:

$$u_c = \lambda \cdot \zeta \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{4 \pi \eta} \cdot j_c \quad \text{cm/sec} \qquad [17]$$

wherein

$$\lambda = \frac{\frac{1}{300} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 10^9}{981} =$$

$$= 1{,}13 \cdot 10^{-8} .$$

Introducing $E = \varrho_L \cdot j_c$ the expression obtained is:

$$u_c = \lambda \cdot \zeta \cdot \frac{D}{4 \pi \eta} \cdot E \qquad [18]$$

(electrosmotic capillary speed).

Idealizing a porous medium as a capillary bundle with the section of capillary $f = \pi \cdot a^2$, the total section F (filter section) and N the number of capillaries within the section F, the electrosmotic filter speed v_e is obtained:

$$v_e = \frac{N \cdot f}{F} \cdot u_c = n \cdot \lambda \cdot \zeta \cdot \frac{D}{4 \pi \eta} \cdot E \qquad [19]$$

wherein n designates the porosity of the diaphragm. Comparing expression [19] with expression

$$v_e = k_e \cdot E \qquad [16]$$

we obtain:

$$k_e = \lambda \cdot n \cdot \zeta \cdot \frac{D}{4 \pi \eta} \qquad [20]$$

From the following table 3 may be seen that the electrosmotic particle potential ζ normally varies within narrow limits of the order of magnitude of 10^{-2} Volts

Table 3. — Electrokinetic particle potentials of diverse substances (from ref. 13)

Liquid	Substance	Particle diameter	Temps.	Electrock. part. pot. Volt	Investigators
water	quartz	1μ	—	0.044	Whitney a. Blake 1904
»	glass	—	—	0.052-0.053	Dorn 1879-1880
»	Au	< 0.1μ	—	0.058	Whitney a. Blake 1904
»	»	»	18°	0.032	Burton 1906
»	»	»	18°	0.048	Burton 1906
»	Ag	»	—	0.048	Cotton a. Mouton
»	»	»	18°	0.034	Burton 1906
»	»	»	18°	0.032	Burton 1906
»	Pt	»	—	0.044	Whitney a. Blake 1904
»	»	»	18°	0.030	Burton 1906
»	$Fe(OH)_2$	»	—	-0.044	Whitney a. Blake 1904
»	$Cu(OH)_2$	»	18°	-0.048	Burton 1909
»	Oils	2μ	25°	0.063	Ridsdale Ellis 1911

The dielectric constant D of water is 80, and the viscosity of water:

$$\eta = \frac{0{,}00001814}{1+0{,}0337 \cdot T + 0{,}00022 \cdot T^2} \, g^* \, cm^{-2} \, sec \qquad [21]$$

T = temperature in °Cels.

For checking the order of k_e the porosity n is introduced for the practical range of soils:

$$n = 20 \div 30\% \text{ and}$$

$$\eta_{4^0} = 1{,}595 \cdot 10^{-5} \, g^* \, cm^{-2} \, sec$$

Taking for ζ the value of quartz from table 3: ζ = 0,044 Volt, the theoretical value of quartz powder is obtained:

$$k_e = 1{,}13 \cdot 10^{-8} (0{,}2 \div 0{,}3) \cdot \frac{4{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot 80}{4 \, \pi \cdot 1{,}595 \cdot 10^{-5}}$$

$$k_e \cong (4{,}0 \div 6{,}0) \, . \, 10^{-5} \, \frac{cm/sec}{Volt/cm} \, .$$

This result agrees very well with the values k_e determined for quartz powders (table 4):

Table 4. — Coefficient of electrosmotic permeability for quartz powders

Investigator	$10^5 \, . \, k_e$ in $\frac{cm/sec}{Volt/cm}$
Leo Casagrande	4,3
Bernatzik	6,8
Schaad-Haefeli	4,5
Schaad	2,5 ÷ 5,2
(range of numerous test series)	

With these deduction, the relation between the theory of Helmholtz-Lamb-Perrin of electrosmotic capillary flow and the electrosmotic filter speed according to expressions [1] and [16] is given.

In normal cases of practical application the expression [19] is sufficient, i.e. for the determination of the flow velocity of liquid, where the diameter of the capillaries does not influence the results and the electrosmotic discharge of solution is independent from this magnitude.

In the cases of theoretic developments based on the classic theory, e.g. for the electrosmotic rise in function of the capillary diameter, contradictions of theoretic results appear showing, that the classic theory is no more sufficient for these deductions concerned. On the opposite, the filter laws lead to satisfactory results.

The author briefly mentioned these contradictions in 1948 [12], but no clear solution was available in that time. In the meanwhile these problems have been cleared up more and will be outlined in the following chapters.

IV. – Contradictions of classic laws

Observance of the boundary conditions.

Regarding expression [4]

$$u_c = \zeta \cdot \frac{D}{4 \, \pi \eta} \cdot E \quad \text{(C.G.S.)} \qquad [4]$$

the electrosmotic discharge of a capillary Q is expressed by:

$$Q = \zeta \cdot \frac{\pi \, a^2 \cdot D}{4 \, \pi \eta} \cdot E = \zeta \cdot \frac{a^2 \cdot D}{4 \, \eta} \cdot E \, . \qquad [22]$$

This result would mean, that the other magnitudes being constant the discharge Q would increase in a quadratic function of he capillary diameter $d = 2a$.

For an infinite diameter Q would be infinite and for a diameter of d = zero the discharge would be zero. On the other hand the potential is obtained $\zeta \sim \frac{1}{a^2}$ if the other magnitudes are kept constant.

The experience shows in contrast to these theoretic deduction, that the discharge reaches an upper limit of diameter d, where a measurable discharge can no more be observed.

On the opposite fine-grained materials like bentonite and even gelatine gels may

show the same or even higher discharges than coarser materials like quartz powders and silts e.g.:

Table 5. — ELECTROSMOTIC PERMEABILITY COEFFICIENTS OF BENTONITE AND GELATINE

Material	$10^5 k_e \frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}$
Na-Bentonite	2-12 (Leo Casagrande)
Gelatine gel	5 (» »)

Refering to expression [20] the experience shows that k_e generally varies within narrow limits. Its order of magnitude is more or less independent of the soil type. Additionally regarded the definition of ζ-potential of a double layer, it is not visible, why this-one should depend on other geometric magnitudes of the capillary diaphragm, like a or n, than on the thickness δ of double layer. The character of ζ-potential being decisive for diverse problems this question will be outlined in a more detailed form.

V. – NATURE OF THE ELECTROKINETIC PARTICLE POTENTIAL (Fig. 2).

Using Perrins conception, regarding the electric double layer as an electric condenser (Fig. 2) the field strength of the layer $E\delta$ is:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{\delta} = \frac{4\pi e}{F \cdot D} \quad \text{(C.G.S.)} \qquad [23]$$

when $\Delta\varphi$ is the potential difference $(\varphi_i - \varphi_a)$, F the layer surface and e the charge of double layer.

The surface being:

$$F = 2\pi a \cdot l \qquad [24]$$

we obtain:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi e}{D} \cdot \frac{\delta}{2\pi a \cdot l} = \frac{2e}{D} \cdot \frac{\delta}{a \cdot l} \qquad [25]$$

due to its definition $\Delta\varphi$ is identical with the electrokinetic particle potential ζ, hence

$$\zeta = \frac{2}{D} \cdot \frac{e}{l} \cdot \frac{\delta}{a} \qquad [26]$$

The charge per unit length of the capillary being given by

$$\frac{e}{l} = \zeta \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{a}{\delta} \qquad [27]$$

the unit force K exerted by the electric field strength E results:

$$K = E \cdot \frac{e}{l} = \zeta \cdot \frac{D \cdot a}{2\delta} \cdot E$$

$$K = \zeta \cdot \frac{D \cdot a}{2\delta} \cdot \varrho_L \cdot j_c \,. \qquad [28]$$

On the other hand the friction force K' of laminar flow is expressed by:

$$K' = \eta \cdot \frac{du}{dr} \cdot 2\pi r \qquad [29]$$

if r is any radius between zero and a. For the double layer

$$r = a \quad \text{and} \quad \frac{du}{dr} = \frac{u_c}{\delta},$$

the friction force becomes:

$$K' = \eta \cdot \frac{u_c}{\delta} \cdot 2\pi a \,. \qquad [30]$$

In the case of stationary flow we obtain $K = K'$:

$$[28, 30] \quad \zeta \cdot \frac{D \cdot a}{2 \cdot \delta} \cdot \varrho_L j_c = \eta \cdot \frac{u_c}{\delta} \cdot 2\pi a$$

$$4) \; u_c = \zeta \, \frac{\varrho_L \cdot D}{4\pi\eta} \cdot j_c$$

the Helmholtz formula.

Introducing now the ζ-potential from expression [26] into [4], there results:

$$u_c = \frac{2e}{D} \cdot \frac{\delta}{a \cdot l} \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{4\pi\eta} \cdot j_c =$$

$$= \frac{e}{l} \cdot \frac{\delta}{a} \cdot \frac{\varrho_L}{2\pi\eta} \cdot j_c$$

since

$$j_c = \frac{J}{F}, \; J = \frac{de}{dt}, \quad (t = \text{time})$$

$$j_c = \frac{1}{F} \cdot \frac{de}{dt}$$

$$F = \pi \cdot a^2 \quad [31]$$

we obtain:

$$u_c = \frac{e}{l} \cdot \frac{\delta}{a} \cdot \frac{\varrho_L}{2\pi\eta} \cdot \frac{1}{\pi a^2} \cdot \frac{de}{dt} =$$

$$= \frac{\delta}{2a^3 l} \cdot \frac{\varrho_L}{\pi^2 \cdot \eta} \cdot e \cdot \frac{de}{dt}. \quad [32]$$

If x designates the way of a particle situated in the boundary layer and t the time, the speed u_c is found:

$$u_c = \frac{dx}{dt} \quad [33]$$

introduced in [32]

$$dx = \frac{\delta}{2 \cdot a^3 \cdot l} \cdot \frac{\varrho_L}{\pi^2 \cdot \eta} \cdot e \cdot de. \quad [34]$$

By integration within the limits $x = o \rightarrow l$ according to $e = o \rightarrow e$ we find:

$$\int_o^l dx = \frac{\delta}{2a^3 l} \cdot \frac{\varrho_L}{\pi^2 \cdot \eta} \int_o^e e \cdot de$$

$$l = \frac{\delta}{2a^3 l} \cdot \frac{\varrho_L}{\pi^2 \cdot \eta} \cdot \frac{e^2}{2}$$

$$e^2 = \frac{4a^3\pi^2}{\delta \cdot \varrho_L} \cdot l^2 \cdot \eta \quad [35]$$

and the electric charge of double layer becomes:

$$e = 2 a \pi \sqrt{\frac{a \cdot \eta}{\delta \cdot \varrho_L}} \cdot l \quad [36]$$

respectively the charge per unit length:

$$\frac{e}{l} = 2 a \pi \sqrt{\frac{a \cdot \eta}{\delta \cdot \varrho_L}}. \quad [37]$$

Introducing this value in expression [26] the ζ-potential is obtained:

$$\zeta = \frac{4 a \cdot \pi}{D} \cdot \frac{\delta}{a} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot \eta}{\delta \cdot \varrho_L}}$$

$$= \frac{4\pi}{D} \sqrt{\frac{a \cdot \delta \cdot \eta}{\varrho_L}}. \quad [38]$$

Further combining expression [37] with [31] the electrosmotic capillary speed u_c is obtained:

$$u_c = 2 a \pi \cdot \sqrt{\frac{a \cdot \eta}{\delta \cdot \varrho_L}} \cdot \frac{\delta}{a} \cdot \frac{\varrho_L}{2\pi\eta} \cdot j_c \quad [39]$$

$$u_c = \sqrt{\frac{\delta \cdot a \cdot \varrho_L}{\eta}} \cdot j_c \quad [40]$$

modified Helmholtz formula respectively with $j_c = \frac{E}{\varrho_L}$

$$u_c = \sqrt{\frac{\delta \cdot a}{\varrho_L \cdot \eta}} \cdot E. \quad [41]$$

From combination of the expressions [41] and [4] results:

$$\zeta \frac{D}{4\pi\eta} = \sqrt{\frac{\delta \cdot a}{\varrho_L \cdot \eta}}. \quad [42]$$

All these formulas are only valid for C.G.S.-system. For obtaining the value of eq. [42] in practical units, we have to transform with the former factor $n.\lambda$ and obtain:

$$k_e = n.\lambda \cdot \zeta \cdot \frac{D}{4\pi\eta} = n\lambda \sqrt{\frac{\delta . a}{\varrho_L \cdot \eta}} \quad [43]$$

valid in practical system.

All the results given by expression [38-43] are based on the classic assumptions, especially on the assumption, that the electric current is uniformly distributed over the section of capillary. With regard to the transport of ions this hypothesis must be called in question.

Further the classic theory neglects completely an important factor, the galvanic transport of ions within the interior of the capillary i.e. electrolysis. This phenomenon takes place parallely to electrosmosis and

transport of electric charges is caused by both parts. The galvanic current causes electrolysis of the liquid, a phenomenon, that is well known, and the transport within the double layer creates another type, a superficial electric current, we will call it electrosmotic current.

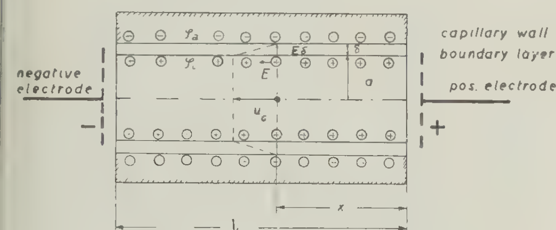


Fig. 2. – Electrosmotic action of capillary, according to Perrin

Regarding the ζ-potential in the form of equation [38] this-one would depend on a geometric magnitude outside the double layer, the capillary radius a. Since this-one is normally much greater than the thickness δ of double layer, there is no reason for the fact, that the interface potential should depend on the radius of the capillary. Furthermore the ζ–potentials determined on the basis of the classic theory show an order of magnitude of 10^{-2} volts (table 3) in contrast to the contact potentials of galvanic chains, that normally show orders of volts. The character of these potentials is the same one. Therefore the question of the cause of this difference of magnitude of potential differences

$$\Delta\varphi = \zeta \qquad \text{arises.}$$

Furthermore this type of formulas deduced, if really valid, would give the relations between physical constants and the ζ–potential and allow to determine the thickness δ of the double layer, further procure a more detailed knowledge of the electrosmotic permeability coefficient k_e. For diverse practical problems this relation is very important.

The author seeked to solve this problem since his beginning of the research in the dominion of electrosmotic phenomena. Since these questions are related to capillary physics and physical chemistry, they are strange for a civil engineer and would better be treated by colleagues of physical disciplines more suited for the present type of questions.

Not having found a physicist or chemist orientated on the theory of electrosmosis as well as in the field of its practical applications in civil engineering the author decided to treat the questions himself and the necessary studies in electro-physics were undertaken.

The study has lead to a hypothesis, that accords better to the boundary conditions and removes the stated contradictions. A scientific proof of the following theory was only possible by physical reflexions. For an experimental judgement the direct measurement of the ζ-potential would be necessary, a very difficult problem. For this purpose the potential differences between nonconductors and aqueous solutions would have to be determined.

VI. – Mechanics of electric charges transport in capillaries under the action of an electric field.

For the following deduction we will idealise as usual a porous diaphragm as a bundle of capillaries. The solid particles shall consist of non-conductive material. The theory can easily be enlarged on conductive material, but the mathematical treatment is burdened with more complicated terms, what is not necessary for the principal general questions and the application to soil mechanics.

In the capillary laminar flow is assumed. Besides, the same assumptions are made as in the classic theory, except the distribution of flow velocity. The electrokinetic particle potential is defined in the same manner as the potential difference $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_a$, but it will be designated with ξ, since it shows an other order of magnitude than the electrosmotic particle potential ζ according to Helmholtz.

Considering a capillary (Fig. 3) filled with an aqueous solution and under the action of an electric potential difference U with the electric field strength $E = \frac{U}{l}$, on the one hand the dissociated ions of the

solution move in both directions under the action of field strength E. The positive particles wander from the anode to the cathode and inversely the negative ones from the cathode to the anode. This phenomenon is called electrolysis and follows the law of Faraday. The transport of the ions causes the electrolytic current J_q in the interior of the capillary.

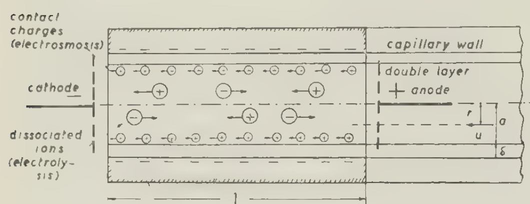


Fig. 3. – Distribution and direction of electric charges flow of aqueous solution under the action of an electric field.

On the other hand in the contact surface between the wall and the solution a double layer is formed according to the classic theory.

For the following considerations the thickness δ of the double layer is very small in proportion to the radius a of the capillary.

Under the action of the electric field the charged particles of the double layer normally move from the anode to the cathode causing too a continuous transport of electric charges i.e. an electric surface current J_ω.

Both currents are present at the same time and both phenomena appear in combination.

According to Perrin's conception the boundary layer shall now be regarded as an electric condenser. In equation [25] the potential difference of the double layer has already been determined:

$$\Delta\varphi = \frac{2e}{D} \cdot \frac{\delta}{a \cdot l} = \xi \qquad [25]$$

and the charge of unit length of the capillary results:

$$\frac{e}{l} = \xi \cdot \frac{D \cdot a}{2\delta}. \qquad [44]$$

Under the action of field strength $E = -\frac{d\O_E}{dx}$, where $\O_E$ designates the active, electric potential in direction of flow, the active force K per unit length of the positive layer is represented by:

$$K = E \cdot \frac{e}{l} = \xi \cdot \frac{D \cdot a}{2 \cdot \delta} \cdot \left(\frac{d\O_E}{dx}\right) \qquad [45]$$

The mutual influence of the speed of boundary layer and the electrolytic transport velocity may be formulated assuming laminar flow. If r designates any radius within the capillary from the law of Newton-Maxwell the shearing resistance τ along the cylindric face of radius moving with the speed u within the liquid phase is found

$$\tau = \eta \cdot \frac{du}{dr} \qquad [46]$$

and the passive force K' per unit length acting on this cylinder is obtained

$$K' = 2\pi r \cdot \tau = 2\pi\eta \cdot r \cdot \frac{du}{dr}. \qquad [47]$$

For the radius a of capillary the velocity of double layer is u_ω and its gradient within the double layer of thickness δ

$$\frac{du}{dr} = \frac{u_\omega}{\delta}. \qquad [48]$$

Hence the passive force is obtained

$$K' = 2\pi a \cdot \eta \cdot \frac{u_\omega}{\delta}. \qquad [49]$$

The condition of stationary permanent flow furnishes:

$$K = K' \qquad [50]$$

and by introducing this condition in eq. [45] and [49]

$$K = \xi \cdot \frac{D \cdot a}{2\delta} \cdot \left(-\frac{d\O}{dx}\right) = 2\pi a\eta \cdot \frac{u_\omega}{\delta} = K'$$

$$\underline{u_\omega} = \xi \cdot \frac{D}{4\pi\eta} \cdot \left(-\frac{d\O}{dx}\right) = \xi \frac{D}{4\pi \cdot \eta} \cdot E. \qquad [51]$$

This equation is similar to the classic equation [4], but ξ does no more represent Helmholtz's electrokinetic particle potential but a modified electrokinetic potential.

The transport of electric charges in the double layer causes the electrosmotic current (from [44] and [51])

$$J_\omega = \frac{e}{l} \cdot u_\omega = \xi \cdot \frac{D \cdot a}{2\,\delta} \cdot \xi \frac{D}{4\pi\eta}\left(-\frac{d\varnothing}{dx}\right)$$

$$J_\omega = \frac{\xi^2 \cdot D^2}{8\,\pi\,\delta} \cdot \frac{a}{\eta}\left(-\frac{d\varnothing}{dx}\right). \qquad [52]$$

On the other hand the electrolytic current J_q within the capillary is

$$J_q = \pi \cdot a^2 \cdot j_q = \pi \cdot a^2 \cdot \frac{1}{\varrho_L} \cdot \left(-\frac{d\,\varnothing}{d\,x}\right). \qquad [53]$$

The ratio α_e between the electrosmotic and the electrolytic current is obtained:

$$\alpha_e = \frac{J_\omega}{J_q} = \frac{\frac{\xi^2 \cdot D^2}{8\pi\delta} \cdot \frac{a}{\eta}\left(-\frac{d\varnothing}{dx}\right)}{\pi a^2 \cdot \frac{1}{\varrho_L}\left(-\frac{d\varnothing}{dx}\right)}$$

$$\alpha_e = \frac{2 \cdot \varrho_L}{\eta \cdot \delta} \cdot \left(\frac{\xi \cdot D}{4\,\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{a} = \frac{C}{a} \qquad [54]$$

where C designates the coefficient of double layer effect.

The coefficient α_e indicates the rate of electric current transported by the double layer in proportion to the current transported by electrolysis.

This result of equation [54] has in general already been developed in another way by Smoluchowski and the attempt was made to determine the thickness of double layer from experiments, basing on the Helmholtz theory and this equation [13]. But the further consequences on the electrosmotic phenomenon were not observed.

Considering equation [54] with respect to the electrosmotic flow the following consideration is now possible:

Since the coefficient α_e characterizes the proportion of current that causes electrosmosis to the electrolytic current, the rate of electrosmotic flow J_ω is:

$$J_\omega = \alpha_e \cdot J_q = \frac{C}{a} \cdot J_q\,. \qquad [55]$$

Regarded the limits of electrosmotic flow this means that in contrast to the results of the classic theory for an infinite diameter of capillary the electrosmotic current as well as the discharge now become zero and supposed an extreme capillary diameter of zero, the proportion of electrosmotic current strength to the electrolytic one would be infinite, of course in reality no more realizable. In a definite range of capillary diameter the proportion of electrosmotic to electrolytic discharge of electricity results inversely proportional to the capillary diameter.

The total electric current is obtained:

$$J = J_\omega + J_q = J_\omega + \frac{J_\omega}{\alpha_e} = J_\omega\left(\frac{\alpha_e + 1}{\alpha_e}\right)$$

$$J_\omega = \frac{\alpha_e}{\alpha_e + 1} \cdot J = \beta_e \cdot J\,. \qquad [56]$$

The coefficient β_e denotes the relation of the electrosmotic current to the total current and therefore will furthermore be called coefficient of electrosmotic action. Expressing it by C and a, β_e results:

$$\beta_e = \frac{\frac{C}{a}}{\frac{C}{a} + 1} = \frac{1}{1 + \frac{a}{C}} \qquad [57]$$

coefficient of electrosmotic action wherein

$$C = \frac{2\varrho_L}{\eta\,\delta}\left(\frac{\xi \cdot D}{4\,\pi}\right)^2.$$

For an infinite radius of the capillary β_e = zero results, that will say, no electrosmotic action would occur. And supposed a = zero the coefficient $\beta_e = 1$ what means that the whole action of electric current would be transformed into electrosmotic current.

With this result one of the forementioned contradictions is put away.

The further question of the relation between the electrokinetic particle potential

ξ respectively ζ and the capillary radius a may now be solved too. For this the coefficient α_e respectively the coefficient of the layer effect C is regarded (eq. [54]):

$$C = \frac{2\,\varrho_L}{\eta\,\delta}\left(\frac{\xi\cdot D}{4\,\pi}\right)^2$$

$$C = 2\;\xi^2\cdot\frac{\varrho_L}{\eta\cdot\delta}\left(\frac{D}{4\,\pi}\right)^2$$

$$\sqrt{C} = \sqrt{2}\;\xi\cdot\frac{D}{4\,\pi}\sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta\cdot\delta}}$$

$$\sqrt{\frac{C}{2\,a}} = \xi\cdot\frac{D}{4\,\pi}\sqrt{\frac{\varrho_L}{a\,.\,\eta\,.\,\delta}}\,. \qquad [58]$$

Considering eq. [38] it is seen that

$$\frac{D}{4\pi}\sqrt{\frac{\varrho_L}{a\cdot\delta\cdot\eta}} = \frac{1}{\zeta}$$

and, if introduced in eq. [58], there results:

$$\sqrt{\frac{C}{2\,a}} = \frac{\xi}{\zeta} = \varkappa \qquad [59]$$

the ratio of the two electrokinetic particle potentials

$$\xi = \zeta\sqrt{\frac{C}{2\,a}} \qquad [60]$$

$$\zeta = \xi\sqrt{\frac{2\,a}{C}} \qquad [61]$$

and the electrokinetic particle potential ξ results from eq. [38] and [60]:

$$\xi = \sqrt{\frac{C}{2\,a}}\cdot\frac{4\,\pi}{D}\sqrt{\frac{a\cdot\delta\cdot\eta}{\varrho_L}} =$$

$$= \frac{4\,\pi}{D}\sqrt{\frac{C\cdot\delta\cdot\eta}{2\,\varrho_L}}\,. \qquad [62]$$

Since $\frac{J_\omega}{J_q} = \frac{C}{a}$ (eq. [54]), we may find the relation between ξ and δ, introducing now the specific resistances ϱ_ω of the conducting surface and ϱ_L of the capillary section, where the layers electric resistance R_ω, respectively Ohm's resistance R_q of the interior of capillary mean:

$$R_\omega = \frac{\varrho_\omega\cdot l}{2\,\pi\,a\cdot\delta} \qquad [63]$$

$$R_q = \frac{\varrho_L\cdot l}{\pi\cdot a^2} \qquad [64]$$

and the respective intensities of electric currents:

$$j_\omega = \frac{J_\omega}{2\,\pi\,a\,.\,\delta} \qquad [65]$$

$$j_q = \frac{J_q}{\pi\cdot a^2} \qquad [66]$$

We obtain from these expressions, U representing the active potential difference:

$$J_\omega = \frac{U}{R_\omega} = \frac{U}{l}\cdot\frac{2\,\pi\,a\cdot\delta}{\varrho_\omega} =$$

$$J_\omega = \frac{E}{\varrho_\omega}\cdot 2\pi a\cdot\delta \qquad [67]$$

$$j_\omega = \frac{J_\omega}{2\,\pi\,a\cdot\delta} = \frac{E}{\varrho_\omega} \qquad [68]$$

$$J_q = \frac{U}{R_q} = \frac{U}{l}\cdot\frac{\pi\cdot a^2}{\varrho_L} = \frac{E}{\varrho_L}\cdot\pi a^2 \qquad [69]$$

$$j_q = \frac{J_q}{\pi\,a^3} = \frac{E}{\varrho_L} \qquad [70]$$

$$\frac{J_\omega}{J_q} = \frac{\frac{E}{\varrho_\omega}}{\frac{E}{\varrho_L}}\cdot\frac{2\,\pi a\cdot\delta}{\pi\,a^2} = \frac{\varrho_L}{\varrho_\omega}\cdot\frac{2\,\delta}{a}\,. \qquad [71]$$

Comparing this result with eq. [54], we obtain

$$\frac{C}{a} = \frac{\varrho_L}{\varrho_\omega}\cdot\frac{2\,\delta}{a}$$

$$C = 2\cdot\frac{\varrho_L}{\varrho_\omega}\cdot\delta\,. \qquad [72]$$

Introducing this result in the ξ-potential of eq. [62], there results

$$\xi = \frac{4\,\pi}{D}\sqrt{\frac{2\,\frac{\varrho_L}{\varrho_\omega}\cdot\delta^2\cdot\eta}{2\,\varrho_L}} =$$

$$= \frac{4\,\pi\delta}{D}\sqrt{\frac{\eta}{\varrho_\omega}}\,. \qquad [73]$$

Comparing now the ξ-potential of eq. [73] with Helmholtz's ζ-potential of eq. [38] we state on the one hand, that taking in consideration the electrolytic process, the electrokinetic particle potential ξ becomes independent of the capillary size and is only a function of physical coefficients. On the opposite the Helmholtz boundary layer potential ζ varies in function of the diameter of capillary.

With this, a further question of stated contradictions is cleared up and we see, that the electrokinetic particle potential ξ represents a physical constant.

From eq. [73] we obtain the thickness δ of the double layer:

$$\delta = \xi \cdot \frac{D}{4\pi} \sqrt{\frac{\varrho_\omega}{\eta}} \, . \qquad [74]$$

If the specific electric resistance of double layer is the same as the specific resistance of the liquid phase itself we obtain:

$$\delta = \xi \cdot \frac{D}{4\pi} \cdot \sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \qquad [75]$$

By introducing this result in eq. [54] we obtain the electric current J_q of the capillary section:

$$\frac{J_\omega}{J_q} = \frac{2\varrho_L}{\eta} \cdot \frac{1}{\xi} \cdot \frac{4\pi}{D} \sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot \frac{\xi^2 \cdot D^2}{16\pi^2} \cdot \frac{1}{a}$$

$$\frac{J_\omega}{J_q} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \cdot \frac{\xi \cdot D}{\pi} \cdot \frac{1}{a} = \alpha_e = \frac{C}{a} \qquad [76]$$

$$C = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \cdot \frac{\xi \cdot D}{\pi}$$

(coefficient of double layer effect)

$$J_q = J_\omega \cdot \frac{2\pi}{\xi \cdot D} \sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a \, . \qquad [77]$$

The total current flowing through the capillary results:

$$J = J_\omega + J_q = J_\omega + J_\omega \cdot \frac{2\pi}{\xi \cdot D} \sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a$$

$$J = J_\omega \left(1 + \frac{2\pi}{\xi \cdot D} \sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a\right) \qquad [78]$$

and the double layer current becomes:

$$J_\omega = \frac{J}{1 + \frac{2\pi}{\xi \cdot D} \sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a} = \beta_e \cdot J \qquad [79]$$

$$\beta_e = \frac{1}{1 + \frac{2\pi}{\xi \cdot D} \sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a}$$

β_e being the coefficient of electrosmotic action.

Until now no hypothesis on the composition of the flow of liquid has been made. Basing on the preceeding considerations, with regard to the electric phenomenon we have to do with two electric currents of different action, on the one hand the electrolytic current J_q transporting the ions in both directions, on the other hand an electrosmotic current J_ω within the double layer transporting the electric charges of the boundary layer. Both currents influence the flow of electric charges and with this the flow of the liquid contained in the capillary.

With respect to the flow of liquid the classic theory supposes, that the interior part of liquid moves with the boundary layers speed u_ω (Fig. 4) respectively u_c, an

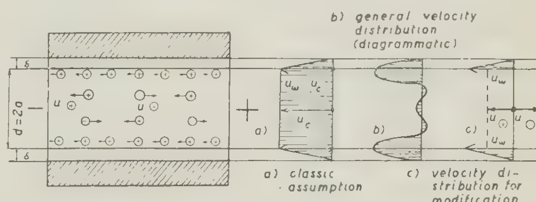


Fig. 4. – Electro-osmotic-electrolytic flow and velocities.

assumption that leads to the forementioned contradictions incompatible to experience. Since the layers speed u_ω (eq. [51]) is independent from the capillary size the electrosmotic discharge would increase in proportion to a^2, if the classic assumption really would be valid.

But other distributions of capillary speeds are conceivable. By the former develop-

ments only the layers speed u_ω respectively u_c has been determined. Considering the motion of ions at the interior, these ones are moving in both directions and the general velocities diagram representing the resultant of differential motions will have a certain form, that in reality is not yet known (Fig. 4b).

Let us consider another assumption and its consequences. The opposite extreme with regard to classic assumption would be, that the boundary layer flows independently from the interior with a speed u_ω, the resultant of velocity of ions within the capillary section being zero, the velocities of positive and negative ions compensating mutually. The flow would represent some sort of film motion of the boundary layer. With these assumptions we obtain from eq. [51].

$$u_\omega = \xi \cdot \frac{D}{4\pi\eta} \cdot E\,. \qquad [51]$$

Assuming, that within the boundary layer of thickness δ u increases linearly from zero to u_ω (Fig. 4c) the discharge Q of liquid phase becomes:

$$Q = \frac{u_\omega}{2} \cdot 2\,\pi a \cdot \delta = u_\omega \cdot \pi \cdot a \cdot \delta$$

$$Q = \frac{\xi}{2} \cdot \frac{D}{4\pi\eta} \cdot 2\pi a \cdot \delta \cdot E = \xi \cdot \frac{D}{4\eta} \cdot a \cdot \delta \cdot E \qquad [80]$$

From eq. [68] we obtain $E = \varrho_\omega \cdot j_\omega$, introduced in [80]:

$$Q = \frac{\xi}{2} \cdot \frac{D}{4\pi\eta} \cdot 2\,\pi a \cdot \delta \cdot \varrho_\omega \cdot j_\omega\,. \qquad [81]$$

Since $2\pi a \,.\, \delta \,.\, j_\omega = J_\omega$ (eq. [68]) the result is:

$$Q = \xi \cdot \frac{\varrho_\omega \cdot D}{8\,\pi\eta} \cdot J_\omega\,. \qquad [82]$$

The deductions hitherto made, supposed a difference between the specific electric resistance ϱ_ω and ϱ_L, since it is not sure that the electric properties of liquid within the interior of the capillary and the boundary layer are identical. For the following consideration we put $\varrho_\omega = \varrho_L$ and start from eq. [82]:

Introducing from eq. [56] $J_\omega = \beta_e . J$ there results:

$$Q = \xi \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{8\,\pi\eta} \cdot \beta_e \cdot J\,. \qquad [83]$$

Eq. [79] introduced in eq. [82] furnishes:

$$Q = \xi \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{8\,\pi\eta} \cdot \frac{J}{1 + \frac{2\,\pi}{\xi \cdot D}\sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a}$$

$$Q = \xi^2 \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{8\,\pi\eta} \cdot \frac{J}{\xi + \frac{2\,\pi}{D}\sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a}$$

$\frac{\varrho_L \cdot D}{8\pi\eta} = A$, $\frac{2\,\pi}{D}\sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a = B$ (abbreviations)

$$Q = \xi^2 \cdot A \cdot \frac{J}{\xi + B}$$

$$\frac{Q}{J} = \xi^2 \cdot A \cdot \frac{1}{\xi + B}$$

$$\frac{Q}{J}\,(\xi + B) = \xi^2 \cdot A$$

$$\xi^2 \cdot A - \xi \cdot \frac{Q}{J} - B \cdot \frac{Q}{J} = 0$$

$$\xi^2 - \xi \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{Q}{J} - \frac{B}{A} \cdot \frac{Q}{J} = 0$$

$$\xi = \frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A}\right)^2 + \frac{Q}{J} \cdot \frac{B}{A}}$$

$$= \frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A}\right)^2 + \frac{4Q^2}{4J^2} \cdot \frac{AB}{A^4} \cdot \frac{J}{Q}}$$

$$\xi = \frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A}\right)^2 \cdot \left(1 + 4AB \cdot \frac{J}{Q}\right)}$$

$$= \frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A} \pm \frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A}\sqrt{1 + 4AB \cdot \frac{J}{Q}}$$

$$\xi = \left(\frac{Q}{J} \cdot \frac{1}{2A}\right)\left(1 \pm \sqrt{1 + 4AB \cdot \frac{J}{Q}}\right) \qquad [84]$$

$$\frac{1}{2\,A} = \frac{4\,\pi\eta}{\varrho_L \cdot D}$$

$$4AB = 4 \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{8\pi\eta} \cdot \frac{2\pi}{D} \sqrt{\frac{\eta}{\varrho_L}} \cdot a = \sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \cdot a$$

$$\xi = \frac{Q}{J} \cdot \frac{4\pi\eta}{\varrho_L \cdot D} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{J}{Q}\sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \cdot a}\right)$$

$$a = \frac{d}{2} \quad (d = \text{diameter of capillary})$$

$$\xi = \frac{Q}{J} \cdot \frac{4\pi\eta}{\varrho_L \cdot D} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{J}{2Q}\sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \cdot d}\right) \quad [85]$$

This expression allows to check the electrokinetic particle potential ξ from experiments. Together with eq. [75] the thickness of double layer may be determined.

The forner investigators having evaluated numerous experiments basing on the Helmholtz formula, the relation between the ζ– and ξ–potentials is very useful for comparison of results.

Basing on eq. [4] the discharge in Helmholt'z expression is deduced:

$$Q = \pi a^2 \cdot u_c = \zeta \cdot \frac{\varrho_L \cdot D}{4\pi\eta} \pi a^2 \cdot j_c \quad [86]$$

$$\pi a^2 \cdot j_c = J$$

$$Q = \zeta \frac{\varrho_L \cdot D}{4\pi\eta} \cdot J . \quad [87]$$

The electrokinetic particle potential ζ (Helmholtz) is obtained:

$$\zeta = \frac{Q}{J} \cdot \frac{4\pi\varrho}{\varrho_L \cdot D} . \quad [88]$$

The ratio $\varkappa$ (eq. [59]) of the two electrokinetic particle potentials may now be determined (eq. [85] and [88]):

$$\varkappa = \frac{\xi}{\zeta} = \frac{\frac{Q}{J} \cdot \frac{4\pi\eta}{\varrho_L \cdot D}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{J}{2Q}\sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \cdot d}\right)}{\frac{Q}{J} \cdot \frac{4\pi\eta}{\varrho_L \cdot D}}$$

$$\varkappa = 1 + \sqrt{1 + \frac{J}{2Q}\sqrt{\frac{\varrho_L}{\eta}} \cdot d} . \quad [89]$$

For obtaining now an idea of the order of magnitude of the electrokinetic particle potential ξ as defined a formerly executed experiment of K. Illig and N. Schönfeldt with a glass-Filter (Schott & Gen., Jena) and $CuSO_4$–solution, containing complete indications for determining $\varkappa$, is used [14,15]. The magnitudes of this experiment were:

Magnitudes		Indications	In C. G. S.-Units
Diameter of pores	d	$(5 \div 10) \cdot 10^{-4}$ cm	$(5 \div 10) . 10^{-4}$
Solution		$CuSO_4$	
Concentration . . .	c	0,05693 %	0,05693%
Conductibility . . .	λ	$3{,}32 \cdot 10^{-4}\ \Omega^{-1}\ cm^{-1}$	—
Specific electric resistance . . .	ϱ_L	$3{,}01 \cdot 10^3\ \Omega\ cm$	$3{,}35 \cdot 10^{-9}$
Dielectric constant .	D	78	78
Viscosity	η	0,0123 Poises	0,0123
Discharge	Q	$9{,}26 \cdot 10^{-4}$ cm³/sec	$9{,}26 . 10^{-4}$
Current strength . .	J	$5 . 10^{-3}$ Amp	$15 . 10^6$
Electrokinetic particle potential (Helmholtz)	ζ	— 0.01153 Volt	—

The transforming coefficient $\varkappa$ according to eq. [89] results:

$$\varkappa = 1 +$$

$$+ \sqrt{1 + \frac{15 \cdot 10^6}{2 \cdot 9{,}26 \cdot 10^{-4}} \sqrt{\frac{3{,}35 \cdot 10^{-9}}{1{,}23 \cdot 10^{-2}}} (5 \div 10) \cdot 10^{-4}}$$

$$\varkappa = 46{,}8 \div 65{,}8$$

and the electrokinetic particle potential as defined is:

$$\xi = \varkappa \cdot \zeta = -0{,}01153\,(46{,}8 + 65{,}8) =$$

$$= -(0{,}54 \div 0{,}76) \text{ Volt.}$$

From this calculation follows, that the ξ-potential shows an order of magnitude of $10^{-1} - 10^{0}$ Volts.

Comparing this result with the galvanic potentials we see on the one hand from table 3 that the electrokinetic particle potentials according to Helmholtz exhibit the order of magnitude of about 10^{-2} Volts. On the other hand the absolute normal potentials own the order of magnitude of $10^{-1} - 10^{0}$ Volts (table 1).

Basing on the assumptions made in the preceeding considerations the modified ξ-potential shows too the order of Volts. Hence the outlined hypothesis as well as the other reflexions combined lead to the conclusion, that the electrokinetic particle potential probably is a simple contact potential apparent to the potential of galvanic chains and of the same order of magnitude.

ABSTRACT

Summarizing, the detailed study of the electrosmotic phenomenon leads to the following results:

From the consideration of the electrosmotic flow as a partial electric surface current always combined with electric current caused by the interfering electrolytic processus follows that the contradictions resulting from application of the classic theory, when applied to special problems, e.g. the electrosmotic rise in function of capillary diameter, disappear. With the increase of capillary diameter, the electrosmotic effect decreases in accordance to experience, while from the classic theory the opposite effect results.

Taking in consideration the electrolytic part of current the modified electrokinetic particle potential results constant, a real physical magnitude and independent from the capillary diameter as must be expected basing on the original definition of the particle potential.

Supposing the electrosmotic part of flow to be some sort of film motion the modified electrokinetic potentials show an order of magnitude of Volts and seem to represent simple contact potentials similar to galvanic potential differences and with these results the precariousnesses of the classic theory seem to vanish.

The theoretic deductions of the present paper treating the nature of electrosmotic phenomenon represent a hypothesis, that aims at avoiding the contradictions arising from application of the known theory, when applied beyond it's limits. The theory outlined cannot solve definitively the question of the nature of the electrokinetic particle potential, since it bases only on physical reflexions. For a complete knowledge of this magnitude direct measurements of electrosmotic particle potentials not yet available would have to be esecuted i. e. the determination of potential differences between non-conductors and aqueous solutions. But the theoretic considerations made give the allusion, that the electrokinetic particle potentials seem to be apparented to the contact potentials known of the galvanic chains. This indication is supported by the fact that the definitions of contact potentials and electrokinetic particle potentials in fond are identical. But the experiments show, that on the one hand the absolute potential of silver e.g. is 1.077 Volt (table 1). On the opposite it's electrokinetic particle potential deduced from the Helmholtz formula varies from 0.032-0.048 Volts (table 3) Since from the two potentials a difference of order of magnitude results, there arises the question of the causes of this considerable difference and the real nature of the electrokinetic particle potential.

RIASSUNTO

La Memoria inizia con una breve esposizione delle ipotesi e dei risultati delle teorie classiche sull'effetto elettrosmotico nei tubi

capillari, sviluppate da Helmholtz, Lamb e Perrin.

La teoria di Helmholtz assume che in uno strato liquido di spessore piccolissimo δ adiacente alla parte del capillare (strato limite), si stabilisca una (d.d.p.) differenza di potenziale (potenziale elettrocinetico, e.c.) fra il liquido e la parete: inoltre, tale teoria suppone che il moto del liquido sia laminare, con velocità variabile linearmente da zero sulla parete, fino ad un massimo (u_c) *conseguito a distanza dalla parete stessa: tale velocità massima si mantiene costante nella massa del liquido fuori dello strato limite.*

Helmholtz giunge ad una relazione che mostra come la velocità (u_c) *risulti proporzionale al campo impresso, al potenziale e.c. alla costante dielettrica e sia indipendente dallo spessore δ dello strato limite.*

Lamb considera lo strato limite come un doppio strato elettrico di spessore δ, in cui la parte non adiacente alla parete del capillare si sposta sotto l'azione del campo elettrico esterno, contrariamente ad Helmholtz, il moto del liquido non è supposto laminare. La formula che si deduce da questa ipotesi differisce da quella di Helmholtz per un termine moltiplicativo, che diviene uguale all'unità quando si faccia l'ulteriore ipotesi del moto laminare.

Perrin, facendo sostanzialmente le stesse ipotesi di Helmholtz, giunge alle stesse relazioni. La differenza sta nel modo di trattazione, estremamente semplificato mediante la considerazione dello strato limite come un condensatore. Inoltre Perrin pone in relazione il potenziale e.c. con il potenziale normale del solido rispetto alla soluzione e con l'attività ionica, il che costituisce un primo tentativo di spiegazione teorica dell'esistenza del potenziale e.c., fino al lavoro di Perrin semplicemente constatata.

Con l'ausilio delle teorie classiche ora esposte, è facile mettere in relazione la velocità di filtrazione v_e *(proporzionale al campo applicato) con la velocità* u_c *di efflusso del liquido da uno dei capillari costituenti il filtro. Secondo l'A. e sulla base delle ipotesi classiche il coefficiente di filtrazione (rapporto fra la velocità di filtrazione e il campo) sarebbe proporzionale al potenziale elettrocinetico. La conoscenza del coefficiente di filtrazione (facilmente misurabile sperimentalmente) permette, di conseguenza, di calcolare il potenziale e.c.: il calcolo, condotto da vari studiosi, su diverse sostanze, conduce a valori del potenziale e.c. dell'ordine di* 10^{-2} *volt.*

Le teorie classiche dell'effetto elettrosmotico non vanno esenti da obiezioni, e talvolta prevedono fatti che l'esperienza non conferma. Per esempio, secondo tutte le formule dedotte dalle teoria citate, la portata del flusso elettrosmotico varia in ragion diretta del quadrato del raggio del capillare, mentre l'esperienza mostra che l'efflusso raggiunge un massimo per un certo raggio del capillare, oltre il quale non è più possibile osservare alcun effetto apprezzabile; di più alcuni materiali a grana fina (quali per esempio, la bentonite) mostrano efflussi uguali, o anche maggiori, di materiali più grossolani, come fanghi o polveri di quarzo.

Le prime teorie classiche portano ad espressioni del potenziale e.c. che dipendono dal raggio del capillare: questo fatto è difficilmente spiegabile dal punto di vista fisico. Inoltre si assegna al potenziale e.c. un ordine di grandezza di 10^{-2} *volt.; mentre i potenziali di contatto delle catene galvaniche (che, secondo l'A., rappresenterebbero le conseguenze di fenomeni analoghi all'effetto elettroosmotico) sono dell'ordine del volt.*

Infine, le teorie classiche trascurano completamente i fenomeni elettrolitici, ovviamente sempre presenti nella massa del liquido, e che contribuiscono in maniera non trascurabile al trasporto di corrente.

Per superare tutte queste difficoltà, l'A. espone una sua teoria sull'effetto elettrosmotico combinato con quello elettrolitico.

Le ipotesi sono sempre le stesse, il potenziale e.c. è definito ancora come d.d.p. fra strato limite e fase solida, il flusso elettrosmotico è considerato laminare: in più, nel flusso di corrente interviene in modo essenziale l'effetto elettrolitico. Con queste premesse, l'A. deduce, per l'effetto elettrosmotico, una espressione formalmente identica a quella di Helmholtz e Perrin, determina il rapporto fra corrente elettrosmotica e corrente elettrolitica, che risulta inversamente proporzionale al raggio del capillare: il che porta di conseguenza che, per raggi grandissimi, la corrente è tutta elettrolitica, per raggi piccolissimi tutta elettrosmotica.

Inoltre, l'A. giunge ad una espressione del

potenziale e.c. indipendente dal raggio del capillare, e di ordine di grandezza molto più grande di quello previsto dalle teorie classiche; l'ordine di grandezza è ricondotto a quello delle catene galvaniche.

Per quanto riguarda il calcolo della portata, l'A. fa l'ipotesi che il trasporto dovuto all'effetto elettrolitico sia complessivamente nullo e che il trasporto effettivo avvenga solo per effetto elettrosmotico, ed abbia quindi sede solo sullo strato limite: come conseguenza si ha una formula per il potenziale e.c., che permette di calcolare lo spessore dello strato limite.

In conclusione, la teoria esposta dall'A. tende ad eliminare alcune delle più gravi contraddizioni fra teorie classiche ed esperienza dell'effetto elettrosmotico, e completare quest'ultime, fornendo per esempio, il modo di calcolare lo spessore dello strato limite. Per contro, non entra in merito al meccanismo di formazione del potenziale e.c., se non con l'ipotesi che sia del tipo « potenziale di contatto » di catene galvaniche: anzi l'A. stesso raccomanda uno studio più approfondito di tale parte del fenomeno, chiave di volta dell'intero effetto.

REFERENCES

(1) Casagrande, L., *Review of Past and Current Work on Electro-Osmotic Stabilization of Soils.* Report to the Bureau of Yards and Docks, Harvard Soil Mechanics Series, **45**, Harvard University, Cambridge, Mass. (1953).

(2) Schaad, W. und Haefeli, R., *Die Anwendung der Elektrizität zur Entwässerung und Verbesserung feinkörniger Bodenarten,* Bulletin der Vereinigung Schweizerischer Petrolgeologen und Ingenieure, **42**, Mai (1946) and Strasse und Verkehr, **23/24**, (1946).

(3) — — *Elektrokinetische Erscheinungen und ihre Anwendung in der Bodenmechanik,* Schweiz. Bauzeitung, **65**, Nr. 16-18, Zürich (1947).

(4) — — *Zastosowanie elektrycznoŝzi do odwaniania i melioracji gruntów drnobnozi–arnistych,* Obdudowa, 3, (1946).

(5) — — *Electro-Kinetic Phenomena and their Application to Soil Mechanics,* National Research Council of Canada. Division of Building Research, **61**, Ottawa (1948).

(6) Casagrande, L., *Electro-Osmosis in Soils,* Géotechnique, **1**, Nr. 3, June (1949).

(7) Winterkorn, H. F., *Fundamental Similarities between Electro-Osmotic and Thermo-Osmotic Phenomena,* Proc. Highay Res. Board. **27**, pp. 443-455, (1947).

(8) Helmholtz, H., *Studien über elektrische Grenzschichten,* Wiedemanns Annalen der Physik und Chemie, **7**, Leipzig (1879).

(9) Lamb, H., *On the Theory of Electric Endosmosis and other allied Phenomena, and on the Existence of a Sliding Coefficient for a Fluid in Contact with a Solid,* Philosophical Magazine, 25, London (1888)

(10) Perrin, J., *Mécanisme de l'électrisation de contact et solutions colloidales,* Journ. Chim. Phys. **2**, (1904).

(11) Kuhn, W., *Physikalische Chemie,* Wepf & Cie, Basel (1947).

(12) Schaad, W., *Electrical Treatment of Soils,* Proc. Int. Conf. Soil Mech. and Found. Engg. Rotterdam (1948), **VI**, p. 85.

(13) v. Smoluchowski, M., *Elektrische Endosmose und Strömungsströme,* Graetz's Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Leipzig (1912).

(14) Illig, K., und Schoenfeldt, N., *Untersuchungen an Diaphragmen Wissenschaftliche Veröffentlichungen Siemens-Konzern,* **VI**, Springer Berlin (1927).

(15) Prausnitz, P. H., und Reitstötter, J., *Elektrophorese, Elektroosmose, Elektrodialyse,* Th. Steinkoppf, Dresden u. Leipzig (1931).

(16) Belluigi, A., *Vollständige Entwässerung des Wasseresättiften Bodens durch Elektrosmose, die Baubechnitz* (Berlin), Januar 1957.

(17) — *Teoria generale dell'elettrogeosmosi tridimensionale,* Geofisica pura e applicata, **47**, pp. 90-102 (1957).

(18) — *Fenomeni elettrocinetici provocati in terreni cilindrici (fori di sonda, con fanghi etc.) saturi d'acqua (applicazioni varie).* Metano petrolio e nuove energie, N. 8, 1957.

Su un indice di rendimento in meteorologia agraria

EZIO ROSINI

L'agricoltura è una attività umana volta ad ottenere i prodotti della terra con il massimo rendimento, in tutti i sensi: perciò le discipline che le si riferiscono debbono essere valutate come studi destinati, in definitiva, a migliorare il rendimento delle colture. Fra questi l'ecologia agraria si occupa dell'influenza che sul rendimento ha l'ambiente, atmosfera e suolo, in cui la pianta vive. Per quanto riguarda l'atmosfera, invero, tale studio già faceva parte della meteorologia agraria, ed anzi può notarsi che l'ecologia agraria si limita praticamente alla considerazione del clima, anzi soltanto di pochi suoi elementi. Alcuni recenti fatti hanno richiamato l'interesse su tale ordine di studi, che è doveroso promuovere attivamente in vista della imponente incidenza che possono avere sulla razionalità delle colture e quindi sull'economia nazionale.

A parere dello scrivente l'ecologia agraria si vale di alcune felici intuizioni, che peraltro possono essere realizzate con una visione meteorologica più adeguata e con mezzi statistici meno rudimentali.

Uno dei caposaldi dell'ecologia agraria è il cosidetto equivalente meteorologico; ci si propone di mostrare nella presente comunicazione come da esso si possa prendere lo spunto per definire un interessante indice di rendimento meteorologicamente e statisticamente soddisfacente.

È necessaria una breve premessa. Il rendimento è il risultato della combinazione di due fattori: la produttività, che è una caratteristica intrinseca della specie o della varietà presa in esame, e la resistenza, cioè la capacità di produrre in condizioni ambientali vieppiù lontane dalle ottime. È in questo aspetto che entra lo studio dell'ambiente come fattore di rendimento. Uno studio teorico, o meglio concepito in condizioni piuttosto astratte di ricerca, prenderebbe in considerazione tutti i fattori esterni del rendimento, ed arriverebbe a scrivere una relazione funzionale in cui il rendimento stesso sarebbe espresso nella forma:

$$R = f\,(X_1,\ X_2 \ldots . X_n)$$

dove con X sono indicati tutti i possibili fattori, che sono in maggioranza essi stessi delle funzioni. Come ben noto, è tempo perduto costruire considerazioni su questa base, poichè la realtà biologica sfugge ad un tale inquadramento ed accetta solo di essere avvicinata con relazioni statistiche, cioè relazioni di gruppo che rispettino un certo grado di libertà individuale.

Si potrebbe pensare allora ad un attacco con il metodo delle correlazioni, facendo uso del concetto di correlazione totale; questo metodo avrebbe anche il vantaggio di mettere in luce il grado di interdipendenza tra i vari fattori e precisare la forza del loro legame e l'importanza di ciascuno di essi. Tuttavia anche questo schema nella sua applicazione sembra essere troppo astratto, uno strumento troppo macchinoso e confuso nei risultati per essere usato con vantaggio, tanto più che probabilmente non basterebbe la regressione lineare.

Si è pensato allora a qualcosa di più semplice, che sinteticamente permetta di esprimere un giudizio sulla adattabilità di una determinata coltura ad un determinato clima.

Lasciando dunque da parte la variabilità del rendimento in funzione analitica o statistica dei vari fattori, si è cercato di esprimere per ogni fattore un *valore limite* al di là del quale la coltura diviene svantaggiosa; tale valore è stato chiamato « equivalente meteorologico ». Questo processo logico è certamente valido in linea generale; le ombre

cominciano quando si considerano i concetti ed i metodi di determinazione degli equivalenti, e le perplessità aumentano con la constatazione dell'assenza di ogni controllo statistico e dell'accettazione senza prova di alcune semplificazioni forse troppo sbrigative, come quella della indipendenza statistica fra i fattori meteorologici. Facendo riferimento costante al Trattato di Azzi (1), è opportuno mostrare con un esempio la definizione e la determinazione di un equivalente meteorologico, quello della siccità per un dato periodo, il periodo critico, di una data coltura, il mais. Fissato il periodo in 30 giorni, per semplicità ad es. il mese di giugno, si prendono in considerazione quante più annate possibili di tutte le località per le quali si posseggono i dati delle precipitazioni e la valutazione del raccolto ottenuto. Divisi (per quanto mi risulta, in maniera puramente qualitativa) i raccolti in cinque gruppi: abbondante, buono, soddisfacente, mediocre, scarso, si prendono in considerazione solo le annate delle singole località appartenenti ai due gruppi estremi, abbondante e scarso, quando possa appurarsi che la scarsità del raccolto sia stata causata dalla siccità. Scelto un ugual numero di casi nei due gruppi dei raccolti abbondanti e scarsi (occorre notare però che la condizione di eguaglianza dei casi enunciata nella definizione il più delle volte poi non è rispettata) si riportano su un asse le precipitazioni mensili di giugno corrispondenti a tali casi, e si vede che i due gruppi come era prevedibile sono ben differenziati fra loro, anche se esiste sempre una zona di mescolanza. Si sceglie allora quel valore delle precipitazioni che separa i due gruppi in modo numericamente simmetrico, cioè in modo che sia eguale il numero di casi con raccolto abbondante e precipitazione inferiore, e con raccolto scarso e precipitazione superiore. Tale valore è l'equivalente della siccità per quella data coltura nel dato periodo del suo sviluppo vegetativo. In *fig. 1* sono riportati, desumendoli dal Trattato citato, due equivalenti ed i dati che son serviti per determinarli. Essi si utilizzano per caratterizzare i rapporti fra una località e quella coltura mediante una frequenza: la frequenza delle annate con precipitazione inferiore all'equivalente, cioè delle annate presumibilmente sfavorevoli. Analogamente si considerano gli equivalenti di siccità e di eccesso pluviometrico per ogni fase dello sviluppo vegetativo e gli equivalenti di deficienza e di ecceso termico.

Sintetizzando le varie critiche che possono muoversi alla definizione ed al calcolo degli equivalenti, si deve notare che i risultati non sono corredati, nè corredabili, da indici di precisione o di variabilità o di attendibilità, di modo che l'uso ne diviene aleatorio e, in definitiva, piuttosto arbitrario. In particolare il criterio di scegliere come valore significativo quello che lascia da parti opposte un ugual numero di casi « asimmetrici » sembra insostenibile quando il numero dei casi presi in considerazione sia diverso nei due gruppi. Inoltre l'equivalente postula dichiaratamente l'esistenza di un limite netto: continuando nell'esempio della siccità, se la pioggia, a parità delle altre condizioni, scende al disotto di quel limite, il rendimento si abbassa bruscamente. Tale almeno è il significato che sembra doversi dare ad una dimostrazione geometrica della « stabilità » degli equivalenti, dimostrazione che peraltro sembra contenere qualche incoerenza. Esisterebbe cioè una specie di soglia di rendimento: ma tale soglia o non esiste o comunque non è espressa dall'equivalente, come si deduce dalle determinazioni finora eseguite e riportate nel già citato Trattato. Infine alcuni equivalenti sono determinati con un numero così esiguo di casi (vedi 2° esempio di *fig. 1*) che sarebbe ben difficile accettarne l'attendibilità.

Lasciando allora da parte gli equivalenti, pur accettando il processo logico sopra indicato, si può arrivare alla definizione di un indice o di un gruppetto ordinato di indici statistici che permettono di caratterizzare rapidamente un clima in rapporto ad una data coltura. Come premessa, occorre sottolineare che non è affatto necessario che la ricerca di tali indici si risolva in poche operazioni: infatti la loro individuazione e calcolo si effettuano una sola volta per ciascuna coltura, e d'altronde possono oggi usarsi strumenti rapidissimi di indagine sta-

(1) G. Azzi: « Ecologie agricole », Librerie J. B. Baillière et fils, Paris, 154.

tistica e calcolo numerico. Ciò che veramente importa invece, anche per le esigenze dell'ambiente agrario cui si rivolgono, è che gli indici siano limpidissimi nel loro significato e, una volta determinati, diano risposte immediate e semplici in ogni applicazione particolare.

Come si richiede nelle ricerche statistiche, non postuliamo nessuna ipotesi di partenza circa i fattori che agiscono sul rendimento e circa il meccanismo della loro azione. Operiamo prima una analisi statistica che mostri quali connessioni esistano in entità significative fra il rendimento ed i singoli possibili fattori presi isolatamente nelle varie fasi dello sviluppo. Riprendiamo poi i fattori di cui si è così dimostrata l'influenza sul rendimento e definiamo alcuni indici che delimitino il campo di variabilità oltre il quale la coltura supera un determinato livello di probabilità di rendimento svantaggioso.

Come esempio prendiamo la coltura del grano, il cui periodo vegetativo comprende 4 fasi: la 1ª va dalla semina all'inizio del riposo invernale; la 2ª è il riposo invernale, fino alla ripresa primaverile dello sviluppo; la 3ª dalla ripresa dello sviluppo alla spigatura; la 4ª dalla spigatura alla completa maturità. Consideriamo tutte le località e per ciascuna di esse tutte le annate per le quali si posseggono dati sulle durate delle varie fasi, sul rendimento del raccolto e sulla evoluzione dei diversi fattori meteorologici. Otteniamo in tal modo il nostro materiale sperimentale, costituito da un certo numero di osservazioni complete: 100 località con una media di 30 anni forniscono 3.000 di tali osservazioni. Ordiniamo le osservazioni in base al valore del rendimento in ordine crescente ed operiamo la divisione in 3 gruppi comprendenti il 1º il *25%* dei casi, cioè 750 casi che si chiameranno di rendimento cattivo, il 2º il *50%* dei casi con rendimento normale, il 3º gruppo il rimanente *25%* di casi di rendimento che chiameremo buono. Ai fini della prima fase della nostra ricerca, quelle della individuazione dei fattori singoli aventi importanza, trascuriamo il *50%* dei casi intermedi, cioè i casi con raccolto normale, come i meno idonei a dare una precisa indicazione, ed operiamo un confronto fra i due gruppi statistici estremi dei raccolti buoni e cattivi. Ciascuno di esse si

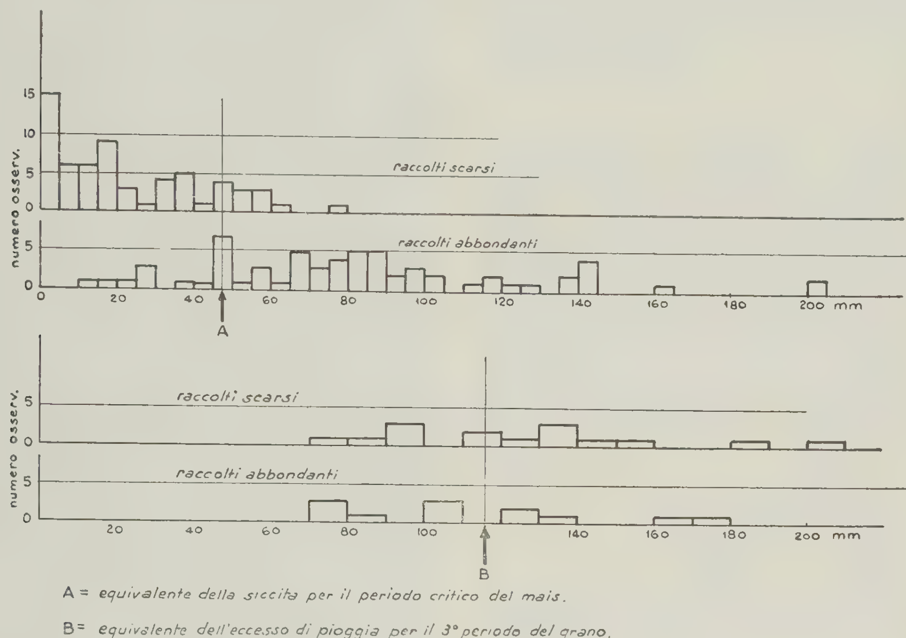


Fig. 1

presenta come un quadro di numeri, dove sono indicati i vari elementi presi in considerazione: nº d'ordine, durata in giorni, totale precipitazioni in mm, nº giorni con precipitazioni, temperatura media, media delle temperature minime giornaliere, idem massime, totale ore di insolazione (o nuvolosità media, o nº giorni con cielo coperto), umidità relativa media ecc.

Prendiamo innanzi tutto in esame un elemento che non è un preciso fattore, cioè la durata delle singole fasi, perchè da esso possono derivare degli orientamenti utili, poi consideriamo isolatamente gli altri fattori nominati. La maniera più sbrigativa di procedere il confronto statistico è quello di costruire le due curve di frequenza dei rendimenti buoni B e cattivi C. Ad esempio per la durata della 1ª fase si ottiene un grafico del tipo di *fig. 2*: le curve sono sensibil-

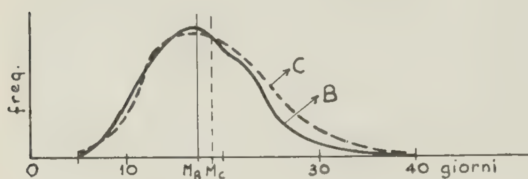


Fig. 2

mente gaussiane e quindi di confronto può farsi sulla differenza delle due medie M_B e M_C secondo il ben noto criterio, secondo cui tale differenza è significativa, cioè indica una diversità effettiva fra i due gruppi, se risulta $|M_B - M_C| \geqslant 3 \sqrt{\sigma_B^2 + \sigma_C^2}$ dove σ_B^2 e σ_C^2 sono le varianze delle medie dei due gruppi. In realtà la differenza risulta in questo caso non significativa. Come altro esempio, il grafico delle precipitazioni nella 3ª fase, quella precedente la spigatura, è del tipo di *fig. 3*.

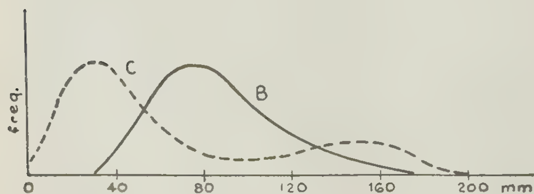


Fig. 3

Come si vede, le due distribuzioni sono sostanzialmente diverse, cioè le precipitazioni nella fase precedente la spigatura costituiscono un fattore determinante del rendimento. Qui non avrebbe senso il confronto fra le due medie; invece si può presumere che le cause di cattivo raccolto possano essere sia la siccità, che è la più frequente, sia la soverchia abbondanza di precipitazioni. Molte deduzioni, sulle quali non ci soffermiamo qui, possono ricavarsi dall'esame statistico più approfondito delle due distribuzioni.

Enucleati in tal maniera i fattori che singolarmente presi dimostrano un comportamento selettivo nei riguardi del rendimento, mostriamo che si possano definire degli indici di rendimento per ciascuno di essi. Negli esempi riportati la durata della 1ª fase non è significativa, quindi non c'è bisogno di alcun indice per essa. Per le precipitazioni nella 3ª fase invece, ad esempio, procediamo come segue. L'analisi precedente ha già mostrato l'importanza di tale fattore, perciò riprendiamo l'intero numero dei casi osservati, 3.000, e questa volta confrontiamo le curve di distribuzione rispetto alla quantità di precipitazione dell'intero complesso e dei soli 750 casi cattivi: precisamente, per ogni valore delle precipitazioni determiniamo il rapporto $\frac{C}{N}$ fra i casi di rendimento cattivo e il totale dei casi: il valor medio di tale rapporto è evidentemente 0,25, ma il suo andamento è dato da un grafico del tipo di *fig. 4*.

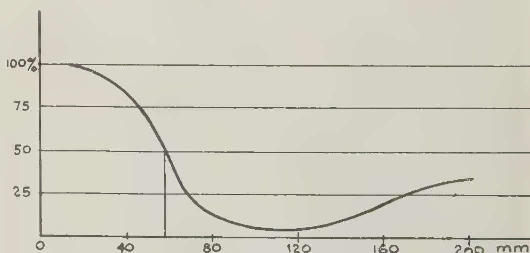


Fig. 4

Questo suggerisce di definire un *indice di siccità* S, dato da quel valore in *mm* pel quale la curva taglia l'ordinata del 50%: cioè dire che i raccolti cattivi, che nella to-

talità rappresentano il 25% dei casi, per precipitazioni inferiori ad S divengono oltre il 50% dei casi, e quindi la coltura diviene sconsigliabile. Il livello di frequenza del 50% (o di probabilità 0,5, poichè le frequenze possono essere assunte come probabilità, salvo un accertamento statistico in tal senso che potrà far scartare qualche determinazione) è stato scelto arbitrariamente, e la pratica potrà consigliarne uno diverso: l'importante è che qui viene precisato il livello di probabilità ed il significato di valutazione probabilistica offerta dall'indice.

Dal grafico di *fig. 4* si deduce anche che non vi è luogo a considerare un corrispondente definito indice di eccesso pluviometrico per la 3ª fase di sviluppo del grano, perchè le precipitazioni abbondanti pur essendo pericolose per il raccolto come indica il grafico di *fig. 3*, non sono univoche nei loro effetti. È evidente dal confronto dei due grafici *fig. 3* e *fig. 4* che le precipitazioni troppo abbondanti possono o meno rovinare i prodotti non per effetto diretto ed univoco, ma a seconda dell'incidenza di qualche altro fattore. Si constata effettivamente che in questo caso risulta significativo l'esame statistico dell'accoppiamento precipitazioni-temperatura, e più ancora risulta determinante il comportamento dell'umidità relativa. Cioè in definitiva per la fase precedente la spigatura del grano occorre considerare un *indice di siccità* S ed un *indice di eccesso di umidità*, anzichè un indice di eccesso pluviometrico.

Per ogni coltura, in conclusione, si può fornire un gruppetto di valori, aventi un significato assai limpido: quando i fattori corrispondenti oltrepassano quei valori, c'è da attendersi un raccolto pessimo ogni due volte che questo si verifica.

Se in una determinata località le precipitazioni inferiori ad S si presentano con la frequenza percentuale f, il numero $\frac{1}{2} f$ ci fornisce la probabilità minima che quella coltura in quella località dia luogo, in un generico anno, a raccolto cattivo: in altre parole se la precipitazione è inferiore ad S per 4 volte su 10, cioè $f = 40\%$, la probabilità di raccolto cattivo il prossimo anno è almeno 20%, cioè in media almeno un raccolto cattivo ogni 5 anni. Naturalmente, in un confronto fra varietà diverse, si dovrà anche valutare la « cattiveria » del raccolto, che qui non è data perchè abbiamo chiamato cattivi il 25% dei casi. Ma tralasciamo questa considerazione, che d'altronde si può risolvere in maniera abbastanza ovvia prendendo in considerazione i dati quantitativi dei rendimenti.

* * *

Se il numero dei dati e la bontà delle osservazioni lo consentono, si può passare all'esame dei rapporti che intercorrono fra il rendimento e tutti quegli *accoppiamenti di fattori metereologici* che possano ragionevolmente prospettarsi come interessanti in base all'esame singolo già fatto. A tal fine un procedimento di primo saggio può essere il seguente. Supponiamo di voler saggiare l'esistenza di un legame fra rendimento del grano e accoppiamento quantità di precipitazioni-ore di insolazione nella 4ª fase dello sviluppo. Gli N casi che abbiamo a disposizione, ad es. 3.000, siano suddivisi in gruppi come segue: riguardo alle precipitazioni, si determinano due limiti R_1 ed R_2 tali che le precipitazioni inferiori ad R_1 costituiscano il 25% dei casi, cioè 750, le precipitazioni fra R_1 ed R_2 il 50% dei casi, cioè 1.500, e le precipitazioni maggiori di R_2 il restante 25% dei casi. Analogamente operiamo per le ore di insolazione, determinando due limiti O_1 ed O_2 tali che le insolazioni inferiori ad O_1 rappresentino il 25% dei casi, come le insolazioni superiori ad O_2. Veniamo con ciò a suddividere gli N casi in 9 gruppi, situati come in fig. 5 in un piano che abbia

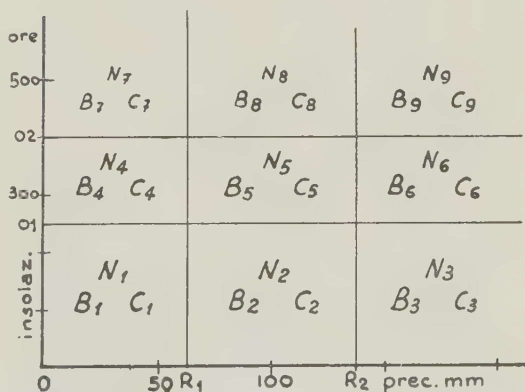


Fig. 5

per ascisse le quantità di precipitazioni in mm ed in ordinate le ore di insolazione. Per ciascun gruppo poi eseguiamo il conteggio dei raccolti buoni B e cattivi C secondo la suddivisione già operata in precedenza, e riportiamo i numeri ottenuti nel grafico di *fig. 5*. Infine formiamo il quadro di fig. 6*a*) dove sono eseguite le differenze $d_i = B_i - C_i$, $i = 1, 2, \ldots 9$ e se si vuole il quadro di fig. 6 b) dove sono riportati i rapporti di tali differenze ai rispettivi numeri totali di casi:

$$r_i = \frac{d_i}{N_i} \qquad i = 1, 2, \ldots 9 -$$

Poichè $\Sigma B_i = \Sigma C_i = \frac{1}{4} N$, risulta $\Sigma d_i = O$.

L'ispezione attenta dei quadri di *fig. 5* e *fig. 6*, anche senza uso di strumenti statistici, permette di rendersi conto, sia pure in maniera qualitativa, dell'influenza o meno sul rendimento dell'accoppiamento di fattori prescelto: ciò è sufficiente, perchè questo saggio tende solo alla individuazione degli accoppiamenti da considerare più dettagliatamente. Tuttavia chi non ritenesse sufficiente tale ispezione qualitativa potrebbe adottare il seguente procedimento, con il quale trattiamo in generale l'esame da compiere. L'esame in realtà deve tener conto di due circostanze che si sovrappongono: 1) l'eventuale esistenza e forza di una connessione fra i due fattori meteorologici, di natura evidentemente meteorologica; 2) la concomitanza o meno dei due fattori nell'influire sul rendimento, indipendentemente dalla loro connessione. La prima possibilità si esamina prendendo in considerazione i soli numeri N_i: la rigorosa indipendenza fra i due fattori porterebbe a verificare le relazioni $N_1 = N_3 = N_7 = N_9$; $N_2 = N_4 = N_6 = N_8$ mentre la totale interdipendenza (lineare) comporterebbe la verifica di uno dei due gruppi di relazioni $N_2 = N_3 = N_4 = N_6 = N_7 = N_8 = O$

e quindi $N_1 = N_9 = \frac{1}{4} N$; $N_5 = \frac{1}{2} N$

oppure $N_1 = N_2 = N_4 = N_6 = N_8 = N_9 = O$

e quindi $N_3 = N_7 = \frac{1}{4} N$; $N_5 = \frac{1}{2} N$

d_7	d_8	d_9
d_4	d_5	d_6
d_1	d_2	d_3

a)

r_7	r_8	r_9
r_4	r_5	r_6
r_1	r_2	r_3

b)

La interdipendenza completa o quasi completa, ovviamente, permetterebbe di trascurare uno dei due fattori nei rapporti con il rendimento.

La collaborazione dei due fattori nel condizionare il rendimento si esamina facendo ricorso al criterio del χ^2 di Pearson, che sembra particolarmente idoneo per l'attuale problema. Prendiamo ora come dati di fatto i numeri N_i; questi in generale si suddividono in modo che i numeri B_i e C_i si presentano con proporzioni variabili da casella a casella. Considerando i soli raccolti cattivi C_i, se questi fossero indipendenti dai due fattori, e non vi fossero deviazioni casuali, essi sarebbero ovunque uguali al *25%* dei casi presenti:

$$C_i = \frac{N_i}{4} \qquad i = 1, 2, \ldots 9.$$

In realtà i numeri C_i saranno diversi dai numeri $\frac{1}{4} N_i$, e dobbiamo determinare se gli scostamenti possano essere attribuiti al caso oppure se appaiano significativi di una diversa legge di distribuzione. Come noto, si utilizza il criterio della conformità del χ^2 di Pearson, cioè si calcola la quantità

$$\chi^2 = \Sigma_i \frac{\left(C_i - \frac{1}{4} N_i\right)^2}{\frac{1}{4} N_i} \qquad i = 1, 2, \ldots 9$$

escludendo gli eventuali termini indeterminati dovuti alle caselle vuote. Supponendo ogni $N_i > O$, ed avendosi la condizione $\Sigma C_i = \Sigma \frac{1}{4} N_i$, i gradi di libertà con cui entrare nelle tavole sono in numero di 8 (possiamo infatti prescindere dai vincoli

$0 \leqslant C_i \leqslant N_i$ che appaiono marginali in una distribuzione casuale). Se la probabilità associata al χ^2 nella distribuzione normale è minore del 5 %, possiamo considerare accertata la dipendenza del rendimento dalla coppia di fattori (è chiaro che qui occorre scegliere un livello piuttosto basso di conformità, quale è il 5 %). Come noto il criterio del χ^2 è pienamente valido per grandi campioni, cioè in pratica quando i termini da confrontare solo eccezionalmente risultino inferiori al 10; ciò significa che il numero totale dei casi presi in considerazione non deve essere troppo inferiore al 500, limite questo che deve essere, ci sembra, sempre rispettato nelle presenti ricerche.

Supponiamo dunque di aver stabilito che la coppia precipitazione-insolazione ha influenza sul raccolto. Per caratterizzare sinteticamente tale influenza riprendiamo gli N casi osservati e distribuiamoli ora in una normale tabella di frequenza a doppia entrata con le precipitazioni e le durate di insolazione divise in piccoli intervalli equidistanti. Per ogni casella, come nel caso dei singoli fattori, calcoliamo il rapporto $\frac{C}{N}$ fra numero di casi con rendimento cattivo e numero totale dei casi che rientrano nei limiti della casella: quanto più l'indagine è circostanziata tanto più si perviene ad un risultato del tipo di *fig. 7*, dove per sempli-

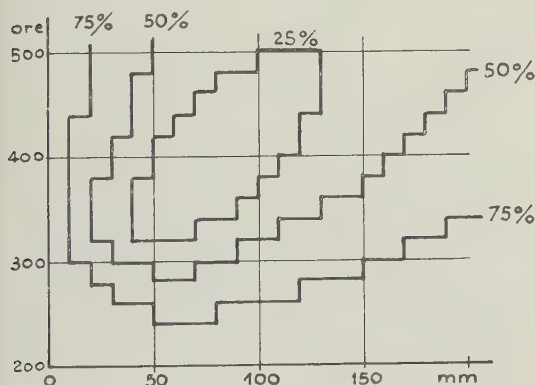


Fig. 7

cità sono stati marcati i limiti delle caselle con numero di casi con rendimento cattivo rispettivamente superiori al 25 %, 50 %, 75 % del numero complessivo dei casi. L'uso del grafico di *fig. 7* è immediato per caratterizzare il comportamento della coltura in un clima dato: basta vedere come la frequenza climatica dei valori precipitazioni-insolazione si distribuisce nelle varie regioni del grafico per dedurne la probabilità di rendimento cattivo in ogni anno. Se però fissiamo l'attenzione, come nel caso dei singoli fattori, sul solo valore 50 % delle frequenze dei raccolti cattivi, possiamo passare dal grafico ad una tabella semplice nella quale per una serie di valori dell'insolazione si dà l'intervallo di precipitazione *al difuori del quale* la probabilità dei rendimenti cattivi supera il 50 % (o viceversa). La tabella di *fig. 8*

ore di insolaz.	precipitazioni in mm
260	←——————→
280	← 50 70 →
300	← 30 90 →
320	← 20 110 →
340	← 20 130 →
360	← 20 150 →
380	← 20 160 →
400	← 30 170 →
420	← 30 180 →
440	← 40 190 →
460	← 40 200 →

Le frecce indicano gli intervalli sfavorevoli (frequenza C > 50%)

Fig. 8

puramente indicativa, traduce il grafico di *fig. 7* nell'esempio considerato.

L'uso della tabella è immediato. La tabella stessa costituisce l'*indice di rendimento* dell'azione combinata dei due fattori presi in esame. Non è da meravigliarsi se in questo

caso l'indice invece di essere un numero è una tabella di numeri. Infatti per poter semplificare la tabella occorrerebbe che il rendimento fosse indipendente da uno o da ambedue i fattori, casi che abbiamo escluso, oppure che i due fattori non mostrassero alcuna interazione nel condizionare il rendimento, ciascuno mantenendo costanti i propri limiti di rendimento: in tale eventualità la tabella potrebbe risolversi negli indici di rendimento relativi ai due fattori singolarmente presi.

RIASSUNTO

Si sottopone ad un esame critico uno dei caposaldi dell'Ecologia agraria: il concetto di equivalente meteorologico. Si mostra come a questo possa sostituirsi un indice di rendimento statisticamente definito, di cui si fanno alcuni esempi di applicazione. Si considera poi la dipendenza simultanea del rendimento da due fattori meteorologici, si mostra come possa condursi l'esame statistico di tale dipendenza e si definisce il relativo indice complesso di rendimento.

ABSTRACT

The conception of meteorological equivalent one of the main points of the agrarian Echology, is critically examined. It is shown that this conception can be replaced by an efficiency index, the application of which is shown in some examples.

The simultaneous dependence of the efficiency from two meteorological factors is considered; in what manner the statistical examination of this dependence can be made is shown and the complex efficiency index is defined.

Elementi per una teoria dei giacimenti di vapore naturale

C. CONTINI

EQUAZIONI GENERALI DEL FLUSSO DEL VAPORE.

Il movimento dei fluidi negli strati porosi e permeabili del sottosuolo deve soddisfare innanzitutto alla *equazione di continuità*

$$\frac{\partial(\gamma V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\gamma V_z)}{\partial z} = -f\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}, \qquad [1]$$

ove siano V_x, V_y e V_z le componenti della velocità del flusso rispettivamente secondo le direzioni degli assi ortogonali X, Y, Z del sistema cartesiano di riferimento, γ la densità del fluido, f la porosità del mezzo e τ il tempo.

Se supponiamo che il flusso avvenga secondo la legge di Darcy ossia che

$$V_x = -\frac{k}{\eta}\left(\frac{\partial p}{\partial x} - F_x\right)$$
$$V_y = -\frac{k}{\eta}\left(\frac{\partial p}{\partial y} - F_y\right) \qquad [2]$$
$$V_z = -\frac{k}{\eta}\left(\frac{\partial p}{\partial z} - F_z\right),$$

ove p pressione in atto, k permeabilità del mezzo, η viscosità del fluido, F_x, F_y e F_z componenti secondo le direzioni degli assi X, Y e Z di una forza F qualunque esterna agente sul fluido e, inoltre, supponiamo che la forza F ammetta potenziale, abbiamo

$$V_x = -\frac{\partial W}{\partial x}$$
$$V_y = -\frac{\partial W}{\partial y} \qquad [3]$$
$$V_z = -\frac{\partial W}{\partial z},$$

essendo indicato con W il *potenziale della velocità*

$$W = \frac{k}{\eta}(p + \varphi), \qquad [4]$$

φ funzione potenziale di F.

Dalla [1] otteniamo allora

$$\frac{\partial\gamma}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial\gamma}{\partial y}\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial\gamma}{\partial z}\frac{\partial W}{\partial z} + \gamma\Delta_2 W = f\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}, \qquad [5]$$

ove

$$\Delta_2 W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2}. \qquad [6]$$

Se il fluido in movimento è costituito da un liquido di compressibilità trascurabile e quindi con densità costante, poichè necessariamente è $\Delta_2\varphi = 0$, abbiamo la condizione

$$\Delta_2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0. \qquad [7]$$

Nel caso che il fluido sia un gas perfetto, supposto che nell'espansione la densità e la pressione varino secondo la legge

$$p = \left(\frac{\gamma}{\gamma_u}\right)^m, \qquad [8]$$

ove γ_u sia la densità del fluido corrispondente alla pressione unitaria, abbiamo invece

$$\Delta_2\gamma^{m+1} = \frac{\partial^2\gamma^{m+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\gamma^{m+1}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\gamma^{m+1}}{\partial z^2} = \frac{m+1}{m} f \frac{\eta}{k}\gamma_u^m\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}, \qquad [9]$$

ammessa trascurabile l'influenza della gravità sulla densità del fluido. Se sostituiamo la pressione alla densità otteniamo per la [8]

$$\Delta_2 p^{\frac{m+1}{m}} = \frac{\partial^2 p^{\frac{m+1}{m}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^{\frac{m+1}{m}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^{\frac{m+1}{m}}}{\partial z^2} = \frac{m+1}{m} f \frac{\eta}{k} p^{-\frac{m+1}{m}} \frac{\partial p}{\partial \tau} . \qquad [10]$$

La costante m è uguale all'unità quando l'espansione del gas è fatta a temperatura costante, espansione isotermica, ed è uguale al rapporto fra i calori specifici del gas a pressione costante c_p ed a volume costante c_v quando l'espansione è fatta senza scambio di calore, espansione adiabatica.

Le equazioni trovate definiscono le caratteristiche del flusso nei diversi punti del mezzo poroso per rispetto al tempo quando sono note le *condizioni al contorno* e le *condizioni iniziali*, le prime definite dalle caratteristiche del flusso in corrispondenza alla superficie di delimitazione del mezzo poroso considerato e le seconde dalle caratteristiche del flusso corrispondenti all'istante d'inizio della misura dei tempi.

La [7] non è altro che l'equazione di Laplace caratteristica delle funzioni armoniche: risulta quindi, nel caso particolare dei fluidi incompressibili, che la funzione W definita dalla [4] è il *potenziale della velocità* del flusso; quando la φ fosse nulla evidentemente il potenziale della velocità è la pressione p.

Se ammettiamo che il flusso dei fluidi avvenga secondo un regime stazionario, tale per cui nei diversi punti del suolo il fluido abbia velocità e caratteristiche fisiche costanti nel tempo, si annullano i termini in $\partial\tau$: quindi l'equazione di continuità si trasforma nella

$$\frac{\partial(\gamma V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\gamma V_z)}{\partial z} = 0 \qquad [11]$$

mentre la [9] e la [10] si trasformano rispettivamente nelle

$$\Delta_2 \gamma^{m+1} = 0 \qquad [12]$$

$$\Delta_2 p^{\frac{m+1}{m}} = 0 . \qquad [13]$$

Per l'equazione di Laplace, la quale trova applicazione in molti altri campi, come la gravimetria, la conduzione del calore, l'elettrostatica, l'elasticità, sono stati elaborati numerosi mezzi di calcolo e sono state date molte soluzioni particolari che ora possono essere utilizzate nello studio del flusso dei liquidi incompressibili secondo la [7]. Per le equazioni [12] e [13] invece non abbiamo nessun mezzo di calcolo e nessuna soluzione particolare: possiamo però ricavare delle soluzioni approssimate, utili per la pratica, se ammettiamo che le potenze $m+1$ di γ ed $(m+1)/m$ di p variano linearmente nel mezzo poroso e quindi risolviamo le equazioni di Laplace che risultano dalle [12] e [13] considerando le stesse potenze come i potenziali della velocità del flusso.

Dinamica dei giacimenti di vapore.

Vediamo ora quali condizioni d'equilibrio si creino in un mezzo M indefinito, omogeneo ed isotropo, di permeabilità k e conduttività termica $\varkappa$, quando nello stesso mezzo affluisca, mediante una *bocca di afflusso* sferica di raggio r_o, del vapore saturo secco alla pressione p_o, ammesso che: 1) il mezzo M sia saturato con un fluido di pressione p_a costante; 2) il vapore ad una certa distanza r_a dal centro della bocca di afflusso venga liquefatto, alla temperatura t_a e alla pressione p_a, e il calore ceduto al mezzo venga disperso per conduzione termica, 3) si stabiliscano delle condizioni d'equilibrio stazionario fra il flusso del vapore e il flusso del calore disperso.

Supposto che il vapore possa considerarsi un gas perfetto, otteniamo dalla [13], considerando come variabile la potenza $(m+1)/m$ della pressione e operando secondo le note modalità sviluppate nella teoria dei potenziali, l'equazione generale

$$r p^{\frac{m+1}{m}} = r_o p_o^{\frac{m+1}{m}} , \qquad [15]$$

ove p indichi la pressione del vapore nel mezzo M alla distanza r qualsiasi dal centro della bocca di afflusso, $r < r_a$.

La portata Q del vapore immesso nel mezzo M, costante, per la legge di Darcy è data in generale dalla

$$Q = -4\pi r^2 \frac{k}{\eta} \gamma \frac{\partial p}{\partial r}, \qquad [15]$$

per cui, essendo

$$\gamma \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{m}{m+1} \gamma_u \frac{\partial p^{\frac{m+1}{m}}}{\partial r}, \qquad [16]$$

otteniamo

$$Q = 4\pi \frac{m}{m+1} \frac{k}{\eta} \gamma_u r_o p_o^{\frac{m+1}{m}}, \qquad [17]$$

od anche, per la [14],

$$Q = 4\pi \frac{m}{m+1} \frac{k}{\eta} \gamma_u r_a p_a^{\frac{m+1}{m}}. \qquad [18]$$

Vediamo da queste che la portata del vapore che il mezzo M può assorbire è proporzionale al raggio r_o della bocca di afflusso, alla potenza $(m+1)/m$ della pressione p_o e alla permeabilità k del mezzo M.

Il calore ceduto dal vapore al mezzo M, il quale deve essere disperso per conduzione, è dato dal prodotto del valore di Q, calcolato mediante la [17] o la [18], per la differenza fra il calore totale I_o del vapore alla bocca di afflusso e il calore totale J_s dell'acqua alla temperatura t_s del mezzo M alle grandi distanze dalla bocca di afflusso del vapore. Abbiamo allora dalla teoria della trasmissione del calore

$$Q (I_o - J_s) = 4\pi \varkappa r_a (t_a - t_s). \qquad [19]$$

La funzione che lega le temperature del vapore saturo alle pressioni per tutto l'intervallo delle temperature da 0° alla temperatura critica è molto complessa: se però consideriamo i valori relativi a un intervallo delle temperature meno esteso possiamo ridurre la funzione a una relazione del tipo

$$t_a = t'_a + C p_a^{\frac{1}{n}} - C p'_a p_a^{-\left(1-\frac{1}{n}\right)} = \sim C (p_n - p'_a)^{\frac{1}{n}}, \qquad [20]$$

ove t'_a valore dell'estremo inferiore dell'intervallo delle temperature considerato, p'_a la pressione corrispondente del vapore saturo, C ed n delle costanti, $n > 1$.

Sostituendo questa nella [19] otteniamo l'equazione

$$(I_o - J_s) \frac{m}{m+1} \frac{\gamma_u}{\eta} \frac{k}{\varkappa} p_a^{\frac{m+1}{m}} - C p_a^{\frac{1}{n}} + C p'_a p_a^{-\left(1-\frac{1}{n}\right)} - (t'_a - t_s) = 0, \qquad [21]$$

la quale ci permette di calcolare i rapporti fra i valori della permeabilità k, della conduttività $\varkappa$ e della pressione p_a che possono dar luogo ad un equilibrio stabile fra il vapore e il fluido contenuto in M.

Quando il rapporto $k/\varkappa$ ha un valore maggiore di quello dato dalla [21] il vapore che affluisce nel mezzo M non può essere tutto condensato se il raggio ha il valore dato dalla [18]: la temperatura allora aumenterà, il decremento della pressione diminuirà e aumenterà il raggio r_a, per cui risulterà in definitiva una diminuzione della portata e un aumento della dispersione del calore; ciò fino a tanto che si stabilirà un equilibrio fra il calore portato dal vapore e quello disperso per conduzione. Esattamente il contrario avviene quando il rapporto $k/\varkappa$ ha un valore minore di quello dato dalla [21].

È da osservare che in ogni caso si arriva a un equilibrio stabile.

In effetto nel mezzo M, che nella realtà dei fatti dobbiamo identificare col sottosuolo, la pressione non è costante, ma, in generale, variabile colla profondità secondo l'equilibrio idrostatico del fluido contenuto, normalmente acqua più o meno salata, ossia con legge lineare. Se indichiamo con H_o la profondità della bocca di afflusso rispetto alla tavola dell'acqua superficiale e con z le quote riferite alla stessa bocca di afflusso dei punti P dello spazio occupato dal vapore, che chiameremo con *giacimento*, possiamo calcolare le pressioni p_a dei punti P del contatto vapore-acqua ponendo semplicemente

$$p_a = \delta_a (H_o - z), \qquad [22]$$

ove δ_a peso specifico del fluido d'imbibizione e z positivo verso l'alto.

In questo caso il flusso del vapore avverrà ancora a raggiera intorno alla bocca di afflusso: poichè però il giacimento non avrà la forma sferica la [18] sarà valida soltanto se riferita ai tubi di flusso elementari: porremo perciò:

$$\delta Q = \frac{m}{m+1} \frac{k}{\eta} \gamma_u r_a p_a^{\frac{m+1}{m}} \delta\Omega \qquad [23]$$

ove $\delta\Omega$ angolo solido, molto piccolo, corrispondente all'ampiezza del tubo considerato, r_a distanza dal centro della bocca di afflusso del contatto vapore-acqua entro il tubo e p_a la pressione agente in corrispondenza allo stesso contatto.

Per le stesse ragioni porremo la [19] sotto la forma

$$(I_o - J_s)\, \delta Q = \varkappa r_a (t_a - t_s)\, \delta\Omega . \qquad [24]$$

Considerando allora costante il raggio, la pressione e la temperatura del contatto vapore-acqua nell'ambito dei diversi tubi di flusso, per ognuno di questi otteniamo un'equazione di condizione uguale alla [21] e possiamo ripetere quanto abbiamo detto pel caso della pressione costante circa le modalità secondo cui è raggiunto l'equilibrio stabile.

Nella realtà, poichè le superfici disperdenti variano per i diversi tubi di flusso, avremo, in generale, che le condizioni dell'equilibrio stabile potranno essere raggiunte soltanto coll'incurvamento verso l'alto di tutte le linee di flusso.

Evidentemente devono risultare al contatto vapore-acqua dei decrementi delle pressioni del vapore maggiori di quelli dell'acqua. Questa condizione, ammesso che l'equilibrio stabile del giacimento sia raggiunto in modo non troppo difforme da quello caratterizzato dalla [21], equivale alla condizione che la derivata della pressione p_a rispetto al raggio r_a risultante dalla [14] sia minore di quella risultante dalla [22]. Considerando la direzione verticale, cui corrispondono le condizioni meno favorevoli, otteniamo in conseguenza la condizione

$$r_a < \frac{m}{2m+1} H_o . \qquad [25]$$

Ammesso che l'equilibrio del giacimento sia raggiunto in modo conforme alla [21] otteniamo per la superficie limite del giacimento l'equazione

$$(x^2 + y^2 + z^2)\left(H_o - z\right)^{2\frac{m+1}{m}} - r_o^2 \left(\frac{P_o}{\delta_a}\right)^{2\frac{m+1}{m}} = 0 \qquad [26]$$

essendo x, y e z le coordinate riferite a un sistema di assi cartesiani ortogonali coll'origine coincidente col centro della bocca d'afflusso e l'asse Z verticale e positivo verso l'alto.

Come si vede, risulta una forma assimilabile, approssimativamente, a una cardioide di rotazione coll'asse polare verticale e il polo coincidente colla bocca di afflusso.

Risultano per la direzione verticale delle distanze del contatto vapore-acqua dal centro della bocca di afflusso che soddisfano all'equazione

$$r_a^{\frac{2m+1}{m+1}} - H_o r_a^{\frac{m}{m+1}} + r_o^{\frac{m}{m+1}} \frac{p_o}{\delta_a} = 0$$

risolubile per via grafica. Per le direzioni orizzontali risulta invece la distanza

$$r_a = r_o \left(\frac{p_o}{\delta_a H_o}\right)^{\frac{m+1}{m}} .$$

Naturalmente queste distanze devono soddisfare la condizione [25]. Quando avvenisse che in una direzione le distanze superano quella limite della [25] le pressioni del vapore divengono maggiori di quelle dell'acqua a contatto e quindi si ha la rapida dilatazione del giacimento nella stessa direzione: colla dilatazione risulta un'accentuazione dello squilibrio delle pressioni e quindi una maggior spinta di dilatazione e così di seguito.

È importante notare che, qualunque siano le caratteristiche fisiche del mezzo M: 1) possono sempre formarsi dei giacimenti di vapore in condizioni d'equilibrio stabile, sebbene di dimensioni ridotte conformemente alla [25]; 2) quando in una direzione venisse superata la distanza limite della [25] e il giacimento subisse una rapida dilatazione nella stessa direzione, nelle altre direzioni le dimensioni del giacimento si adeguerebbero sempre alle condizioni del-

l'equilibrio secondo le [22], [23] e [24]; 3) quando dopo un'espansione la portata della bocca d'afflusso diminuisse in modo che la [24] possa essere soddisfatta per valori di r_a che soddisfano pure la [25] l'equilibrio del giacimento si adeguerà alle [22], [23] e [24] e quindi diverrà stabile; 4) risulta dalla [25] che la potenza possibile dei giacimenti cresce approssimativamente in ragione della quarta potenza della profondità della bocca d'afflusso.

Il raggio r_o della bocca d'afflusso agli effetti dei nostri calcoli può essere preso qualunque, purchè piccolo e corrispondente ad una pressione p_o nota: ciò in considerazione che ogni superficie equipotenziale, ossia di pressione costante, può essere considerata come origine del flusso del vapore e che per le piccole distanze le equipotenziali si possono assimilare a superfici sferiche.

Quando uno stesso giacimento fosse alimentato da due o più bocche le condizioni dell'equilibrio si determinano semplicemente tenendo presente che le pressioni e le temperature sono i potenziali del flusso del vapore e del calore rispettivamente e che di conseguenza i valori che risultano colle formole sopra trovate per le diverse bocche possono essere sommati come semplici scalari.

Nel caso particolare che il complesso delle bocche d'afflusso del vapore sia assimilabile a un'unica bocca di forma cilindrica di raggio ϱ_o e pressione p_o risulta l'equazione generale

$$p^{\frac{m+1}{m}} = p_u^{\frac{m+1}{m}} - \frac{p_u^{\frac{m+1}{m}} - p_o^{\frac{m+1}{m}}}{\log. \varrho_o - \log. \varrho_u} \log \frac{\varrho}{\varrho_u}, \qquad [27]$$

essendo indicato con p_u la pressione alla distanza ϱ_u dall'asse della bocca e con la p la pressione alla distanza generica ϱ.

La portata q del vapore per unità di lunghezza risulta in tale caso

$$q = 2\pi\varrho \frac{k}{\eta} \gamma \frac{\partial p}{\partial \varrho} \qquad [28]$$

e di conseguenza per la [16] e per la [27]

$$q = 2\pi \frac{m}{m+1} \frac{k}{\eta} \gamma_u \frac{p_u^{\frac{m+1}{m}} - p_o^{\frac{m+1}{m}}}{\log \varrho_o - \log \varrho_u}, \qquad [29]$$

od anche, indicando coll'indice a i valori relativi al contatto vapore-acqua,

$$q = 2\pi \frac{m}{m+1} \frac{k}{\eta} \gamma_u \frac{p_o^{\frac{m+1}{m}} - p_a^{\frac{m+1}{m}}}{\log \varrho_a - \log \varrho_o}. \qquad [30]$$

Uguagliando il calore portato dal vapore a quello disperso nel mezzo M otteniamo

$$q (I_o - J_s) = 2\pi\varkappa \frac{t_o - t_a}{\log \varrho_a - \log \varrho_o}, \qquad [31]$$

dalla quale tenendo conto delle [20] e [30] ricaviamo l'equazione

$$(I_o - J_m) \frac{m}{m+1} \frac{\gamma_u}{\eta} \frac{k}{\varkappa} p_a^{\frac{m+1}{m}} - C p_a^{\frac{1}{n}} + C p'_a p_a^{\left(1 - \frac{1}{n}\right)} - (t_a' - T_s) = 0, \qquad [32]$$

ove

$$T_s = t_o - (I_o - J_s) \frac{m}{m+1} \frac{\gamma_u}{\eta} \frac{k}{\varrho} p_o^{\frac{m+1}{m}},$$

la quale differisce dalla [21] soltanto per il termine noto.

Possiamo ripetere quindi tutte le considerazioni fatte per i giacimenti di forma sferica.

Ammesso che la pressione vari colla profondità secondo la [22] e che la bocca di afflusso sia orizzontale, dal confronto dei decrementi delle pressioni, otteniamo la condizione per la stabilità dell'equilibrio nella direzione verticale

$$(H_o - \varrho_a)^{\frac{1}{m}} < \frac{m}{m+1} \delta_a^{-\frac{m+1}{m}} \frac{p_u^{\frac{m+1}{m}} - p_o^{\frac{m+1}{m}}}{\log \varrho_o - \log \varrho_u}. \qquad [33]$$

La sezione normale del giacimento, nell'ipotesi che l'equilibrio sia conforme alla [32], risulta di forma somigliante a quella della sezione del giacimento che si ha per una bocca sferica: una specie di cardioide

coll'asse polare verticale e la traccia della bocca d'afflusso coincidente col polo.

La potenza possibile per questi giacimenti risulta, per la [33], all'incirca crescente colla terza potenza della profondità della bocca d'alimentazione.

Nel caso che il complesso delle bocche d'afflusso sia assimilabile ad un'unica bocca di forma piana infinitamente estesa risulta l'equazione generale

$$p^{\frac{m+1}{m}} = p_o^{\frac{m+1}{m}} - \left(p_o^{\frac{m+1}{m}} - p_n^{\frac{m+1}{m}}\right)\frac{d}{d_n} ,$$

ove p_n pressione alla distanza d_n dalla bocca e p pressione alla distanza d, e risulta l'equazione per l'equilibrio fra calore apportato dal vapore e calore disperso per conduzione

$$q_c\,(I_o - J_s) = \varkappa\,\frac{t_o - t_a}{d_a} .$$

Da queste equazioni potremmo evidentemente ricavare un'equazione simile alle [21] e [32]. Rilsuta però, dal confronto dei decrementi delle pressioni, che in effetto con una bocca piana infinita non si può formare nel sottosuolo nessun giacimento di vapore. Abbiamo infatti la condizione:

$$d_a > H_o - \delta_a^{-(m+1)}\left[\frac{m}{m+1}\,\frac{p_o^{\frac{m+1}{m}} - p_n^{\frac{m+1}{m}}}{d_n}\right] .$$

In tutte le considerazioni precedenti abbiamo implicitamente supposto come trascurabile l'influenza della trasmissione del calore per conduzione del mezzo nell'ambito dei giacimenti: in effetto tale influenza non è trascurabile e di conseguenza si ha, in generale, l'aumento delle temperature ai margini dei giacimenti e della dispersione per conduzione e quindi una riduzione delle dimensioni dei giacimenti stessi.

Influenza delle eterogeneità e dell'anisotropia del mezzo poroso.

Si abbia una bocca di vapore sferica di centro S in un mezzo M di permeabilità k a contatto secondo un piano ζ con un mezzo M' di permeabilità k' e calcoliamo la distribuzione delle pressioni del vapore che risulta.

Abbiamo, per la nota teoria delle immagini di Maxwell, se ancora ammettiamo trascurabile l'influenza della trasmissione del calore per conduzione nell'ambito del giacimento, adottando per i riferimenti il sistema di assi cartesiani ortogonali avente il piano XY coincidente con ζ e l'asse Z passante per S, positivo da ζ verso S stessa,

$$\begin{aligned} p^{\frac{m+1}{m}} &= -\frac{G}{\sqrt{\varrho^2 + (z - z_o)^2}} - \\ &\quad - \varphi\,\frac{G}{\sqrt{\varrho^2 + (z + z_o)^2}} \\ p'^{\frac{m+1}{m}} &= -\varphi'\,\frac{G}{\sqrt{\varrho^2 + (z - z_o)^2}} \end{aligned} \qquad [34]$$

ove siano p e p' le pressioni dei punti cui corrispondono i valori di z rispettivamente positivi (mezzo M) e negativi (mezzo M') z_o la distanza di S da ζ,

$$\varrho = \sqrt{x^2 + y^2} ,$$

G una costante da determinarsi, φ e φ' i *fattori d'immagine*, funzioni della permeabilità dei due mezzi a contatto,

$$\varphi = \frac{k - k'}{k + k'} , \ \varphi' = \frac{2k}{k + k'} . \qquad [35]$$

È facile verificare che le [34] soddisfano entrambe all'equazione di Laplace, se consideriamo lineari le potenze $(m+1)/m$ delle pressioni, e soddisfano alle condizioni al contorno, le quali ultime si concretano ponendo uguali le pressioni nei due mezzi lungo la superficie di contatto ζ, ossia

$$p = p' , \qquad [36]$$

e ponendo uguale nei due mezzi il flusso di vapore concatenato ad ogni elemento di ζ, ossia

$$k\,\frac{\partial p^{\frac{m+1}{m}}}{\partial z} = k'\,\frac{\partial p'^{\frac{m+1}{m}}}{\partial z} . \qquad [37]$$

La costante G può essere determinata quando è nota la potenza della bocca oppure è nota la pressione in un punto di

coordinate date, per esempio del piano ζ.

Quando la bocca di afflusso del vapore fosse cilindrica e il piano ζ fosse parallelo alla stessa risultano le formole, riferite al sistema di assi cartesiani avente il piano XY ancora coincidente con ζ e l'asse Z passante per l'asse della bocca,

$$p^{\frac{m+1}{m}} = -R \log \sqrt{\varrho^2 + (z - z_0)^2} - \\ - \varphi\, R \log \sqrt{\varrho^2 + (z + z_0)^2} \qquad [38]$$

$$p'^{\frac{m+1}{m}} = -\varphi' R \log \sqrt{\varrho^2 + (z - z_0)^2} \; ,$$

essendo z_0 la distanza dell'asse della sorgente da ζ, R una costante da determinare nello stesso modo indicato per G, ϱ, φ e φ' definite come sopra.

Avendo diverse bocche, anche di forma diversa, le formole risolutive saranno date semplicemente dalla sommatoria dei termini relativi a tutte le bocche simili a quelli delle [34] oppure delle [38], a seconda della forma delle bocche.

Per il flusso del calore, trasmesso per conduzione, valgono esattamente le medesime formule quando si sostituiscano nelle stesse alle potenze $(m+1)/m$ delle pressioni p e p' le differenze $t - t_s$ e $t' - t_s$ e alle permeabilità k e k' le conduttività $\varkappa$ e $\varkappa'$ dei due mezzi rispettivamente.

La [37] e la corrispondente che si ottiene considerando le conduttività possono essere messe sotto la forma

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{k} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{k'} \; , \; \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\varkappa} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\varkappa} \; , \qquad [39]$$

ove α ed α' indichino gli angoli formati dalle linee di flusso colla normale alla superficie ζ rispettivamente nei mezzi M ed M'.

Queste formule costituiscono in effetto le leggi secondo cui avviene la rifrazione delle linee di flusso lungo le superfici ζ di separazione dei mezzi con caratteristiche diverse. Nel caso che invece dei flussi si considerino le superfici isotermiche o isobariche valgono le stesse formule [38] quando si indichino con α ed α' gli angoli formati dalle normali alle stesse superfici colla normale alla superficie ζ.

I terreni costituenti il sottosuolo in generale non sono isotropi nè rispetto alla permeabilità nè rispetto alla conduttività termica: ciò come conseguenza sia del processo di scistizzazione che le forti pressioni in atto nel sottosuolo sempre comportano, qualunque sia la specie delle rocce, sia del processo della sedimentazione e della disposizione laminare delle eterogeneità che lo stesso comporta, per le rocce di origine sedimentaria. In generale abbiamo che i valori della permeabilità e della conduttività sono maggiori nella direzione della scistizzazione e della stratificazione che non nelle direzioni ortogonali.

Se ammettiamo che il mezzo sia omogeneo, pur essendo anisotropo, e le sorgenti del flusso siano puntiformi risultano delle superfici isobariche ed isotermiche ellissoidiche approssimativamente di rotazione con gli assi equatoriali e polari che stanno fra loro secondo i rapporti

$$a = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \qquad \text{e} \qquad a = \sqrt{\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}} \; ,$$

i quali, per analogia con quanto si fa in geoelettrica, possono essere chiamati *coefficienti d'anisotropia*, essendo indicati con k_1 e $\varkappa_1$ i valori massimi della permeabilità e della conduttività e con k_2 e $\varkappa_2$ i valori minimi.

I valori di a per le rocce d'origine sedimentaria comunemente incontrate nelle ricerche petrolifere oscillano intorno al valore medio di 1,25, sia che si tratti di permeabilità sia che si tratti di conduttività termica, però con campi di oscillazione diversi, dall'unità fino a 4 nel primo caso e dall'unità fino a 2 nel secondo caso; non è raro trovare per la permeabilità dei valori anche superiori alla decina.

Risulta dalle considerazioni sopra fatte che, in generale, la presenza nel sottosuolo di una eterogeneità di permeabilità maggiore di quella del mezzo M agisce come attrazione delle linee di flusso del vapore e quindi peggiora le condizioni dell'equilibrio dei giacimenti; viceversa per le eterogeneità di permeabilità minore. Il contrario avviene

se si considerano le eterogeneità nei confronti della conduttività termica.

La superficie del suolo agisce come uno strato di permeabilità e di conduttività termica infinite, e riguardo ai giacimenti esercita un'influenza in complesso negativa sulla stabilità dell'equilibrio.

Un effetto generalmente favorevole alla stabilità dell'equilibrio abbiamo dalla anisotropia dei terreni quando la stratificazione è orizzontale o suborizzontale e viceversa quando la stratificazione è verticale o subverticale.

Quando il piano ζ passasse per il centro della bocca sferica o per l'asse della bocca cilindrica del giacimento e il mezzo M' fosse pochissimo o punto permeabile il giacimento avrebbe nel mezzo M la forma e le dimensioni pressochè corrispondenti a quelle che risultano per il mezzo omogeneo di cui abbiamo detto al paragrafo precedente mentre nel mezzo M' avrebbe una configurazione simile, raccordata secondo le leggi della rifrazione [39], ma con spessori minimi. Per i valori di k' non molto piccoli le forme e le dimensioni nei due mezzi, le quali si influenzano reciprocamente, possono essere determinate soltanto applicando le formole che più sopra abbiamo trovato.

Se i mezzi presenti nel sottosuolo sono tre e le superfici di contatto si intersecano in corrispondenza alla bocca di afflusso del vapore è facile immaginare la configurazione che risulta per il giacimento, però analiticamente noi non sappiamo dare la soluzione se non nel caso che uno dei mezzi abbia permeabilità nulla.

Una delle configurazioni più semplici che si possano immaginare per un giacimento è quella che risulta dalla sovrapposizione di un mezzo permeabile, privo di faglie, a un mezzo pochissimo o punto permeabile, con delle faglie in corrispondenza alle quali si trovano le bocche del vapore, sferiche o cilindriche. In tale caso, ammesso che la superficie di contatto dei mezzi sia piana e orizzontale, risulta evidentemente la forma della cardioide di rotazione o cilindrica regolare relativa ai mezzi omogenei troncata nella parte inferiore al contatto col mezzo impermeabile.

Se con una simile configurazione noi ammettiamo che il giacimento, nel suo regolare sviluppo, raggiunga la superficie del suolo, questa provoca un forte richiamo verso l'alto delle linee di flusso, le quali si dispongono verticali in corrispondenza ad essa, e la cardioide acquista la forma di un pennello rivolto verso l'alto, di rotazione o cilindrica, a seconda del tipo della bocca d'afflusso del vapore.

Quando viceversa il giacimento raggiungesse uno strato di permeabilità minima o nulla l'equilibrio del giacimento risulta perfettamente stabile e indipendente dall'estensione che potesse assumere: in tale caso le linee di flusso tendono a disporsi parallele allo strato e la cardioide si fa molto appiattita, simile ad una patera romana per una bocca sferica, e cilindrica con sezione simile a quella della patera per una bocca cilindrica.

Per i valori intermedi della permeabilità evidentemente la forma che risulterà per il giacimento sarà intermedia e si avvicinerà a quella che si ha colla presenza della superficie del suolo o di uno strato impermeabile a seconda se la permeabilità è più o meno elevata.

Se lo strato eterogeneo poco o punto permeabile raggiunto è piegato ad anticlinale oppure a cupola il giacimento risulta chiuso e simile, almeno nell'apparenza, a quelli più comuni che si trovano per il petrolio e il metano. Tutte le configurazioni caratteristiche dei giacimenti di petrolio e metano possono evidentemente dare luogo alla formazione di giacimenti di vapore; quindi possiamo avere i giacimenti a trappola originati per faglia oppure per inconformità, i giacimenti a pinchout per discordanza stratigrafica o di porosità, i giacimenti collegati ai reefs, ai delta, ai domi di sale, ecc. sempre in condizioni di equilibrio perfettamente stabile, sebbene in generale con capacità limitate.

I giacimenti di Larderello, a quanto ci è dato sapere, sono alimentati attraverso faglie in terreni poco porosi e sono protetti verso l'alto da uno strato superficiale di argille impermeabili le quali ne rendono l'equilibrio stabile e indipendente dalle dimensioni.

È importante notare che in condizioni di regime stazionario il vapore nei giacimenti, qualunque sia la configurazione di questi,

si condensa sempre in corrispondenza alle medesime zone e che in queste, quindi, si depositeranno nei pori delle rocce le sostanze contenute nel vapore stesso che non sono solubili nell'acqua di condensazione, formando a poco a poco delle incrostazioni le quali ridurranno la porosità e aumenteranno la compattezza delle rocce. A fenomeni del genere possiamo attribuire la formazione delle *zone di callo*, con rocce molto dure e compatte, che i perforatori della *Larderello* incontravano sempre, quando perforavano con carotaggio continuo, nelle argille al contatto col vapore.

Produzione dei giacimenti.

Consideriamo ora il caso di un giacimento di vapore, molto profondo sotto la superficie del suolo, il quale venga raggiunto da un sondaggio di esplorazione.

L'approssimarsi del pozzo al giacimento di vapore sarà in generale accusato dall'aumento graduale delle temperature dei fanghi di perforazione: raggiunto il giacimento il pozzo entrerá in produzione di vapore appena verrà svuotato dei fanghi stessi.

Indichiamo con p_1 la pressione che in conseguenza del regime di erogazione adottato risulta mediamente alla distanza r_1 dalla bocca del pozzo O_1. Il giacimento sia alimentato da un'unica bocca caratterizzata dalla pressione media p_1 in corrispondenza alla distanza r_1 dal centro O_1 della bocca stessa.

In condizioni di regime stazionario, supposto il terreno omogeneo ed isotropo, la distribuzione delle pressioni nel giacimento risulta approssimativamente conforme alla seguente equazione, la quale si ottiene dalla differenza dei potenziali dei flussi relativi alla bocca di alimentazione e al pozzo in erogazione,

$$p^{\frac{u+1}{m}} = \frac{r_o\, p_o^{\frac{u+1}{m}}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{r_1\, p_1^{\frac{u+1}{m}}}{\sqrt{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2+(z-z_o)^2}} \qquad [40]$$

riferita a un sistema di assi cartesiani ortogonali avente l'origine al centro della bocca di alimentazione; x_o, y_o, z_o coordinate del centro della bocca del pozzo di erogazione.

Tale equazione, per le [17] e [18], può anche essere posta sotto la forma

$$4\pi \frac{m}{m+1} \frac{k}{\eta} \gamma_u\, p^{\frac{m+1}{m}} = \frac{Q_o}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{Q_1}{\sqrt{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2+(z-z_o)^2}}, \qquad [41]$$

essendo Q_o e Q_1 le portate della bocca di alimentazione e del pozzo di erogazione rispettivamente.

Per un numero n qualsiasi di pozzi d'erogazione e un numero u pure qualsiasi di bocche di alimentazione le pressioni p entro il giacimento, ammesso che questo sia continuo e in condizioni di regime stazionario, sono date dalla

$$4\pi \frac{m}{m+1} \frac{k}{\eta} \gamma_u\, p^{\frac{m+1}{m}} = \frac{Q'}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}} + \frac{Q''}{\sqrt{(x-x'')^2+(y-y'')^2+(z-z'')^2}} + \dots + \frac{Q^{(u)}}{\sqrt{(x-x^{(u)})^2+(y-y^{(u)})^2+(z-z^{(u)})^2}} - \frac{Q_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}} - \frac{Q_2}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2}} - \dots - \frac{Q_n}{\sqrt{(x-x_n)^2+(y-y_n)^2+(z-z_n)^2}}, \qquad [42]$$

essendo Q', Q'', ... $Q^{(u)}$ le portate delle bocche di alimentazione aventi i centri rispettivamente di coordinate x', y', z', x'', y'', z'', ... $x^{(u)}$, $y^{(u)}$, $z^{(u)}$, riferite a un sistema di assi cartesiani ortogonali qualsiasi, Q_1, Q_2, ... Q_n le portate erogate dai pozzi aventi le bocche coi centri rispettivamente di coordinate x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2,

...... x_n, y_n, z_n riferite allo stesso sistema di assi.

L'equilibrio fra il calore apportato dalle bocche d'afflusso, quello asportato dai pozzi d'erogazione e quello disperso per conduzione, ammesso che la pressione dell'acqua circostante sia p_a, è raggiunto quando, approssimativamente,

$$(Q' + Q'' \ldots\ldots + Q^{(n)} - Q_1 - Q_2 - \\ - \ldots Q_n)\,(I_n - J_s) = 4\,\pi\,\varkappa\,R_a\,(t_a - t_s)\,, \tag{43}$$

essendo R_a il raggio medio del giacimento, quale risulta dalla [42] ponendo $p = p_a$ costante, e t_a la temperatura del vapore saturo alla pressione p_a.

Formule simili si ottengono se si considerano giacimenti alimentati da bocche cilindriche in erogazione mediante pozzi con bocche sferiche oppure cilindriche, queste ultime ottenute colla perforazione della colonna per un lungo tratto.

Ammessa variabile la pressione del mezzo in conformità dell'equilibrio idrostatico, secondo la [22], si ottengono delle condizioni del tutto simili alle [25] e [33].

È facile convincersi che in ogni caso le condizioni dell'equilibrio dei giacimenti risultano notevolmente migliorate, per rispetto alla stabilità, quando i giacimenti stessi vengono messi in produzione, qualunque sia il numero di pozzi d'erogazione e delle bocche d'alimentazione.

Per la pratica è ora utile notare che le pressioni dei pozzi, misurate a testa chiusa, possono variare per effetto delle tre cause seguenti: I) riduzione delle dimensioni dei giacimenti conseguente alla messa in produzione, in conformità della [43]; II) maggiori portate richieste dalle bocche d'alimentazione conseguenti ai più rapidi decrementi delle pressioni che risultano dalla presenza dei pozzi, secondo la [15]; III) diminuzione della pressione all'origine delle bocche d'alimentazione; le prime due indipendenti dalla potenzialità dei giacimenti e l'ultima, invece, da mettersi in relazione, in generale, con una diminuzione della stessa potenzialità. Naturalmente tali diminuzioni di pressione possono anche portare all'allagamento dei pozzi più periferici dei giacimenti.

Riguardo al regime da adottare per l'erogazione osserviamo che: *a*) i pozzi in produzione con un lungo tratto perforato della colonna provocano diminuzioni delle pressioni sensibilmente minori di quelle dei pozzi in produzione colla sola bocca estrema, a parità di produzione di vapore; *b*) le portate erogabili dai pozzi per una stessa pressione o, ciò che è lo stesso, le pressioni in pozzo per le stesse portate di erogazione sono in generale crescenti al diminuire delle distanze dalle bocche d'alimentazione, approssimativamente in ragione dell'inverso delle distanze per la forma sferica e in ragione dell'inverso del logaritmo delle distanze per la forma cilindrica delle bocche d'alimentazione; *c*) i pozzi messi in produzione con pressioni minori di quelle corrispondenti all'equilibrio idrostatico possono venire raggiunti dalle acque dei *coni di risucchio* che si generano ed essere compromessi nella produttività ciò indipendentemente dalle diminuzioni delle pressioni di cui più sopra abbiamo detto.

Facciamo notare infine che per la coltivazione dei giacimenti di vapore riuscirà, in generale, di scarsa utilità la tecnica sviluppata per i giacimenti di metano, ora molto progredita, date le condizioni d'equilibrio sostanzialmente diverse: equilibrio dinamico con giacimenti parzialmente o totalmente aperti per il vapore ed equilibrio statico con giacimenti ermeticamente chiusi per il metano.

Conclusioni pratiche

Possiamo riassumere come segue i risultati pratici ai quali siamo pervenuti:

1) si possono formare dei giacimenti di vapore in equilibrio stabile anche in un mezzo omogeneo ed isotropo aperto in tutte le direzioni, con estensioni dell'ordine di $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ della profondità della bocca o del complesso delle bocche di adduzione del vapore; la forma di tali giacimenti, nel caso di una bocca sferica di alimentazione, è assimilabile a quella della cardioide di rotazione avente l'asse verticale e il polo coincidente colla bocca;

2) i giacimenti limitati verso l'alto da strati impermeabili, orizzontali o suborizzontali, sono sempre in equilibrio stabile,

qualunque siano le loro dimensioni, e quindi possono acquistare capacità anche molto grandi quando le portate delle bocche di adduzione sono adeguate; i giacimenti di Larderello sono di questa specie;

3) le configurazioni dei giacimenti possono essere qualsiasi ed occasionalmente possono essere del tipo chiuso simili a quelle dei giacimenti di petrolio e di metano, ad anticlinale, a cupola, a trappola, a pinchout, ecc.: in generale però saranno caratterizzate dalla presenza di rotture del terreno in corrispondenza delle quali si trovano le bocche del vapore;

4) i sondaggi che raggiungono i giacimenti di vapore non accusano, in generale, nessuna particolare variazione del regime di perforazione e possono dimostrare la presenza del vapore soltanto mediante prove apposite, con svuotamento dai fanghi di perforazione o con packer;

5) le differenze fra le pressioni dei pozzi di uno stesso giacimento, misurate a testa chiusa (a pozzo chiuso), e le pressioni idrostatiche del mezzo per le profondità delle bocche relative sono crescenti dai pozzi periferici a quelli centrali dei giacimenti: da ciò la possibilità di individuare, almeno approssimativamente, la posizione delle bocche di alimentazione;

6) i giacimenti diminuiscono le dimensioni quando sono messi in produzione come conseguenza delle diverse condizioni d'equilibrio che risultano: avvenendo quindi che, al progredire della produzione, i pozzi più periferici sono raggiunti dalle acque non si deve senz'altro dedurre, come usasi fra i petrolieri, che i giacimenti sono in fase di esaurimento;

7) i pozzi anche se ubicati in posizioni centrali dei giacimenti non debbono essere messi in produzione con pressioni alla bocca inferiore minori di quelle idrostatiche del mezzo per le profondità corrispondenti onde evitare di richiamare in pozzo le acque del mezzo stesso.

RIASSUNTO

Vengono date le equazioni generali del flusso del vapore nei mezzi porosi e vengono determinate le possibili condizioni d'equilibrio dei giacimenti di vapore naturale nel sottosuolo. Detti giacimenti possono formarsi in qualsiasi terreno, anche se aperto in tutte le direzioni, però risulta anche che le grandi capacità possono aversi soltanto quando degli strati impermeabili orizzontali o poco inclinati ne limitano lo sviluppo verso l'alto.

Vengono quindi analizzate le perturbazioni dell'equilibrio dei giacimenti quando questi sono messi in produzione con uno o più pozzi. Infine vengono elencate le conclusioni di interesse pratico per le ricerche dei giacimenti nel sottosuolo e per la razionale coltivazione degli stessi.

ABSTRACT

The general formulas are given according to which steam is known to flow through porous means and the possible balance conditions of natural umderground steam beds are discussed.

Although such beds may form in all sorts of soil structures, including those opened in all directions, the fact has been established that no large-size formations may occur unless the upward development of the bed is limited by the presence of some impermeable layers arranged horizontally or at a small angle with the horizontal.

The balance-upsetting effects exerted on these steam beds when one or more wells are drilled to exploit them are discussed.

Finally, such conclusions are drawn as may be of a practical interest in locating and exploiting underground steam formations.

BIBLIOGRAFIA

Carslaw, H. S. and Jaeher, J. C., *Conduction of heat in solids.* Clarendon Press, Oxford, 1950.

De Marchi, G., *Idraulica,* Vol. I, Parte II, Hoepli, Milano, 1955.

Faggiani, D., *Trasmissione del calore.* Editrice Politecnica Tamburini, Milano, 1946.

Houpeurt, A., *Elements de mécanique des fluides dans les milieux poreux.* « Revue Inst. Franc. Pétr. », Vol. 10, 1955.

Jakob, M., *Heat transfer,* Wiley, New York, 1950.

Muskat, M., *The flow of omogeneous fluids through porous media,* Edwards and Arbor, Michigan, 1946.

La diffusione secondaria della luce durante le eclissi totali di sole

R. CIALDEA

La diffusione secondaria della luce da parte dell'atmosfera è uno dei problemi che furono oggetto di ricerca nelle due spedizioni da me organizzate per l'I.N.G. in occasione delle eclissi totali di sole; la prima a Khartoum (1) per l'eclisse del 25/2/1952 e la seconda a Löttorp (2) (Svezia) per quella del 30/6/1954. Nella presente nota riferirò sulle osservazioni dello stato di polarizzazione effettuate durante la fase di totalità di una eclissi e su una possibile verifica della schematizzazione di Hurion relativa alla distribuzione della polarizzazione della luce sulla volta celeste.

È noto che la semplice legge di Rayleigh (3) sulla diffusione primaria non spiega le anomalie che si riscontrano nella distribuzione sulla volta celeste dello stato di polarizzazione della luce diffusa. Secondo Rayleigh la depolarizzazione segue la semplice legge

$$\varrho = \cos^2 \psi \qquad [1]$$

dove ψ è l'angolo che la visuale forma con la direzione dei raggi solari; inoltre la componente polarizzata giace sempre nel piano normale al piano di diffusione (piano che contiene il sole, l'osservatore e la zona esaminata).

Il fenomeno quindi ha una perfetta simmetria rispetto alla retta che passa per il sole e per l'osservatore. Ma i risultati dell'osservazione sono completamente diversi: l'esistenza dei punti neutri (nei quali $\varrho = 1$), in vicinanza del sole e dell'antisole, e l'inversione nella direzione della componente polarizzata hanno reso necessaria l'elaborazione di teorie o quanto meno di schematizzazioni del fenomeno allo scopo di poter spiegare queste divergenze dalle semplici leggi di Rayleigh. Queste teorie tengono conto o solo della diffusione secondaria (tra gli altri Soret (4), Hurion (5), Ahlgrim (6), Tichanowski (7), Carrelli (8), Cialdea (9)) o della diffusione multipla (Chandrasekkar (10)).

Notevole per i risultati ottenuti relativamente alla semplicità di calcolo è l'ipotesi di Hurion che si basa sulla osservazione che le particelle diffondenti sono quasi tutte concentrate nella bassa atmosfera. Egli cioè ammette che l'asimmetria osservata nella distribuzione dello stato di polarizzazione sia dovuta all'azione della sola diffusione secondaria, che viene da lui schematizzata come se ogni punto dell'atmosfera ricevesse luce, oltre che direttamente dal sole, anche da due sorgenti secondarie e cioè:

a) da una mezza sfera uniformemente diffondente, identificabile con tutta l'atmosfera.

b) da un anello uniformemente diffondente posto parallelamente all'orizzonte; tale anello è identificabile con la zona della bassa atmosfera, dove esiste effettivamente la massima concentrazione dei centri diffondenti (molecole, pulviscolo ecc.).

Queste due sorgenti sono intimamente legate l'una all'altra e non è possibile separare l'azione dell'una da quella dell'altra. Ho pensato però che in occasione delle eclissi totali di sole sia possibile isolare una sola sorgente e precisamente l'anello orizzontale diffondente.

Infatti nella zona di totalità l'illuminamento è dovuto a due sorgenti:

1) le regioni dell'atmosfera che si trovano al difuori della zona di totalità, le quali pur ricevendo luce dal sole parzialmente oscurato sono ancora notevolmente luminose;

2) la corona solare.

L'illuminamento dovuto alla corona solare è però del tutto trascurabile rispetto a quello prodotto dalle regioni esterne alla zona di totalità dell'atmosfera, le quali vengono a formare tutt'intorno all'orizzonte un anello luminoso, realizzando così praticamente la seconda sorgente di Hurion.

Allo scopo di verificare la validità della schematizzazione di Hurion, mi proposi di osservare la distribuzione dello stato di polarizzazione sulla volta celeste durante le eclissi totali di sole. Solo quella del '52 mi permise di effettuare delle osservazioni adatte a tale scopo, in quanto durante l'eclisse del '54 le condizioni meteorologiche resero impossibile lo studio della luce diffusa, poichè il cielo fu coperto da nubi. Ho già riferito sommariamente in altre note (1) (2) (11) sugli apparecchi adoperati e sulle osservazioni effettuate; qui riassumerò brevemente i risultati ottenuti.

A Khartoum, durante l'eclisse del 25/2/1952 osservai i seguenti fenomeni (2): tra il primo e il secondo contatto e tra il terzo ed il quarto contatto la distribuzione dello stato di polarizzazione fu del tutto normale, pur presentando una variazione dell'intensità totale della luce diffusa. Tra il secondo ed il terzo contatto, cioè durante tutta la fase di totalità, la luce diffusa su tutta la volta celeste fu del tutto depolarizzata ad eccezione di una stretta fascia di una altezza di circa 10° tutta intorno all'orizzonte, nella quale la depolarizzazione era di circa il 0,30. Inoltre la depolarizzazione massima presentata prima del secondo contatto, e dopo il terzo contatto fu costantemente di circa il 0,60; ciò è un indice della grande torbidità allora presente nell'atmosfera.

Secondo l'idea di Hurion il fenomeno avrebbe dovuto avere un andamento diverso. Benchè Hurion non eseguisse completamente il calcolo è possibile dalle formule da lui stabilite risalire all'azione del solo anello illuminato dal sole. Nella sua nota (5) a pag. 490 e segg. si trovano le formule che danno l'illuminamento prodotto in un punto O dell'atmosfera (fig. 1) da parte di un

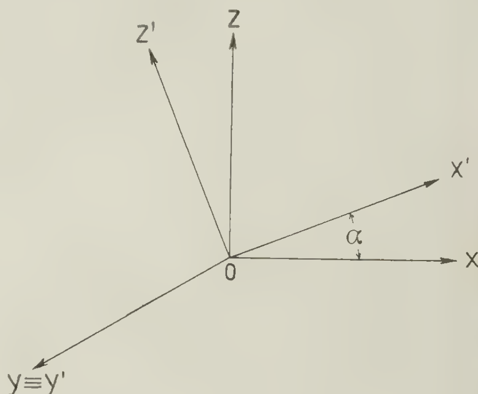


Fig. 1

anello parallelo all'orizzonte compreso tra i due almincarat di distanza zenitale φ e $\varphi + d\varphi$. Hurion stabilisce anzitutto due terne cartesiane ortogonali con origine comune in O, punto nel quale si deve calcolare l'illuminamento. La prima terna $Oxyz$ ha l'asse z parallelo alla verticale del luogo, il piano xy parallelo all'orizzonte e l'asse x contenuto nel piano verticale passante per il sole. La seconda terna $Ox'y'z'$ ha l'asse x' passante per il sole, l'asse y' coincidente con l'asse y e l'asse z' normale al piano $x'y'$. Hurion suppone che l'azione dell'anello infinitesimo di distanza zenitale φ ed ampiezza $d\varphi$ sia equivalente a tre oscillazioni rettilinee (per es. del campo elettrico) dirette rispettivamente secondo gli assi $x'y'z'$ e le cui intensità sono proporzionali a

$$X'^2 = \pi k \, (2 \cos^2 \varphi \operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \alpha + \\ - 2 \cos^4 \varphi \operatorname{sen}^4 \alpha + \\ - 6 \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha + \\ \frac{3}{4} \operatorname{sen}^4 \varphi \cos^4 \alpha) \operatorname{sen} \varphi \, d\varphi$$

$$Y'^2 = \pi k \, (2 - \operatorname{sen}^2 \varphi - \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi \operatorname{sen}^2 \alpha + \\ - \frac{1}{4} \operatorname{sen}^4 \varphi \cos^2 \alpha) \operatorname{sen} \varphi \, d\varphi$$

$$\overline{Z^2} = \pi k \,(2 \cos^4 \varphi \,\text{sen}^4 \alpha + 6 \,\text{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha \,\text{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi + \frac{3}{4} \text{sen}^4 \varphi \cos^4 \alpha + \text{sen}^2 \varphi + \text{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi \,\text{sen}^2 \alpha + \frac{1}{4} \text{sen}^4 \varphi \cos^2 \alpha) \,\text{sen}\, \varphi \, d\varphi \qquad [2]$$

dove α è l'altezza del sole sull'orizzonte e k una costante che tiene conto del numero e del tipo dei diffusori. Allo scopo di trovare l'azione dell'anello diffondente parallelo all'orizzonte e compreso tra l'orizzonte e l'altezza $\Delta\varphi$, occorre integrare le [2] da $\varphi = \pi/2$ a $\varphi = \pi/2 - \Delta\varphi$: si ottiene così per un $\Delta\varphi$ molto piccolo rispetto ad uno, trascurando le potenze di $\Delta\varphi$ superiori alla prima,

$$\overline{X'^2} = \pi k \cos^2 \alpha \left(1 - \frac{3}{4} \cos^2 \alpha\right) \Delta\varphi$$

$$\overline{Y'^2} = \pi k \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{4}\right) \Delta\varphi$$

$$\overline{Z'^2} = \pi k \left[1 + \frac{\cos^2 \alpha}{4} (1 + 3 \cos^2 \alpha)\right] \Delta\varphi \,. \qquad [3]$$

Se l'angolo α è prossimo a 90°, $\overline{Y'^2}$ e $\overline{Z^{2\prime}}$ sono praticamente uguali, ma non così per $\overline{X'^2}$. Infatti nel caso di Khartoum si aveva durante l'eclisse $\alpha \simeq 65°$ e quindi le [3] diventano

$$\overline{X'^2} = 0{,}15 \;\pi\; k\; \Delta\varphi$$
$$\overline{Y'^2} = 0{,}96 \;\pi\; k\; \Delta\varphi$$
$$\overline{Z'^2} = 1{,}07 \;\pi\; k\; \Delta\varphi \,.$$

La differenza tra $\overline{Y'^2}$ e $\overline{Z'^2}$ risulta molto piccola e perciò questi due valori si possono ritenere praticamente uguali. Si ha allora in prima approssimazione

$$\overline{X'^2} = 0{,}15 \;\pi\; k\; \Delta\varphi$$
$$\overline{Y'^2} = \pi\; k\; \Delta\varphi \qquad [4]$$
$$\overline{Z'^2} = \pi\; k\; \Delta\varphi \,.$$

Il fenomeno presenta così una completa simmetria rispetto all'asse x'. Per trovare la distribuzione dello stato di polarizzazione in queste condizioni è necessario calcolare la depolarizzazione ϱ in una direzione qualunque che formi un generico angolo ψ con l'asse delle x'. Si ruoti anzitutto la terna $Ox'y'z'$ intorno all'asse x' in modo che la visuale OV sia contenuta nel piano $x'z'$: il fenomeno non cambia in quanto l'asse x' è un asse di simmetria. Nella fig. 2 è riprodotto questo piano: la luce diffusa avrà allora due componenti, una

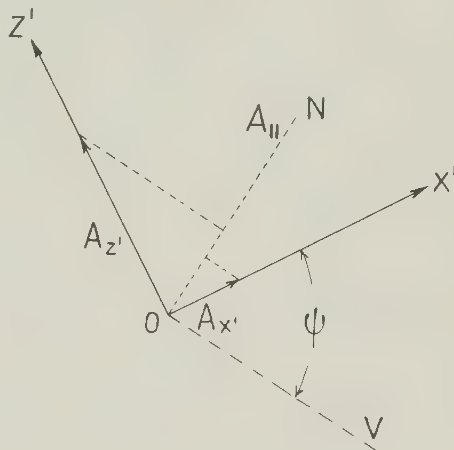


Fig. 2

contenuta nel piano $x'z'$ e l'altra normale a detto piano: nella figura sono rappresentate le ampiezze $A_{x'}$ e $A_{z'}$ relative alle componenti diffuse da O e la direzione di vibrazione ON della componente parallela. L'intensità $J_{\parallel}$ di questa componente è data da

$$J_{\parallel} = k' \left(\overline{X'^2} \,\text{sen}^2 \psi + \overline{Z'^2} \cos^2 \psi\right)$$

l'intensità $J_{\perp}$ della componente normale è data da

$$J_{\perp} = k' \,\overline{Y'^2}$$

dove k' è una costante che dipende dalle condizioni del punto 0, cioè dal numero e dal tipo dei diffusori presenti nel punto 0. La depolarizzazione diventa

$$\varrho\,(\psi) = \frac{J_{\parallel}}{J_{\perp}} = \frac{\overline{X'^2}}{\overline{Y'^2}} \,\text{sen}^2 \psi + \frac{\overline{Z'^2}}{\overline{Y'^2}} \cos^2 \psi \,; \qquad [5]$$

data la simmetria si ha

$$\overline{Y'^2} = \overline{Z'^2}$$

e quindi si ottiene

$$\varrho(\psi) = \frac{\overline{X'^2}}{\overline{Y'^2}} + \left(1 - \frac{\overline{X'^2}}{\overline{Y'^2}}\right) \cos^2 \psi \qquad [6]$$

e introducendo le [4] per l'eclisse del '52

$$\varrho(\psi) = 0{,}15 + 0{,}85 \cos^2 \psi \,. \qquad [7]$$

La simmetria che esiste praticamente intorno all'asse x' non può però giustificare una analoga simmetria rispetto all'asse z, simmetria che sarebbe esistita se effettivamente il sole si fosse trovato allo zenit: per avere un'idea del fenomeno ho riportato nella fig. 3 due curve teoriche, calcolate in base alla [7], la I relativa alle visuali contenute nel piano verticale passante per il sole e la II relativa alle visuali contenute in un piano normale al primo.

È necessario inoltre osservare che per le visuali prossime all'orizzonte cioè per quelle che hanno un'altezza minore di 10°, la luce che si riceve è dovuta quasi esclusivamente alle zone dell'atmosfera illuminate direttamente dal sole: per queste regioni si può supporre valida in prima approssimazione la relazione [1] di Rayleigh, tenendo conto così solo della diffusione primaria. In generale quindi si dovrebbero avere due andamenti diversi per la depolarizzazione, uno valido per le visuali con altezza h minore di 10° e l'altro valido per le visuali di altezza h superiore ai 10°.

Per la curva I si ha infatti

$$\varrho = \cos^2 (65° + h) \qquad \text{per} \quad 0° < h < 10° \text{ e per } 170° < h < 180°$$

e

$$\varrho = 0{,}15 + 0{,}85 \cos^2 (65° + h) \qquad \text{per} \quad 10° < h < 170°$$

Per la curva II si ha

$$\varrho = \text{sen}^2\, 65° \,\text{sen}^2\, h = 0{,}82 \,\text{sen}^2\, h \qquad \text{per} \quad 0° < h < 10° \quad \text{per } 170° < h < 180°$$

e

$$\varrho = 0{,}15 + 0{,}85 \,\text{sen}^2\, \alpha \,\text{sen}^2\, h = 0{,}15 + 0{,}70 \,\text{sen}^2\, h \qquad \text{per} \quad 10° < h < 170°;$$

poichè si ha, considerando il triedro $ovzx'$ (fig. 4),

$$\cos \psi = \text{sen}\, \alpha \,\text{sen}\, h \,.$$

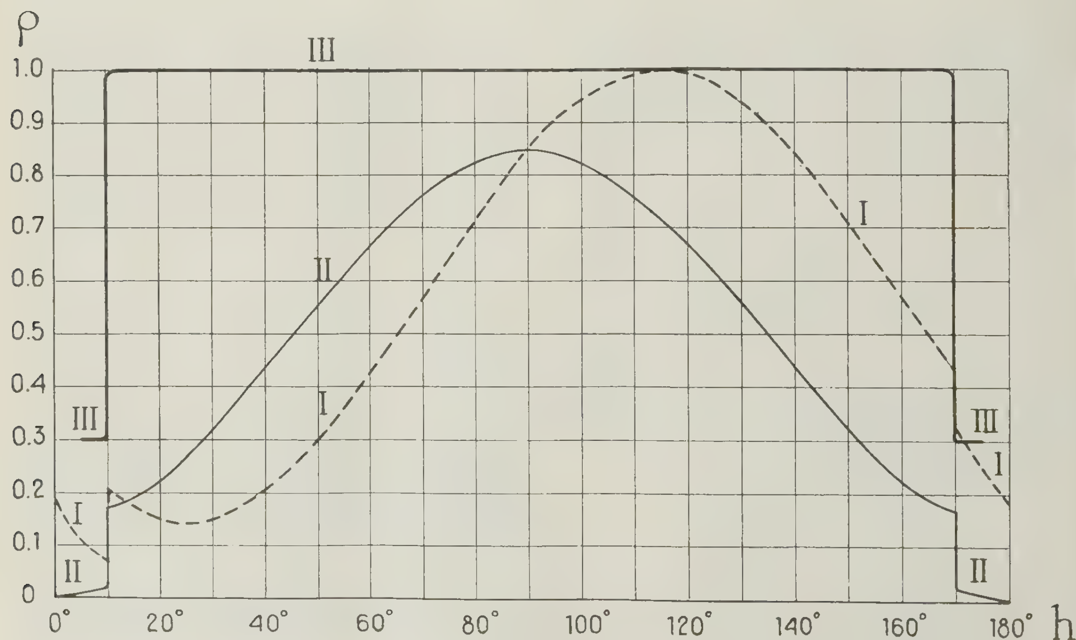


Fig. 3

Dall'esame delle tre curve si osserva però che anche nella zona dell'anello ($h < 10°$) si è osservata una depolarizzazione più forte di quella teorica trovata tenendo conto semplicemente della diffusione primaria. Questo fatto potrebbe essere spie-

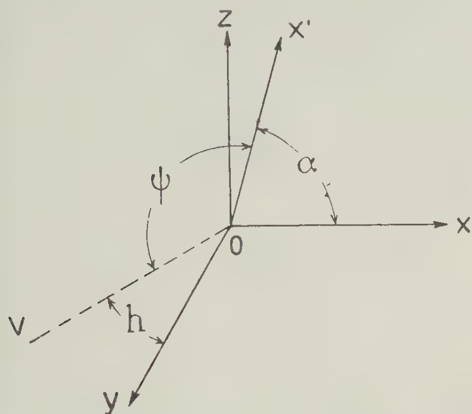


Fig. 4

gato facendo intervenire la diffusione secondaria anche nelle zone dell'atmosfera al difuori della totalità, zone cioè illuminate direttamente dal sole, giacchè la diffusione secondaria tende sempre ad aumentare la depolarizzazione. In questo caso la depolarizzazione osservata per altezze $10° < h < 170°$ sarebbe ancora maggiore di quella teorica, giacchè nella [6] compaiono le intensità delle componenti che vibrano lungo l'asse X' e lungo l'asse Y', intensità che sono state ricavate dalle [4], ottenute applicando semplicemente la legge di Rayleigh all'anello. Ma se l'anello diffonde una parte di luce naturale maggiore di quella che gli spetterebbe secondo tale legge (ciò che equivale a dire che la depolarizzazione dell'anello osservato direttamente è maggiore di quella teorica) ne consegue che il rapporto $\overline{X'^2}/\overline{Y'^2}$ sarà diverso e tenderà ad uno; la dipendenza però dall'angolo ψ risulterà sempre data da una funzione del tipo [6], a meno che l'anello non diffonda praticamente luce naturale, cioè $\overline{X'^2} \simeq \overline{Y'^2}$ Infatti ponendo il valore di ϱ osservato a Khartoum nell'anello, la [6] diventerebbe

$$\varrho\ (\psi) = 0{,}30 + 0{,}70\ \cos^2 \psi .$$

Una relazione di questo tipo non è stata però osservata nell'eclisse di Khartoum; l'andamento della depolarizzazione in tale occasione è riportata nella fig. 3 (curva III) dalla quale risulta che, esclusi i tratti relativi all'anello diffondente, in tutto il resto della volta celeste non è stata osservata alcuna dipendenza dall'angolo ψ, almeno nei limiti dell'errore sperimentale: nel fenomeno è intervenuto quindi un altro fattore non ancora contemplato, e cioè l'albedo della superficie terrestre. Esso nel nostro caso doveva raggiungere un valore particolarmente elevato, dato che le osservazioni erano effettuate in vicinanza del deserto. Benchè Hurion non abbia preso in considerazione l'albedo, è possibile calcolarne l'azione, seguendo il suo schema delle tre componenti vibranti parallelamente agli assi x, y e z come risultanti dell'azione di una generica sorgente. Il calcolo viene qui eseguito nel caso che il suolo possa essere considerato come uno schermo otticamente uniforme ed omogeneo e diffondente secondo la legge di Lambert.

Sia σ la superficie terrestre supposta orizzontale e P un punto posto alla quota z, nel

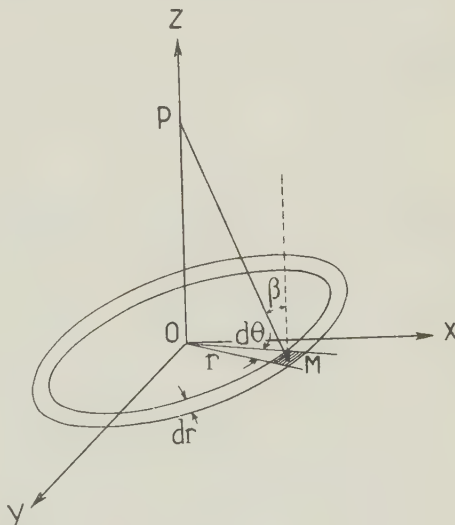


Fig. 5

quale si desideri trovare l'azione della luce diffusa da σ. Si consideri (fig. 5) un elementino $d\sigma$ della corona circolare compresa tra due circonferenze di raggio r ed $r + dr$ e limi-

tato da due rette di anomalia θ e $\theta + d\theta$. L'illuminamento prodotto in P è dato da

$$B \frac{rdrd\theta}{D^2} \cos \beta$$

dove B è la brillanza del suolo diffondente, β l'angolo che la direzione del fascio diffuso forma con la normale a σ e D la distanza da un punto M di $d\sigma$ al punto P. Questo illuminamento si può però supporre dovuto a due fasci di luce polarizzati rettilineamente in due piani normali tra loro, il primo vibrante nel piano OPM e l'altro in un piano ad esso normale, di intensità uguale tra loro (si suppone che la luce diffusa sia naturale, data l'uniformità di diffusione già ammessa). La seconda componente giace quindi nel piano parallelo al piano xy passante per il punto P ed ha l'intensità

$$d^2 J'_{xy} = \frac{B}{2} \cdot \frac{rdrd\theta}{D^2} \cos \beta \qquad [9]$$

mentre la prima si può supporre decomposta in due oscillazioni (fig. 6) una lungo l'asse z di intensità

$$d^2 J_z = \frac{B}{2} \cdot \frac{rdrd\theta}{D^2} \cos \beta \operatorname{sen}^2 \beta \qquad [10]$$

e l'altra giacente nel piano parallelo al piano xy ma in direzione normale alla [9] e di intensità

$$d^2 J''_{xy} = \frac{B}{2} \frac{rdrd\theta}{D^2} \cos^3 \beta \,. \qquad [11]$$

Per trovare l'intensità della componente che vibra parallelamente all'asse z occorre anzitutto integrare la [10] da $\theta = 0$ a $\theta = 2\pi$: si ha così, data la simmetria della diffusione (legge di Lambert) rispetto ad un asse verticale,

$$d J_z = \pi B \frac{rdr}{D^2} \cos \beta \operatorname{sen}^2 \beta \,.$$

Per integrare poi da $r = O$ a $r = \infty$, si esprime D e β in funzione di r, cioè

$$D = \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$\cos \beta = \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \qquad [12]$$

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}} \,;$$

si ottiene così

$$J_z = \pi B \int_0^\infty \frac{zr^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} dr = \frac{2}{3} \pi B \,.$$

Per trovare l'intensità della componente che vibra parallelamente al piano xy si dovrà integrare la [9] e la [11] analogamente prima rispetto a θ e poi rispetto ad r; con le sostituzioni [12] si ha

$$J_{xy} = J'_{xy} + J''_{xy} =$$

$$= \pi B \int_0^\infty \left\{ \frac{zr}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{z^3 r}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \right\} dr =$$

$$= \frac{4}{3} \pi B \,.$$

Questa è l'intensità della componente che vibra parallelamente al piano xy ma data la simmetria del fenomeno rispetto all'asse z, tale componente si può supporre decomposta in due altre componenti, una che vibra parallelamente all'asse x e l'altra che vibra parallelamente all'asse y e di uguale intensità; si ha così

$$J_x = \frac{2}{3} \pi B$$

$$J_y = \frac{2}{3} \pi B \qquad [13]$$

$$J_z = \frac{2}{3} \pi B \,.$$

Immaginiamo di osservare ora la luce diffusa da un volumetto posto in O nella generica direzione OV, che forma l'angolo ψ con l'asse x; si ruoti la terna xyz intorno all'asse z in modo che la visuale OV sia contenuta nel piano xz: la luce diffusa ha due componenti una che giace nel piano xz e l'altra che giace in un piano normale: la componente parallela al piano xz ha come intensità

$$J_{\|} = k' (J_x \operatorname{sen}^2 \psi + J_z \cos^2 \psi) = \frac{2}{3} \pi k' B$$

dove k' è una costante che dipende dal numero e dal tipo dei diffusori presenti nel

volumetto in O. Per la componente normale si ha invece

$$J_\perp = k' J_y = \frac{2}{3} \pi k' B .$$

Quindi la luce diffusa è luce naturale; l'albedo tende ad aumentare la depolarizzazione della luce diffusa da un volumetto illuminato da una qualsivoglia sorgente.

L'azione dell'albedo può essere considerata perciò aggiungendo una semplice componente uguale per tutti e tre gli assi, si ottiene così dalle [4] e [13]

$$\begin{aligned} \overline{X'^2} &= 0{,}15\, \pi\, k\Delta\varphi + \frac{2}{3}\pi B \\ \overline{Y'^2} &= \pi\, k\Delta\varphi + \frac{2}{3}\pi B \qquad [14] \\ \overline{Z'^2} &= \pi\, k\Delta\varphi + \frac{2}{3}\pi B . \end{aligned}$$

In una generica direzione, che formi un angolo ψ con l'asse x', si dovrà osservare una depolarizzazione ϱ che, in base alle [6] e [14], è

$$\varrho(\psi) = \frac{0{,}15\, k\Delta\varphi + \frac{2}{3} B}{k\Delta\varphi + \frac{2}{3} B} + \frac{0{,}85\, k\Delta\varphi}{k\Delta\varphi + \frac{2}{3} B} \cos^2\psi .$$

Da qui si vede che, aumentando l'albedo, aumenta il termine al denominatore del coefficiente di $\cos^2\psi$, diminuendo così l'influenza dell'angolo ψ sulla depolarizzazione.

Dalle osservazioni effettuate a Khartoum si può anche dare un limite inferiore all'albedo in quella occasione: infatti se si impone che per $h = 15^\circ$ la depolarizzazione sia già praticamente 1, si ottiene

$$\frac{0{,}15\, k\Delta\varphi + \frac{2}{3} B}{k\Delta\varphi + \frac{2}{3} B} + \frac{0{,}85\, k\Delta\varphi}{k\Delta\varphi + \frac{2}{3} B} \cos^2 80^\circ \geqslant 0{,}95$$

essendo 0,05 l'approssimazione delle misure eseguite a Khartoum: si ha così

$$\frac{2\, B}{3\, k\Delta\varphi} \geqslant 15 . \qquad [15]$$

Si osservi ora che l'illuminamento E_a prodotto dall'anello e dall'albedo della super-

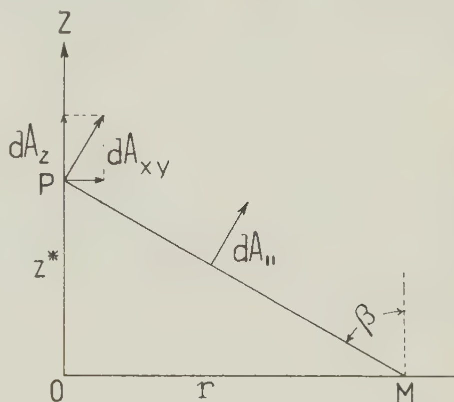


Fig. 6

ficie terrestre in un punto qualunque dell'atmosfera è dato dalle [4] e [13], cioè

$$\begin{aligned} E_a &= \overline{X'^2} + \overline{Y'^2} + \overline{Z'^2} + 2\pi B = \\ &= 2{,}15\, \pi\, k\, \Delta\varphi + 2\pi B . \qquad [16] \end{aligned}$$

La [15] diventa così

$$E_a \leqslant 2{,}09\, \pi\, B .$$

D'altro canto la brillanza del terreno è data da

$$B = \frac{a}{\pi} E_T \qquad [17]$$

dove a è l'albedo della superficie ed E_T è l'illuminamento della superficie terrestre prodotto da tutte le sorgenti dirette ed indirette: si ha così

$$E_a \leqslant 2{,}09\, a\, E_T \qquad [18]$$

e nel caso della sabbia (le osservazioni furono fatte in vicinanza del deserto) per la quale si ha (12) $a \simeq 0{,}3$

$$E_a \leqslant 0{,}6\, E_T .$$

È possibile ora fare un calcolo approssimato di E_T, dato che l'illuminamento sulla

superficie terrestre era dovuto, in questo caso, esclusivamente all'atmosfera illuminata dall'anello; infatti l'anello, essendo posto praticamente nel piano orizzontale, (la sua altezza sull'orizzonte non sorpassava i 10°) non vi influiva che in minima parte. In queste condizioni si può supporre che l'atmosfera fosse illuminata uniformemente con l'illuminamento E_a. Ciascun volumetto dV di questa atmosfera diventava allora una sorgente secondaria di intensità.

$$dI = kE_a \, dV \; .$$

Si è già visto che in tali condizioni l'illuminamento prodotto dall'atmosfera in un punto del suolo equivale a quello prodotto da una sorgente uniforme di brillanza kHE_a(⁹): si ha allora per tutta l'atmosfera supposta egualmente brillante

$$E_T = 2\pi \, k \; H \; E_a \; ; \qquad [18]$$

così la [18] diventa

$$E_a \leqslant 13{,}1 \; a \; k \; H \; E_a \; ,$$

cioè

$$a \, k \, H > 8 \, . \, 10^{-2} \; ,$$

ed introducendovi il valore medio di H ($8 . 10^5$ cm), si ha

$$a \; k > 10^{-7} \, \mathrm{cm}^{-1} \; . \qquad [19]$$

Quindi nelle condizioni meteorologiche di Khartoum durante l'eclisse, questo prodotto dovette essere certamente superiore a 10^{-7}.

Inoltre dall'analisi di questo fenomeno si possono trarre le seguenti conclusioni: se è verificata la [19], l'azione dell'albedo è tanto forte da annullare completamente l'azione dell'anello. D'altra parte esisterà certamente un limite superiore al prodotto ak, tale che per i valori più piccoli di ak l'azione dell'albedo può essere trascurata di fronte a quella dell'anello. Per trovare questo limite basta imporre la condizione che la depolarizzazione calcolata tenendo conto dell'albedo sia minore o tutt'al più uguale a quella calcolata senza l'albedo più un termine ε che rappresenta l'approssimazione delle misure di depolarizzazione, cioè

$$\frac{0{,}15 \; k\Delta\varphi + \frac{2}{3} \; B}{k\Delta\varphi \; + \; \frac{2}{3} \; B} + \frac{0{,}85 \; k\Delta\varphi}{k\Delta\varphi + \frac{2}{3} \; B} \cos^2 \psi \leqslant 0{,}15 + 0{,}85 \; \cos^2 \psi + \varepsilon$$

ponendo $\varepsilon = 0{,}05$ si ha, nel caso peggiore di $\psi = 90°$,

$$\frac{k \; \Delta \; \varphi}{B} \geqslant 21{,}34$$

e sostituendovi le [16] e [17]

$$\frac{E_a}{a \; E_T} \geqslant 24{,}94$$

ed ancora in base alla [18], ponendo sempre $H = 8 . 10^5$ cm,

$$ak < 10^{-8} \; \mathrm{cm}^{-1} \; ; \qquad [20]$$

quindi 10^{-8} rappresenta il valore limite di tale prodotto.

Orbene in condizioni di cielo particolarmente terso, si ha (¹³)

$$k \simeq 10^{-8}$$

da cui

$$a < 1 \; .$$

Ma per definizione l'albedo non può mai essere superiore ad uno, quindi nel caso di un cielo particolarmente limpido l'azione dell'albedo può essere trascurata. Ma tali condizioni sono verificate solo nel caso del tutto eccezionale di estrema limpidezza dell'atmosfera. Invece è frequente l'osservazione di brillanze dell'atmosfera molto più grandi, cioè di k maggiore di 10^{-8} per un fattore 10 o più. In tali condizioni non è più possibile trascurare l'azione dell'albedo, in quanto il limite superiore di a diventa ovviamente più piccolo.

Da tutte le considerazioni sin qui fatte sembrerebbe che nel caso di un albedo superiore ad un certo valore non sarebbe mai

possibile vedere i punti neutri e l'inversione della polarizzazione. È necessario però osservare che fino a questo punto è stata presa in considerazione l'azione della superficie terrestre, considerata però solo in relazione alla luce proveniente dall'anello luminoso, sia pure tramite l'intera atmosfera. In realtà nelle condizioni normali esiste generalmente una sorgente primaria di luce molto più forte e cioè il sole. La luce diffusa dal suolo è dovuta in parte all'anello, in parte all'atmosfera ed in parte al sole. Quindi nelle condizioni ordinarie l'azione dell'albedo è molto più complicata di quel che è stato considerato finora; infatti mentre nel caso di Khartoum si poteva supporre una diffusione secondo la legge di Lambert, data la simmetria di illuminazione rispetto ad un asse verticale, nel caso ordinario l'uniformità di diffusione non può più essere ammessa. In questo caso si dovrà considerare una legge di diffusione più complicata e generalmente non nota specialmente in riferimento al piano di vibrazione, giacchè i raggi solari, incidendo sul suolo con un angolo diverso da 90°, certamente presentano dopo la diffusione una più o meno forte polarizzazione.

Lo scopo del presente lavoro è stato quello di mostrare sperimentalmente e teoricamente come la schematizzazione di Hurion non possa essere sufficiente, nella maggior parte dei casi, a descrivere la distribuzione dello stato di polarizzazione sulla volta celeste, a meno che non si aggiunga alle due sorgenti di Hurion già menzionate una terza sorgente e cioè una superficie diffondente parallela al suolo. Infatti l'azione dell'albedo esaminato solo in riferimento all'azione dell'anello non può essere generalmente trascurato; infatti se il prodotto ak è maggiore di 10^{-8} l'albedo introduce una depolarizzazione non trascurabile e se il prodotto ak è maggiore di 10^{-7} l'azione dell'albedo è tanto forte da annullare completamente l'effetto dell'anello. In quest'ultimo caso l'anello luminoso, considerato complessivamente insieme al corrispondente albedo, non farebbe che aumentare la depolarizzazione e non potrebbe mai produrre quella inversione della posizione del piano di vibrazione della componente polarizzata, fenomeno questo che aveva richiesta la semplicistica schematizzazione di Hurion dell'anello uniformemente diffondente.

RIASSUNTO

Nel presente lavoro l'A. riferisce su alcune osservazioni dello stato di polarizzazione della luce diffusa dall'atmosfera, da lui eseguite in occasione delle eclissi totali di sole del 25 Febbraio 1952 e del 30 Giugno 1954.

Allo scopo di verificare la validità delle ipotesi nella schematizzazione di Hurion relativa alla diffusione secondaria si calcola l'effetto dovuto alle regioni dell'atmosfera situate al di fuori della zona di totalità; queste regioni realizzano una delle due sorgenti di luce della teoria di Hurion, cioè l'anello diffondente parallelo all'orizzonte.

Tra i risultati sperimentali e quelli teorici si rileva però una forte discordanza. L'A. attribuisce tale fatto all'azione dell'albedo della superficie terrestre che, nel caso di Khartoum, raggiungeva un valore notevole. Si calcola perciò l'illuminamento prodotto da una superficie piana diffondente che segua la legge di Lambert e si verifica che esso può raggiungere dei valori che generalmente non possono essere trascurati.

Si conclude che la schematizzazione di Hurion non può essere sufficiente a descrivere la distribuzione dello stato di polarizzazione sulla volta celeste. Se si vuole adoperare tale schematizzazione, che presenta dei notevoli vantaggi per la sua senplicità, è necessario aggiungere alle due sorgenti di Hurion una terza sorgente formata da una superficie diffondente parallela al suolo.

ABSTRACT

In this paper the A. reports some observations of the polarization of the skylight during the total solar eclipse on 25th February 1952 and 30th June 1954.

In order to verify the validity of the Hurion's hypotheses, the A. calculates the illumination produced by the regions of the atmosphere which are outside the totality zone. These regions realize the scattering ring of the Hurion's theory.

But the observations do not agree with the theoretical results. The A. attributes this disagreement to the albedo of the terrestial surface, which was big at Khartoum. Therefore the A. calculates the illumination produced by a surface which scatters according to the Lambert's rule and he verifies that this illumination can be so big that it cannot be generally omitted.

The A. concludes that the Hurion's scheme cannot be sufficient in order to describe the distribution of polarization over the sky. But this scheme can be utilized, if on takes into consideration the two Hurion's sources and a third source, which is formed by a scattering surface parallel to ground.

BIBLIOGRAFIA

(1) Cialdea, R., *Annali di Geof. V*, 409 (1952). — Dominici, P., *Annali di Geof.* V, 581, (1952).

(2) — *Scient. Proc. of the Intern. Ass. of Meteor.* X Ass. p. 556.

(3) Rayleigh, Lord: *Phil. Mag.*, **41**, 107 (1871).

(4) Soret, J. L., *Ann. de Chimie et de Phys.* **14**, 503, (1888).

(5) Hurion, A., *Ann. de Chimie et de Phys.* **7**, 456, (1896).

(6) Ahlgrimm, F., *Jh. Hamburg. Wiss. Anst.*, **32**, 1, (1915).

(7) Tichanowsky, J. J., *Physikal. Zeit.*, **28**, 252 e 680 (1927).

(8) Carrelli, A., *Rend. Acc. Lincei*, I, 493, 907, 1012, 1242 (1946).

(9) Cialdea, R., *Annali di Geof.* III, 357 (1950).

(10) Chandrasekkar, S., *Radiative Transfer*, Oxford, 1950.

(11) Cialdea, R., *Scient. Proc. of the Intern. Ass. of Meteor.* X Ass., 540 e 538.

(12) *Compendium of Meteorology*, Amer. Meteorol. Soc. Boston, 1951.

(13) Cabannes, J., *La diffusion moléculaire de la lumière*, Paris, 1929.

Sulle correlazioni fra densità elettronica ionosferica e attività solare

F. MARIANI

Introduzione.

Lo studio della ionizzazione negli strati più alti dell'atmosfera consente di ottenere informazioni oltre che sulla struttura e sul comportamento della atmosfera stessa anche sulla radiazione ultravioletta e corpuscolare emessa dal Sole. Il Sole è la principale fonte primaria da cui si irradia energia: la disponibilità di nuovi e migliori dati sull'attività solare e, d'altra parte, anche il sensibile miglioramento nella qualità e nelle quantità dei dati ionosferici inducono a studiare con maggiore profondità il problema delle correlazioni tra densità elettronica nella ionosfera e attività solare, di chiarire e precisare ulteriormente il meccanismo di interazione.

Nella presente ricerca studiamo il comportamento della densità elettronica massima negli strati ionosferici e le sue correlazioni con i dati relativi al Sole per una serie di Osservatori ionosferici distribuiti tra le latitudini geografiche estreme di 52° N e 43° S, per un periodo di tempo corrispondente alla fase decrescente dell'ultimo ciclo solare; tutta la ricerca è strettamente collegata a quella sulle variazioni stagionali e non stagionali, sulle quali abbiamo già riferito in altra nota (1) che, d'ora in poi, indicheremo con la sigla *I*.

Paragrafo 1. Dati sperimentali e metodo di analisi.

I dati ionosferici sperimentali di cui ci siamo serviti sono quelli stessi usati in *I*. Qui ricordiamo che con N si sono indicati nel seguito, rispettivamente per gli strati F_2, F_1 ed E, i valori mediani mensili di $(f_oF_2)^2$, $(f_oF_1)^4$ e $(f_oE)^4$ che, nei limiti in cui possono assumersi condizioni stazionarie per l'equilibrio ioni-elettroni, risultano proporzionali alle intensità di ionizzazione, ovvero alla densità elettronica massima e al suo quadrato, rispettivamente per lo strato F_2 e per gli strati F_1 ed E; con N_{12} si sono indicati i valori delle successioni costituenti la componente di periodo 12 mesi desunta dalle successioni di N.

Per quanto riguarda i dati solari abbiamo usato, per i numeri R di Wolf i valori forniti dall'Osservatorio di Zurigo, per l'area A_R delle macchie solari quelli dell'Osservatorio di Greenwich; in quanto invece ai numeri caratteristici relativi ai filamenti e ai flocculi di idrogeno abbiamo usato quelli forniti dall'Osservatorio di Arcetri (2) (3), riducendoli senz'altro alle aree, A_F e A_Φ rispettivamente, proiettate sul disco solare, usando i grafici di ragguaglio tra numeri caratteristici e aree, pure forniti dal medesimo Osservatorio.

Abbiamo usato, oltre ai numeri di Wolf, le aree dei filamenti e dei flocculi di idrogeno in quanto questi sono fenomeni quiescenti sul Sole, i quali di regola durano per varie rotazioni solari così da esercitare con continuità, a differenza dei brillamenti, che sono di brevissima durata e che comunque non sembrano gran che efficaci nel produrre effetti di lunga durata negli strati più alti della ionosfera, il loro eventuale effetto sulla ionosfera. Da tali serie di valori indici della attività solare abbiamo dedotto, con il metodo dell'analisi periodale già ap-

Fig. 1. – Andamenti temporali di $\bar{N}$ nello strato F_2, a mezzogiorno, di $\bar{R}$, $\bar{A}_R$, $\bar{A}_\Phi$, e $\bar{A}_F$; le aree $\bar{A}_R$ sono in $(1/16{,}09)\cdot 10^{-6}$ del disco solare e le aree $\bar{A}_\Phi$ e A_F in 10^{-4}. Sulle ascisse i mesi da Gennaio a Dicembre sono numerati da 1 a 12. In questa e nelle successive fig. 2, 3, 4, 7, 8, 9 i numeri tra parentesi accanto ai nomi degli osservatori indicano l'ordinata cui corrisponde lo zero di ciascun grafico.

plicato in I ai dati ionosferici, le successioni di valori relativi all'andamento medio (o secolare) che abbiamo contrassegnato con sopralineatura.

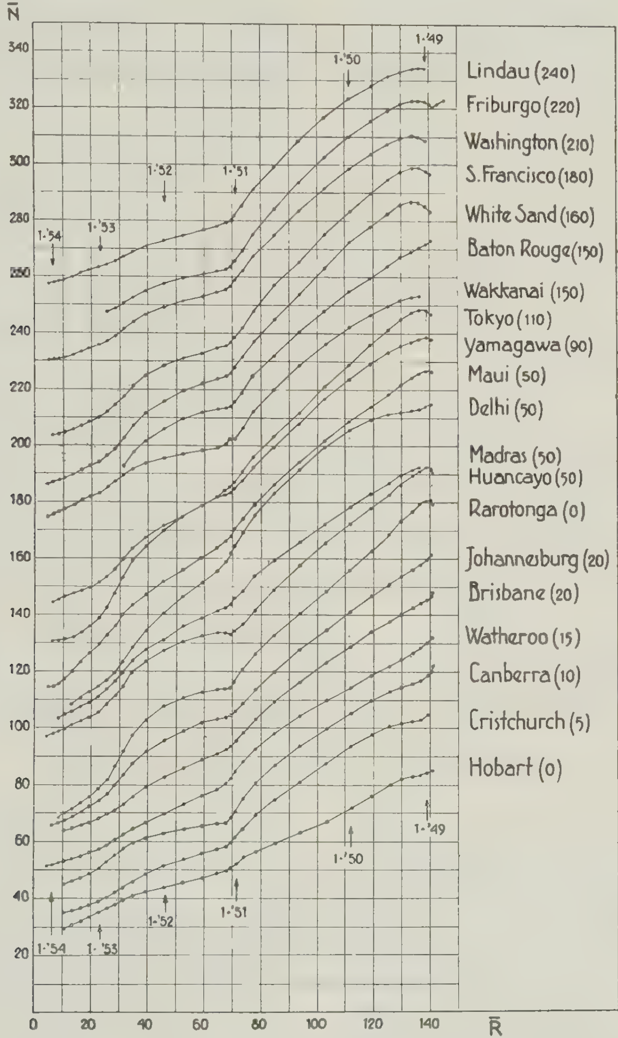


Fig. 2. – Andamento di N nello strato F_2, a mezzogiorno in funzione di $\bar{R}$. In questa e nelle successive fig. 3, 4, 5, 7, 8, 9 i punti rappresentano valori bimensili.

Paragrafo 2.

In generale, nella letteratura sull'argomento, i vari autori hanno rilevato negli andamenti secolari di N e di R, che qui indichiamo con $\bar{N}$ e $\bar{R}$, una stretta correlazione, sintetizzata in una relazione di linearità del tipo

$$\bar{N} = a + b\bar{R} = \bar{N}_o\,[1 + \alpha\bar{R}] \qquad [1]$$

ove a, b sono costanti, $\bar{N}_o = a$ è la densità « base » corrispondente ad attività solare nulla e $\alpha = \dfrac{b}{a}$; le differenze nella costante α riscontrate nei vari Osservatori, sono state

attribuite ad anomalie locali. Da una analisi estesa a 6 Osservatori per il periodo 1937-1947, Allen (4) ha ritenuto di poter indicare la cromosfera come sorgente della radiazione generatrice dello strato E che appare associato alla comparsa di flocculi di calcio e di facole e invece la parte profonda della corona come sorgente della radiazione generatrice degli strati F_1 e F_2; da notare che Kiepenheuer (5) attribuisce alla corona gli strati E e F_1 e alle facole lo strato F_2. Quanto alla correlazione degli andamenti di $\overline{N}$ e di $\overline{R}$, Allen ha ottenuto rispettivamente i valori $\alpha = 0.0200$, $\alpha = 0.0124$ e $\alpha = 0.0097$ per gli strati F_2, F_1 ed E.

Qui di seguito esamineremo separatamente i casi dello strato F_2 e degli strati F_1 ed E.

Caso dello strato F_2.

Facendo riferimento alla fig. 1, nella quale sono riportati gli andamenti di $\overline{N}$ alle ore 12 nei vari Osservatori, distribuiti in ordine di latitudine geomagnetica e quelli di $\overline{R}$, $\overline{A}_R$, $\overline{A}_F$, A_Φ, si notano, pur nella generica somiglianza di comportamento di $\overline{N}$ con $\overline{R}$, e di $\overline{R}$ e A_R con A_F e A_Φ, talune particolarità interessanti: ci riferiamo al massimo relativo di A_F intorno al dicembre 1949 cui fa riscontro l'andamento monotono di $\overline{R}$, $\overline{A}_R$, $\overline{A}_\Phi$ e alla tendenza di $\overline{N}$, nell'emisfero Nord, a un massimo relativo intorno al solstizio di giugno 1949.

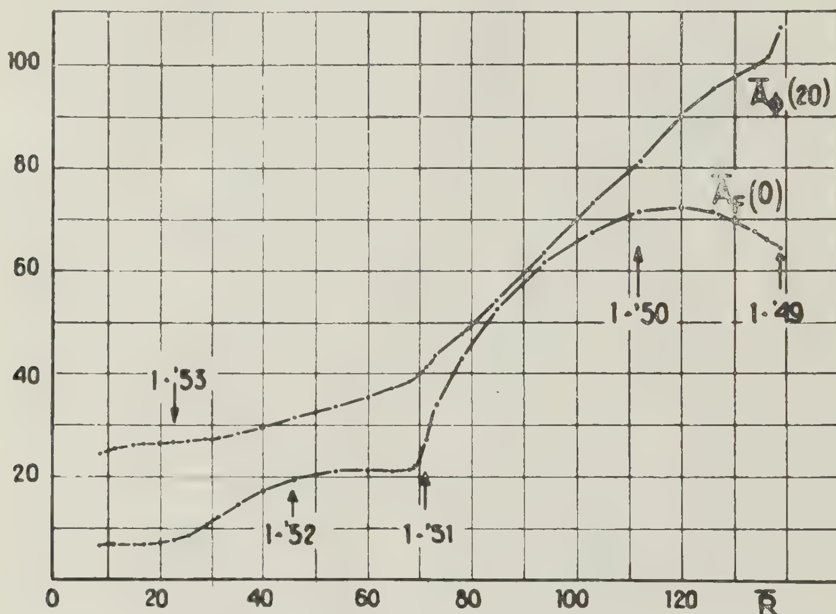


Fig. 3. – Andamenti di $\overline{A}_\Phi$ e $\overline{A}_F$ in funzione di $\overline{R}$.

Allo scopo di esaminare meglio la questione ci riferiremo alla fig. 2 che dà gli andamenti di $\overline{N}$ in funzione di $\overline{R}$, alla fig. 3 che dà gli andamenti di $\overline{A}_\Phi$ e di $\overline{A}_F$ in funzione di $\overline{R}$ (per semplicità è stato omesso il grafico di $\overline{A}_R$ che, entro $1 \div 2\%$, risulta lineare di equazione $\overline{A}_R = 16.09\ \overline{R}$) e alla fig. 4 che da il grafico di $\overline{N}$ in funzione di $\overline{A}_R$ per tre Osservatori tipici.

L'osservazione delle figg. 2 e 4 e la constatazione della linearità della funzione $\overline{A}_R\ (\overline{R})$ ci consentono di affermare con sicurezza che, almeno nella considerazione degli andamenti secolari, la sostituzione di $\overline{R}$ con $\overline{A}_R$ non porta a conclusioni diverse da quelle che si traggono usando i numeri di Wolf:

in altri termini resta ben messa in evidenza la scarsa « linearità » della relazione funzionale tra $\bar{N}$ e $\bar{R}$ (oppure $\bar{A}_R$); in più, però, l'esame comparato degli andamenti di $\bar{N}$ nei vari Osservatori (in luogo di un unico andamento « medio » come fatto da Allen) consente (fig. 2) di notare alcune interessanti e sistematiche analogie di comportamento:

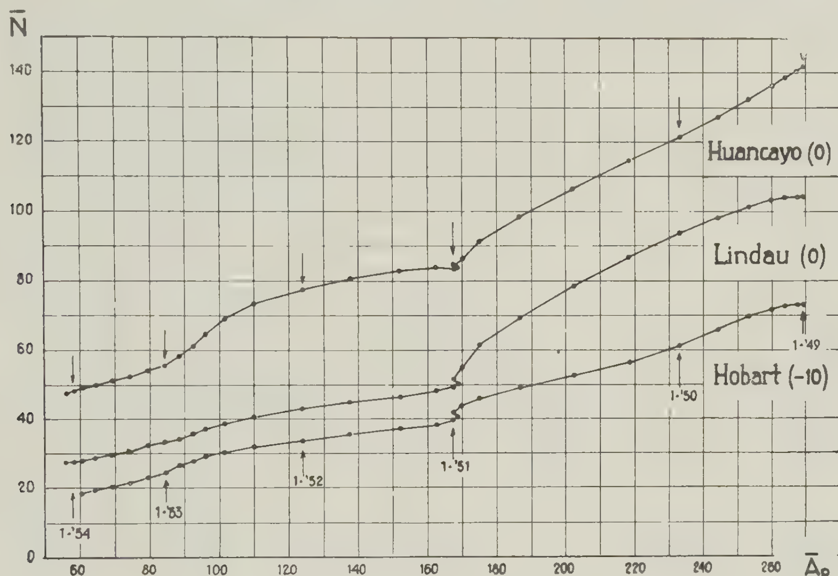


Fig. 4. – Andamenti di $\bar{N}$ nello strato F_2, a mezzogiorno in funzione di $\bar{A}_R$.

a) in tutti i grafici è ben evidente un andamento cuspidale ricorrente sistematicamente intorno al gennaio-maggio 1951;

b) ciascun grafico appare distinto in due parti aventi una ben visibile differenza di comportamento: la parte corrispondente ai valori più bassi di $\bar{R}$ ha un andamento sensibilmente rettilineo a medie latitudini e ondulato per le basse latitudini; la parte del grafico corrispondente ai valori più alti di $\bar{R}$ invece mostra, come principale caratteristica, una generale accentuazione dei valori di $\bar{N}$ rispetto a quelli prevedibili estrapolando ai valori più alti di $\bar{R}$ l'andamento rettilineo di $\bar{N}(\bar{R})$ che si può interpolare nei dati posteriori al gennaio 1951; tale accentuazione ha tendenza ad essere crescente o quanto meno non decrescente (eccettuato il caso di Canberra) al crescere della latitudine magnetica da 52° Sud (Hobart) a 53° Nord (Lindau), sopratutto nell'emisfero Nord;

c) in corrispondenza ai valori più alti di $\bar{R}$, la $\bar{N}$ mostra tendenza, essenzialmente solo nell'emisfero Nord, a raggiungere un massimo relativo; in sostanza sembra presente con una certa sistematicità una asimmetria tra gli andamenti di $\bar{N}$ nei due emisferi; d'altra parte sia la fig. 1 sia, assai più chiaramente, le figg. 2 e 3 sembrano suggerire una apprezzabile dipendenza di $\bar{N}$ dalla area dei filamenti di idrogeno o, più genericamente se si vuole, dall'attività ad essi connessa.

Prima di procedere oltre, data la periodicità di 27,275 giorni con cui tendono a ricorrere i fenomeni della attività solare, abbiamo voluto vedere se, e in che misura eventualmente, sono modificati gli andamenti di $\bar{N}(\bar{R})$ applicando l'analisi periodale alle successioni dei valori N^* e R^*, mediani e medi rispettivamente, di $(f_oF_2)^2$ e di R riferiti al mese solare di 27,275 giorni anzichè al nostro mese terrestre convenzionale: ciò è stato fatto, per ovvie ragioni di disponibilità dei dati di f_oF_2 giorno per giorno, per il solo Osservatorio ionosferico

di Washington: in sostanza (fig. 5) l'andamento di $N^*(R^*)$, eccetto in qualche dettaglio e in una accentuazione della cuspide intorno al gennaio-maggio 1951, riproduce assai fedelmente quello di $\bar{N}(\bar{R})$. In definitiva le indicazioni tratte sopra dalle figg. 1 e 2 restano fisicamente significative: assumeremo pertanto nel seguito di poter

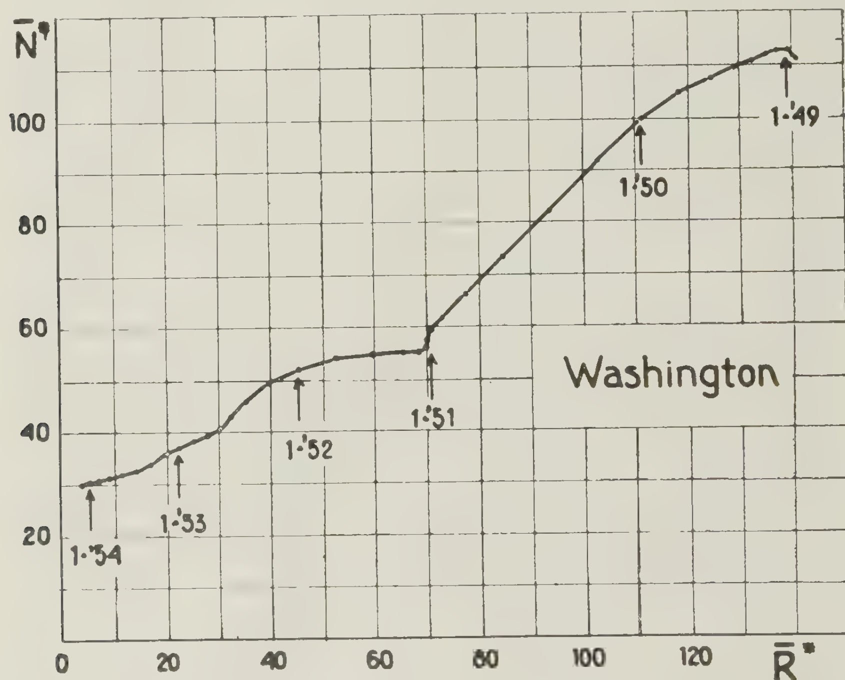


Fig. 5. – Andamento di N^* nello strato F_2, a mezzogiorno, in funzione di R^*.

modificare la [1] in modo da tener conto anche della attività dei filamenti di idrogeno, stabilendo tra $\bar{N}$, $\bar{R}$ e $\bar{A}_F$ il legame lineare.

$$\bar{N} = a' + b'\bar{R} + c'A_F = \\ = \bar{N}_o' \left[1 + \beta\bar{R} + \gamma A_F\right]. \qquad [2]$$

Mediante il metodo dei minimi quadrati abbiamo calcolato, usando i dati del periodo gennaio 1949-dicembre 1953 i valori più attendibili di $\bar{N}_0'$, β, γ; a scopo di confronto abbiamo anche calcolato i valori di $\bar{N}_0$, α, δ corrispondenti alle relazioni

$$\begin{cases} \bar{N} = \bar{N}_o\left[1 + \alpha\bar{R}\right] \\ \bar{N} = \bar{N}_o\left[1 + \delta\bar{A}_F\right] \end{cases} \qquad [3]$$

Un primo esame dei risultati raccolti nella tab. 1 permette di trarre le seguenti notevoli conclusioni:

a) i valori dei coefficienti α e δ mostrano asimmetria rispetto all'equatore magnetico e una certa sistematica tendenza a crescere, nell'emisfero Nord, al crescere della latitudine magnetica;

b) i valori dei coefficienti β sono sensibilmente simmetrici rispetto all'equatore magnetico mentre sono nettamente asimmetrici quelli di γ sui quali si trasferisce, per così dire, la asimmetria presentata dai coefficienti α e δ.

Quanto al significato statistico dei valori raccolti nella tabella si possono fare alcune considerazioni: 1) gli Osservatori indicati nella tabella sono distribuiti abbastanza simmetricamente intorno all'equatore magnetico: scegliendo tra quelli dell'emisfero Nord solo gli Osservatori (indicati in carattere corsivo) cui ne corrisponde nello emisfero Sud uno situato approssimativamente alla stessa latitudine magnetica e attribuendo uno stesso peso statistico ai dati

Tabella 1

Osservatorio	$\bar{N} = \bar{N}_o(1 + \alpha\bar{R})$		$\bar{N} = N_o(1 + \delta\bar{A}_F)$		$\bar{N} = N_o'(1 + \beta R + \gamma\bar{A}_F)$			Latitudine	
	$\bar{N}_o$	α	$\bar{N}_o$	δ	$\bar{N}_o'$	β	γ	geogr.	geomagn.
Lindau	16.1	0.0395	23.2	0.0461	19.0	0.0162	0.0303	51.6 *N*	53 *N*
Friburgo	17.7	0.0381	25.4	0.0448	20.6	0.0168	0.0282	48.1 »	50 »
Washington	19.1	0.0346	26.8	0.0410	21.5	0.0183	0.0219	39 »	50 »
San Francisco	21.5	0.0361	31.1	0.0411	23.8	0.0235	0.0155	37.4 »	44 »
White Sands	26.2	0.0309	36.5	0.0363	28.3	0.0212	0.0129	32.6 »	42 »
Wakkanai	24.6	0.0259	33.6	0.0317	27.8	0.0126	0.0181	45.4 »	35 »
Tokyo	32.7	0.0254	43.1	0.0316	34.3	0.0192	0.0090	35.7 »	26 »
Yamagawa	43.9	0.0197	54.9	0.0258	45.5	0.0151	0.0069	31.2 »	21 »
Maui	69.8	0.0124	81.4	0.0172	70.6	0.0111	0.0020	20.8 »	21 »
Delhi	56.9	0.0160	68.4	0.0219	58.8	0.0120	0.0062	28.6 »	19 »
Madras	53.3	0.0133	61.6	0.0187	53.1	0.0116	0.0030	13 »	4 »
		$\bar{\alpha} =$ *0.0273*		$\bar{\delta} =$ *0.0330*		$\bar{\beta} =$ *0.0167*	$\bar{\gamma} =$ *0.0141*		
Huancayo	40.2	0.0178	49.5	0.0236	41.2	0.0146	0.0050	12 *S*	0.6 *S*
Rarotonga	61.3	0.0138	72.6	0.0188	61.8	0.0127	0.0017	21.3 »	21 »
Johannesburg	39.1	0.0184	49.0	0.0237	39.8	0.0159	0.0037	26.2 »	27 »
Brisbane	32.7	0.0201	41.0	0.0263	34.0	0.0150	0.0077	27.5 »	36 »
Watheroo	28.2	0.0229	36.0	0.0284	29.8	0.0157	0.0089	30.3 »	41 »
Canberra	24.2	0.0247	31.2	0.0319	26.4	0.0133	0.0164	35.3 »	44 »
Christchurch	20.5	0.0278	27.5	0.0344	22.0	0.0171	0.0151	43.6 »	48 »
Hobart	24.2	0.0175	29.8	0.0230	24.5	0.0155	0.0030	42.8 »	52 »
		$\bar{\alpha} = 0.0200$		$\bar{\delta} = 0.0260$		$\bar{\beta} = 0.0149$	$\bar{\gamma} = 0.0075$		
		$\sigma = 0.0042$		$\sigma = 0.0048$		$\sigma = 0.0013$	$\sigma = 0.0048$		

di tutti gli Osservatori così selezionati, può essere significativo considerare i valori medi $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$, $\bar{\delta}$ dei coefficienti α, β, γ, δ rispettivamente negli emisferi Nord e Sud, valori medi che appaiono tutti maggiori in quello e minori in questo. 2) Valutando le deviazioni quadratiche medie dei valori di α, β, γ, δ relativi a Osservatori nell'emisfero Sud rispetto alla loro media

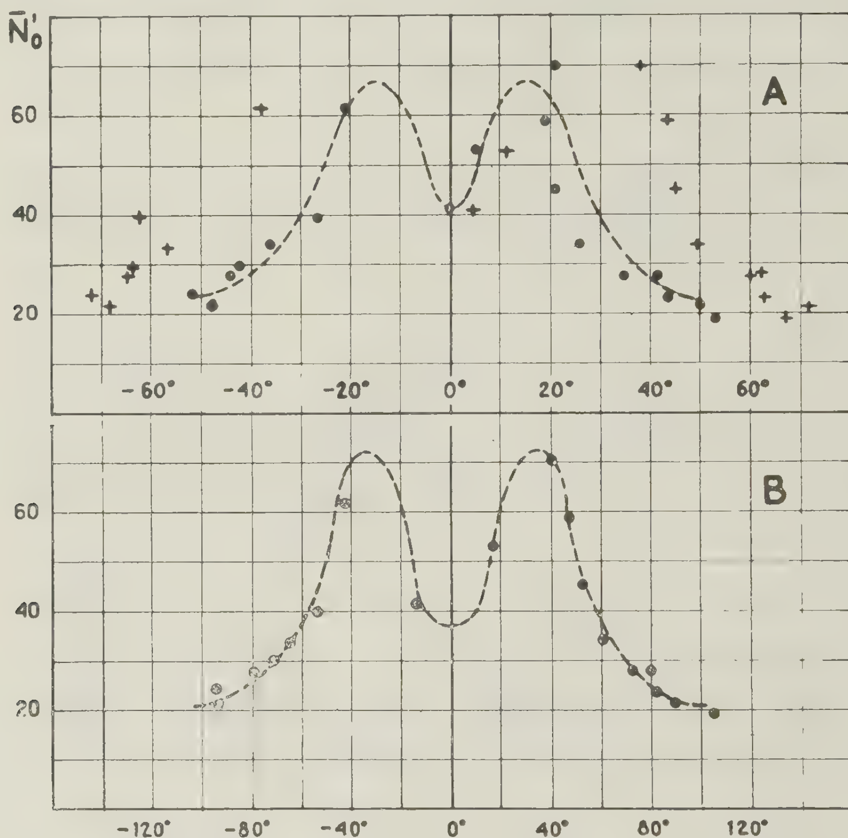


Fig. 6. – Dipendenza di N_0' dalla latitudine geomagnetica (caso A, punti pieni), dalla inclinazione magnetica (caso A, punti a croce) e dalla somma delle latitudini geografica e geomagnetica (caso B).

$$\sigma_a = \sqrt{\sum_{1}^{n}{}_i \, (a_i - \bar{a})^2/n}$$

$$\sigma_\beta \, , \, \sigma_\gamma \, , \, \sigma_\delta$$

e assumendo tali deviazioni (nella tabella semplicemente indicate con σ) come misure dell'ordine di grandezza delle fluttuazioni tra Osservatorio e Osservatorio determinate da cause occasionali o da effettive differenziazioni di carattere locale della ionosfera, risulta evidente che per gli Osservatori a più alta latitudine Nord i soli valori di α, γ, δ sono significativamente maggiori di quelli « normali » che si avrebbero se ci fosse perfetta simmetria di comportamento tra i due emisferi; ed è appunto a ciò che si debbono attribuire i maggiori valori medi dei coefficienti nell'emisfero Nord.

I risultati esposti sono particolarmente interessanti in quanto ci consentono di selezionare un effetto sensibilmente indipendente dalla latitudine geomagnetica e geografica (dipendenza dalle macchie solari) da un effetto dipendente dalla latitudine, anche

se con legge alquanto riposta ma senz'altro con tendenza ad essere più rilevante nell'emisfero Nord che nell'emisfero Sud e in quello crescente al crescere della latitudine magnetica.

Non riportiamo i valori dei coefficienti di correlazione di $\bar{N}$ con $\bar{R}$ e $\bar{A}_F$, i quali tutti sono assai prossimi all'unità così da non fornire ulteriori elementi di valutazione.

Appaiono invece interessanti (fig. 6) i grafici di $\bar{N}_0'$ rispetto alla latitudine geomagnetica e alla inclinazione magnetica (caso A) ovvero alla somma delle latitudini geomagnetica e geografica (caso B); le linee tratteggiate rappresentano possibili andamenti simmetrici compatibili con i valori di N_0'; tali valori appaiono sensibilmente più simmetrici nel caso B che nel caso A: ciò si può fisicamente giustificare osservando che in realtà le densità elettroniche dipendono sia dalla latitudine geografica che dalla latitudine geomagnetica e quindi è logico attendersi che, nonostante la convenzionalità insita nel riportare sull'asse delle ascisse la

Tabella 2

Osservatorio	$N - N_{12} = (N - N_{12})_o[1+\alpha R]$		$N - N_{12} = (N - N_{12})_o[1+\delta A_F]$		$N - N_{12} = (N - N_{12})_o[1+\beta R+\gamma A_F]$		
	$(N-N_{12})_o$	α	$(N-N_{12})_o$	δ	$(N-N_{12})_o$	β	γ
Lindau	16.1	0.0391	24.2	0.0423	16.4	0.0203	0.0356
Friburgo	17.5	0.0394	27.4	0.0400	18.0	0.0225	0.0308
Washington	19.5	0.0336	28.5	0.0368	19.8	0.0188	0.0281
San Francisco	22.0	0.0350	32.9	0.0371	22.4	0.0202	0.0281
White Sands	26.9	0.0308	39.7	0.0314	27.3	0.0196	0.0200
Wakkanai	25.6	0.0243	33.1	0.0311	26.0	0.0117	0.0242
Tokyo	33.2	0.0248	46.9	0.0267	33.5	0.0171	0.0150
Yamagawa	45.1	0.0187	59.4	0.0213	45.4	0.0133	0.0105
Maui	73.5	0.0110	88.1	0.0137	73.8	0.0082	0.0057
Delhi	60.9	0.0139	72.5	0.0187	61.3	0.0079	0.0118
Madras	54.2	0.0126	65.4	0.0158	54.4	0.0087	0.0076
		$\bar{\alpha}=0.0246$		$\bar{\delta}=0.0294$		$\bar{\beta}=0.0156$	$\bar{\gamma}=0.0205$
Huancayo	41.0	0.0171	52.7	0.0201	41.2	0.0120	0.0099
Rarotonga	63.3	0.0128	78.3	0.0150	63.5	0.0100	0.0054
Johannesburg	41.3	0.0163	51.8	0.0201	41.5	0.0106	0.0112
Brisbane	35.1	0.0175	44.8	0.0212	35.4	0.0114	0.0118
Watheroo	29.9	0.0199	39.6	0.0230	30.1	0.0135	0.0124
Canberra	27.6	0.0195	35.5	0.0244	28.6	0.0105	0.0165
Christchurch	22.8	0.0229	30.6	0.0267	23·1	0.0142	0.0169
Hobart	26.3	0.0146	33.6	0.0165	26.5	0.0117	0.0057
		$\bar{\alpha}=0.0176$		$\bar{\delta}=0.0209$		$\bar{\beta}=0.0117$	$\bar{\gamma}=0.0112$
		$\sigma=0.0030$		$\sigma=0.0036$		$\sigma=0.0014$	$\sigma=0.0040$

somma delle due latitudini, i valori di N_o' si distribuiscono più simmetricamente intorno all'asse delle ordinate.

Per meglio valutare la portata e l'attendibilità dei risultati riportati nella tabella 1, abbiamo eseguito un ulteriore esame dei dati sperimentali, sempre limitatamente agli anni 1949-1953: precisamente abbiamo direttamente considerato le successioni dei valori mediani mensili di N da cui abbiamo detratto, termine a termine, i valori della successione N_{12} costituente la componente di periodo 12 mesi (che è stata calcolata nella nota *I*) e abbiamo esaminato le correlazioni semplici e multiple di $N - N_{12}$ con i valori medi mensili di R e di A_F, avendo posto rispettivamente:

$$\begin{cases} N - N_{12} = (N - N_{12})_0 \; [1 + \alpha R] \\ N - N_{12} = (N - N_{12})_0 \; [1 + \delta A_F] \\ N - N_{12} = (N - N_{12})_0 \; [1 + \beta R + \gamma A_F] \end{cases} \qquad [4]$$

L'eliminazione della componente N_{12} con-

Tabella 3

Osservatorio	$\beta = b''/N_o'$	$\gamma = c''/N_o'$	ϱ_{12}	ϱ_{13}	$\varrho_{12,3}$	$\varrho_{13,2}$	$\varrho_{1(23)}$
Lindau	0.0181	0.0203	0.487	0.421	0.460	0.387	0.603
Friburgo	0.0181	0.0237	0.472	0.438	0.437	0.401	0.593
Washington . . .	0.0056	0.0231	0.236	0.470	0.173	0.447	0.494
San Francisco . .	0.0092	0.0227	0.290	0.413	0.239	0.383	0.468
White Sands . .	0.0094	0.0160	0.345	0.382	0.303	0.346	0.474
Wakkanai	0.0097	0.0214	0.296	0.394	0.248	0.362	0.455
Tokyo.	0.0114	0.0149	0.332	0.307	0.296	0.266	0.417
Yamagawa . . .	0.0060	0.0042	0.248	0.276	0.210	0.232	0.279
Maui	0.0050	0.0061	0.269	0.239	0.236	0.200	0.331
Delhi	0.0038	0.0110	0.224	0.361	0.173	0.335	0.396
Madras	0.0039	0.0057	0.264	0.265	0.228	0.228	0.344
	$\bar{\beta}=0.0090$	$\bar{\gamma}=0.0162$	$\bar{\varrho}=0.315$	$\bar{\varrho}=0.362$	$\bar{\varrho}=0.273$	$\bar{\varrho}=0.327$	$\bar{\varrho}=0.448$
Huancayo . . .	0.0086	0.0098	0.414	0.351	0.380	0.308	0.500
Rarotonga. . . .	0.0056	0.0024	0.301	0.137	0.283	0.088	0.313
Johannesburg . .	0.0076	0.0131	0.365	0.410	0.324	0.376	0.505
Brisbane	0.0078	0.0101	0.350	0.322	0.313	0.281	0.438
Watheroo	0.0108	0.0101	0.424	0.313	0.393	0.265	0.487
Canberra	0.0095	0.0111	0.323	0.278	0.288	0.236	0.393
Christchurch . .	0.0099	0.0098	0.294	0.225	0.264	0.183	0.342
Hobart	0.0043	— 0.0001	0.175	0.030	0.173	— 0.002	0.175
	$\bar{\beta}=0.0080$	$\bar{\gamma}=0.0083$	$\bar{\varrho}=0.331$	$\bar{\varrho}=0.258$	$\bar{\varrho}=0.302$	$\bar{\varrho}=0.217$	$\bar{\varrho}=0.394$
	$\sigma=0.0020$	$\sigma=0.0042$	$\sigma=0.074$	$\sigma=0.115$	$\sigma=0.065$	$\sigma=0.114$	$\sigma=0.107$

sente il confronto della densità elettronica con i dati solari eliminando, o quanto meno riducendo, l'influenza delle variazioni, specialmente quelle stagionali, che sono da mettersi in correlazione principalmente con altre variabili (in particolare l'altezza del Sole sull'orizzonte) piuttosto che con i parametri e quelle di $R - \overline{R}$ e $\overline{A}_F - A_F$; stabilendo ancora una relazione di linearità del tipo

$$N - N_{12} - \overline{N} = a'' + b'' (R - \overline{R}) + \\ + c'' (A_F - \overline{A}_F) \qquad [5]$$

si ottengono, come ci si può aspettare a

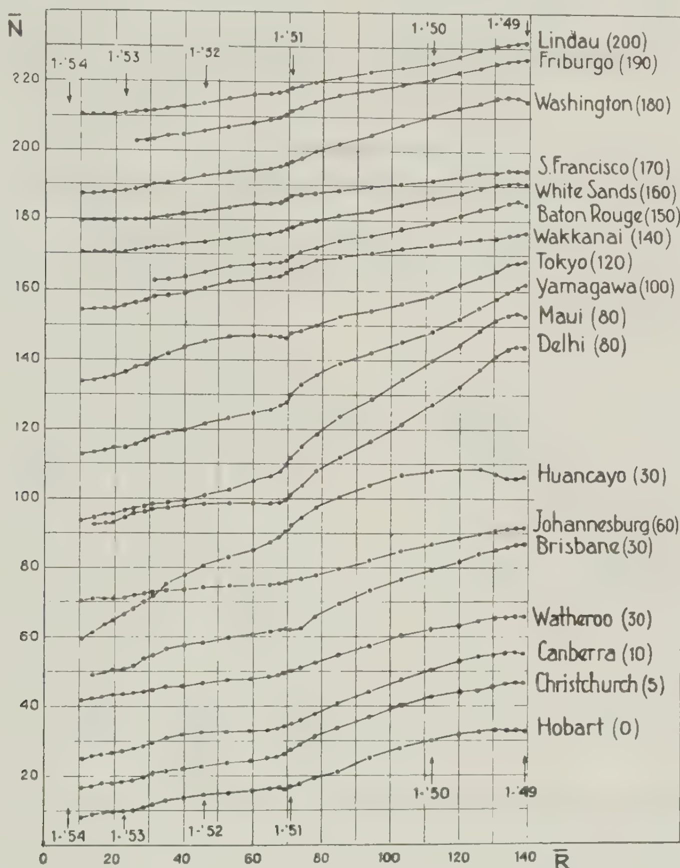


Fig. 7. – Andamenti di $\overline{N}$ nello strato F_2, a mezzanotte, in funzione di $\overline{R}$.

caratteristici della attività solare. La tabella 2 riporta i valori dei nuovi coefficienti α, β, γ, δ: si nota ancora una asimmetria dei valori di α, δ, e sopratutto, più accentuata, di γ nei due emisferi; inoltre, questa volta, anche i valori di β sembrano mostrare tendenza ad essere maggiori alle medie latitudini geomagnetiche Nord che alle corrispondenti latitudini Sud.

Da ultimo abbiamo voluto studiare le correlazioni tra le successioni di $N - N_{12} - \overline{N}$ priori, valori di a'' oscillanti intorno allo zero; quanto invece ai coefficienti b'' e c'' ci è parso fisicamente significativo misurarli in unità di N_0' allo scopo di esaminarne la dipendenza dalla latitudine: nella tabella 3 sono appunto riportati i valori $\beta = b''/\overline{N}_0'$ e $\gamma = c''/\overline{N}_0'$ e in più, questa volta, anche i coefficienti di correlazione semplice ϱ_{12}, ϱ_{13}, parziale $\varrho_{12,3}$, $\varrho_{13,2}$ e multipla $\varrho_{1(2,3)}$ di $N - N_{12} - \overline{N}$ con $R - \overline{R}$ e con $A - \overline{A}_F$,

essendosi attribuiti alle precedenti tre quantità ordinatamente gli indici 1, 2 e 3. Anche per i coefficienti ϱ le medie valutate per l'emisfero Nord si riferiscono solo agli otto Osservatori indicati in corsivo.

I coefficienti di correlazione sono alquanto bassi: si constata però come nell'emisfero Sud *tutti meno uno* dei coefficienti ϱ_{12} sono maggiori dei corrispondenti ϱ_{13} laddove nell'emisfero Nord oltre la metà dei ϱ_{13} superano i corrispondenti ϱ_{12}; la considerazione dei coefficienti di correlazione parziale $\varrho_{12,3}$ e $\varrho_{13,2}$ e multipla $\varrho_{1(23)}$, non consente di trarre conclusioni più significative; per ciò che riguarda invece i coefficienti $b''/\overline{N}_o'$ e $c''/\overline{N}_o'$ appare una sensibile simmetria nei due emisferi per il primo di essi mentre appare confermata, anche se meno chiaramente che dalle tabelle 1 e 2, una maggiore « sensibilità» dell'emisfero Nord alla attività dei filamenti.

Quanto al comportamento di N alle ore 00 ci riferiamo alla fig. 7 ove sono riportati gli andamenti di $\overline{N}$ per le stazioni già considerate; gioverà osservare che in effetti i valori di N alle 00 sono certo funzione della intensità di ionizzazione, ma essi risentono però di tutta la « storia » dello strato F_2 in quanto, se i valori di N alle 12 possono più o meno approssimativamente considerarsi come un indice della dipendenza della intensità di ionizzazione dalla attività solare, i valori di mezzanotte invece sono subordinati anche ad altri essenziali fattori quali variazioni di temperatura (diurne e stagionali), spostamenti di insieme dello strato F_2, ecc.; d'altra parte essi potrebbero essere più sensibili dei dati alle 12 a una eventuale radiazione corpuscolare incidente nell'alta atmosfera in quanto di notte viene a mancare la radiazione ultravioletta solare.

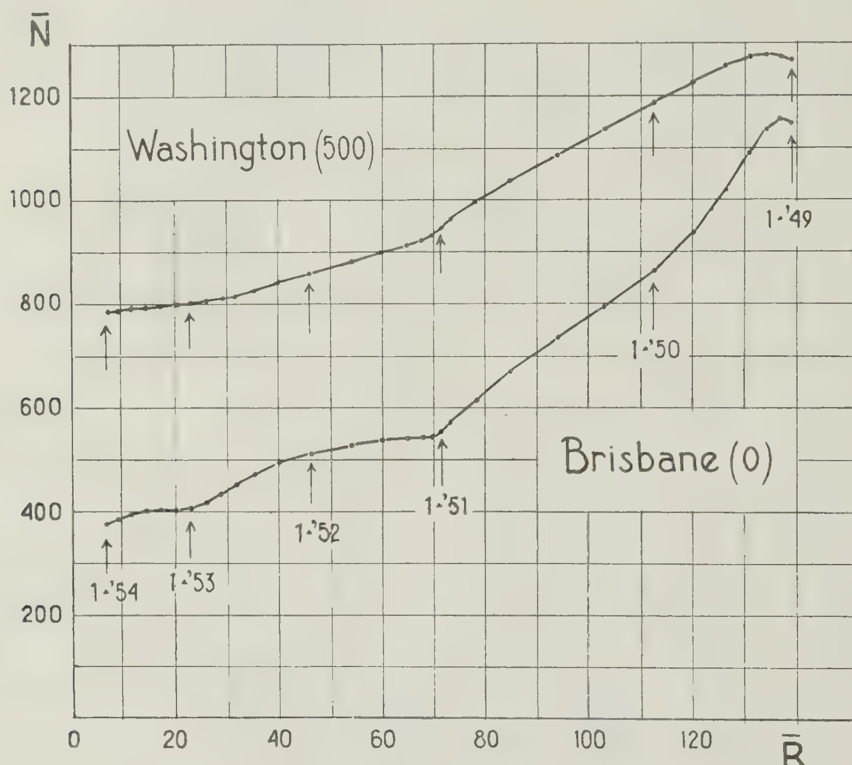


Fig. 8. – Andamenti di N nello strato F_1, a mezzogiorno, in funzione di R.

Dalla figura risulta tuttavia una somi-

glianza di comportamento tra andamenti diurni e notturni di $\bar{N}$: il particolare più interessante è di nuovo la diversità di pendenza delle curve $\bar{N}(R)$ nelle due metà precedenti e seguenti il periodo gennaio-maggio 1951; l'importanza relativa delle aree dei filamenti appare esaltata in certi Osservatori ove a mezzogiorno essa appare poco rilevante (per es. Hobart, Johannesburg, Delhi) e peraltro diminuita negli Osservatori situati più a Nord nell'emisfero Nord: in definitiva, a mezzanotte si può ancora pensare a una dipendenza di $\bar{N}$ da $\bar{A}_F$ ma questa volta però in maniera non chiaramente asimmetrica nei due emisferi.

Caso degli strati F_1 ed E.

Il metodo di analisi sopra usato per lo studio di $(f_o F_2)^2$ è stato anche applicato allo studio della densità elettronica massima nello strato F_1: in questo caso però, dato che di norma durante l'inverno lo strato F_1 si confonde con lo strato F_2, non è possibile una analisi estendentesi alle varie latitudini come per il caso dello strato F_2: abbiamo pertanto analizzato solo i dati di Brisbane per l'emisfero Sud e quelli di Washington per l'emisfero Nord (naturalmente soltanto quelli diurni). Risulta ben evidente dalla fig. 8 che anche nel caso dello strato F_1 il comportamento della densità elettronica massima

Tabella 4

Osservatorio	$\bar{N} = \bar{N}_o[1 + \alpha\bar{R}]$		$\bar{N} = \bar{N}_o[1 + \delta\bar{A}_F]$		$\bar{N} = \bar{N}_o'[1 + \beta\bar{R} + \gamma\bar{A}_F]$		
	$\bar{N}_o$	α	$\bar{N}_o$	δ	$\bar{N}_o'$	β	γ
Strato F_1							
Washington . . .	193	0.0215	242	0.0286	207	0.0128	0.0139
Brisbane	250	0.0231	327	0.0287	257	0.0197	0.0049
Strato E							
Lindau	56.2	0.0097	63.5	0.0138	56.4	0.0091	0.0009
Washington . . .	74.0	0.0108	84.6	0.0153	74.8	0.0095	0.0020
Tokyo	79.4	0.0118	93.3	0.0149	83.2	0.0074	0.0062
White Sands . .	79.8	0.0128	90.6	0.0189	83.8	0.0069	0.0093
Maui	100.9	0.0095	113.2	0.0139	102.8	0.0073	0.0037
Rarotonga. . . .	106.7	0.0087	119.0	0.0126	107.5	0.0078	0.0015
Johannesburg . .	107.7	0.0093	120.5	0.0135	109.4	0.0073	0.0031
Brisbane	111.4	0.0078	123.1	0.0114	112.0	0.0072	0.0009
Watheroo	94.0	0.0064	102.1	0.0090	93.6	0.0066	— 0.0008
Canberra	91.4	0.0085	101.4	0.0125	92.4	0.0070	0.0024
Hobart	87.3	0.0071	97.1	0.0099	85.0	0.0100	— 0.0054
Christchurch . .	75.5	0.0080	83.5	0.0118	76.1	0.0071	0.0016

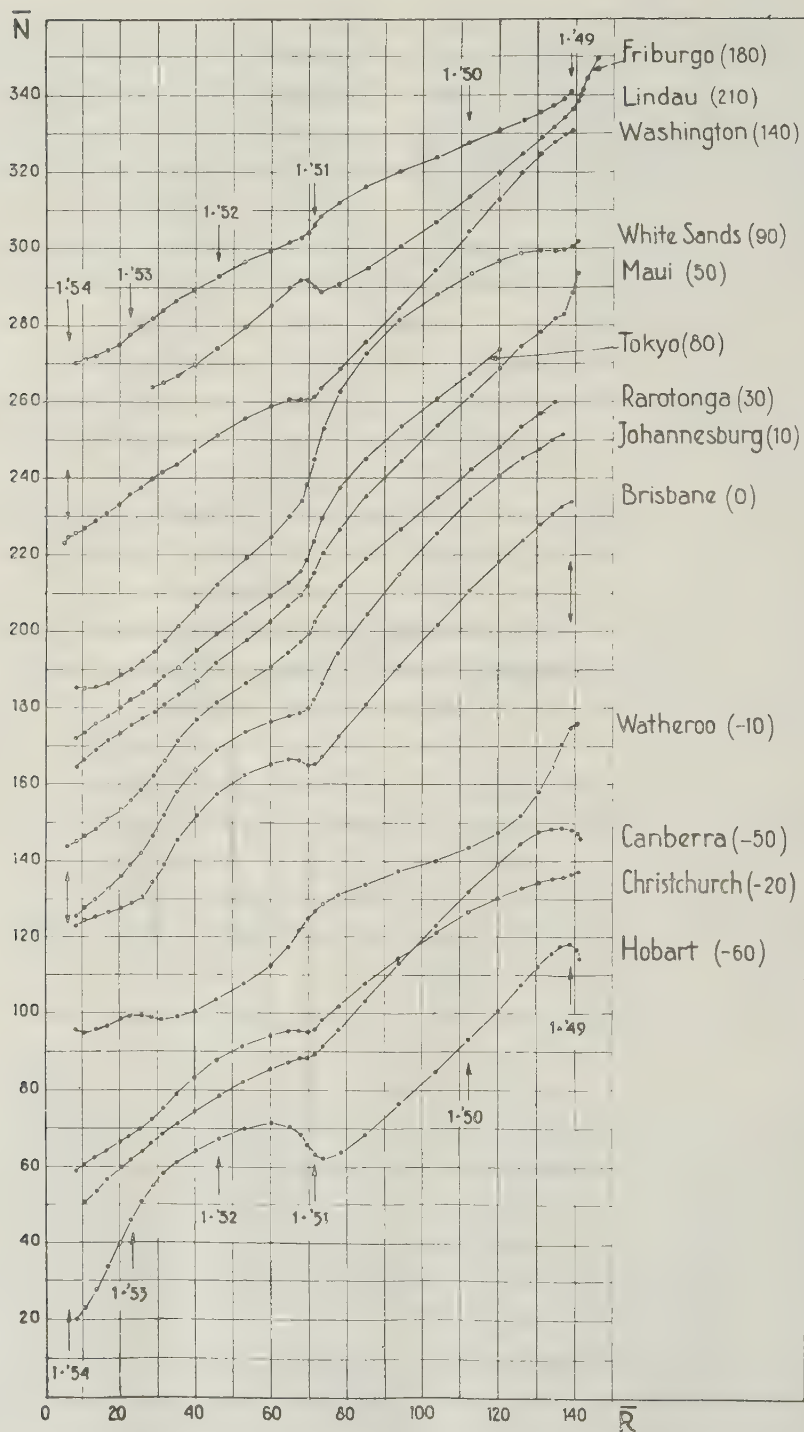


Fig. 9. – Andamenti di N nello strato E, a mezzogiorno, in funzione di $\bar{R}$.

appare diverso rispettivamente nei due periodi di tempo prima e dopo il gennaio-maggio 1951. In quanto ai valori dei coefficienti $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ riportati nella tabella 4 (con notazioni analoghe a quelle di tabella 1) essi non sono sostanzialmente diversi da quelli corrispondenti agli andamenti secolari di $(f_oF_2)^2$ per l'Osservatorio di Brisbane mentre invece per l'Osservatorio di Washington sono tutti apprezzabilmente inferiori: sembrerebbe pertanto non sussistere la asimmetria riscontrata negli andamenti secolari di $(f_oF_2)^2$ tra gli emisferi Nord e Sud. Quanto invece alla eventualità che lo strato F_1 e lo strato F_2 siano di unica origine come per primo suppose Bradbury nulla si può concludere; in effetti a Brisbane i valori dei coefficienti $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ relativi agli andamenti di $(f_oF_1)^4$ e $(f_oF_2)^2$ sono abbastanza simili così da potersi ritenere che ivi i due strati possano anche avere la stessa origine; a Washington invece le differenze sono assai sensibili ciò che potrebbe suggerire due possibilità: che diversi siano i processi di formazione dei due strati oppure, ed è forse più accettabile alla luce dei risultati sopra ottenuti per $(f_oF_2)^2$ e di quelli relativi alla componente N_{12} ottenuti in I, che a un unico processo che forma gli strati F_1 e F_2, si sovrapponga, sopratutto di giorno, una causa di accumulazione di elettroni che influenza sostanzialmente la sola parte superiore della regione F, alla quale causa andrebbe attribuita la asimmetria di comportamento dello strato F_2 nei due emisferi.

Per ciò che riguarda lo strato E è possibile avere maggiori informazioni dato che si dispone di serie pressochè continue di dati in numerosi Osservatori. Nella fig. 9 sono riportati gli andamenti secolari $\bar{N}$ di $(f_oE)^4$ alle ore 12 in funzione di $\bar{R}$; i grafici sono ordinati dall'alto verso il basso in ordine di latitudine geomagnetica; si notano subito:

a) la notevole irregolarità degli andamenti, assai variabili da luogo a luogo a latitudini superiori ai 30° circa, e alquanto « regolari » invece alle basse latitudini;

b) la netta differenza rispetto ai grafici di fig. 2, per ciò che riguarda sia la sistematicità che la correlazione con i filamenti di idrogeno; si nota ancora la presenza sistematica di una qualche discontinuità intorno al gennaio-maggio 1951: vien fatto di pensare che la correlazione di $\bar{N}$ con $\bar{R}$, ed eventualmente con $\bar{A}_F$ o $\bar{A}_\Phi$, non presenti in ogni caso asimmetrie tra i due emisferi; per contro le condizioni ionosferiche « locali » appaiono assai più rilevanti che nel caso dello strato F_2.

Sono interessanti i risultati ottenuti dalle correlazioni di $\bar{N}$ con R e $\bar{A}_F$, riportati nella tabella 4 ove, questa volta, gli Osservatori sono disposti ordinatamente secondo la latitudine geografica; è chiaramente assente ogni sistematica asimmetria: si nota una certa costanza di β alle varie latitudini e la irregolare variabilità di γ; in conclusione, le differenze da Osservatorio a Osservatorio, riscontrate nei coefficienti $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, possono sostanzialmente attribuirsi a differenze nelle condizioni locali; e così pure si possono ritenere i valori di $\bar{N}_o$ e $\bar{N}_o'$ funzione della altezza zenitale del Sole, anch'essa soggetta a qualche minore influenza delle condizioni locali.

Appare confermata dalla tabella 4 oltre che dalla fig. 9 la poca o nessuna dipendenza della densità elettronica nello strato E dalla latitudine geomagnetica.

Paragrafo 3. Discussione e conclusioni.

Da tutto l'insieme dei risultati esposti risulta chiaramente, nello strato F_2, una dipendenza della densità elettronica massima dalla attività dei filamenti di idrogeno, sopratutto rilevabile nell'emisfero Nord ma peraltro presente anche nell'emisfero Sud (come avviene per es. in modo assai chiaro a Canberra); e ciò è confermato ulteriormente dalla sistematicità in ambedue gli emisferi della discontinuità nella pendenza degli andamenti di $\bar{N}(\bar{R})$ nel periodo a cavallo del gennaio-maggio 1951: la [1] è una relazione di prima approssimazione che va vantaggiosamente sostituita con la [2]. L'interpretazione della asimmetria nei due emisferi, segnatamente della maggiore « sensibilità » diurna dell'emisfero Nord alla attività dei filamenti, non appare semplice allo stato attuale delle conoscenze; va però rile-

vato che tale asimmetria va ad aggiungersi a quelle altre già riscontrate in I nell'andamento della componente di periodo di 12 mesi.

Se in via ipotetica si volesse pensare all'effetto di una radiazione strettamente correlata con l'attività dei filamenti e interessante principalmente l'emisfero Nord, non potendosi trattare di radiazione ultravioletta, verrebbe fatto di pensare a una radiazione corpuscolare ma allora occorrerebbe spiegare il perchè della sua maggiore intensità nell'emisfero Nord. Non sembra possibile attribuire tale fatto alla presenza del campo magnetico terrestre: basta pensare alla sostanziale simmetria della fenomenologia delle aurore polari nei due emisferi geomagnetici

Si potrebbe anche pensare a qualche effetto determinato da un eventuale campo elettrico esterno alla Terra: ma, sebbene nulla si sappia in proposito, non sembra plausibile invocare tale ipotesi; per es. la distribuzione geografica dello aumento della radiazione cosmica in occasione del brillamento solare del 23 Febbraio 1956, è stata sostanzialmente quella che ci si poteva aspettare pensando le particelle proiettate dalla zona perturbata del Sole e giunte sulla Terra, soggette al *solo* effetto del campo magnetico terrestre; in più l'energia primaria richiesta alle particelle per raggiungere le latitudini geomagnetiche relativamente basse di $40^\circ \div 50^\circ$ dovrebbe essere tale da permettere almeno a parte di esse di raggiungere il suolo, così da poter essere rivelate nelle misurazioni continue della intensità totale della radiazione cosmica, dalle quali invece, concordemente, non risulta alcuna asimmetria tra i due emisferi.

Da ultimo i risultati relativi agli strati F_1 ed E, sostanzialmente simmetrici per i due emisferi costituiscono una ulteriore difficoltà alla comprensione del comportamento asimmetrico dello strato F_2 in termini di radiazione corpuscolare.

Una ulteriore ipotesi, in analogia con quanto si è anche discusso in I per la componente N_{12}, potrebbe essere quella di considerare le asimmetrie di comportamento dello strato F_2 come un effetto collegato con i movimenti di circolazione atmosferica a quote sui $200 \div 300$ km, naturalmente soggetti alle sensibili « distorsioni » provocate dalla presenza del campo magnetico terrestre. Un utile contributo alla chiarificazione di questo punto potrà esser fornito dall'esame dei dati ionosferici di Osservatori ubicati più a Nord estendentisi su un periodo di tempo sufficientemente lungo, ciò che allo stato attuale non è stato possibile.

La ragione invece della sostanziale simmetria nei due emisferi, riscontrata nella densità elettronica nello strato E (e nello strato F_1), può essere facilmente attribuita o a una debole circolazione al livello di formazione dello strato (ciò che però sembra piuttosto in contrasto con i dati sperimentali) ovvero, ed è ipotesi assai più probabile, al fatto che a tale livello, nella equazione che regola la variazione temporale della densità elettronica, il termine aggiuntivo dovuto alla interazione del movimento di circolazione atmosferica e del campo magnetico terrestre è piccolo rispetto agli altri termini, i quali sono certamente maggiori che nello strato F_2. Per ciò che concerne la sensibile « irregolarità » degli andamenti secolari di $(f_o E)^4$ alle latitudini superiori ai 30° essa potrebbe essere dovuta all'effetto di filtro esercitato sulla radiazione ionizzante primaria dallo spessore di atmosfera sovrastante la zona di formazione dello strato E.

Accettando l'ordine di vedute sopra esposto, l'esame sistematico dei dati ionosferici relativi allo strato F_2 permetterebbe di fare qualche luce sui fenomeni di circolazione generale nell'alta atmosfera, che apparirebbero apprezzabilmente asimmetrici nei due emisferi.

Le conclusioni che abbiamo esposto, come è ovvio per la loro stessa natura, sono piuttosto un punto di partenza che un punto di arrivo: la loro attendibilità e la loro portata dovranno essere necessariamente materia di studio per ulteriori indagini.

Roma, 25 settembre 1956.

RIASSUNTO

Dall'esame comparato degli andamenti dei valori mediani mensili di densità elettronica massima N nello strato F_2, *esteso a circa 20 Osservatori distribuiti tra le latitudini geografiche di 52° Nord e 43° Sud, per il periodo 1949-1954 (fase decrescente dell'ultimo ciclo solare) si traggono i seguenti principali risultati:*

A mezzogiorno: a) *La relazione tra gli andamenti secolari di N e del numero di Wolf R, indicati con* $\bar{N}$ *e* $\bar{R}$, *usualmente considerata lineare secondo la legge* $\bar{N} = \bar{N}_o (1 + \alpha \bar{R})$, *appare meglio espressa da una legge del tipo* $\bar{N} = \bar{N}_o' (1 + \beta \bar{R} + \gamma \bar{A})$ *ove A rappresenta un altro parametro legato all'attività del Sole che sembra identificarsi con l'area* A_F *dei filamenti di idrogeno.*

b) *I valori di α appaiono sensibilmente più grandi nell'emisfero Nord che nell'emisfero Sud, tanto più quanto più cresce la latitudine Nord. I valori di β sono invece sensibilmente uguali nei due emisferi mentre la asimmetria riscontrata in α si trasferisce, sempre nello stesso senso, ai coefficienti γ.*

c) *Risultati sostanzialmente analoghi si ottengono correlando tra loro i valori mensili di* $N - N_{12}$ *e quelli di R e* A_F (N_{12} *rappresenta la componente di periodo 12 mesi presente in N); e così pure, anche se più debolmente, correlando i valori di* $N - N_{12} - \bar{N}$ *con quelli di* $R - \bar{R}$ *e* $A_F - \bar{A}_F$.

A mezzanotte *invece, sempre nello strato* F_2, *non appaiono le asimmetrie riscontrate di giorno; rimane pero la dipendenza da* A_F.

Quanto agli strati F_1 *ed E le loro caratteristiche fisiche risultano sostanzialmente simmetriche nei due emisferi.*

Si discutono infine le possibili cause di asimmetria tra i due emisferi e si avanza l'ipotesi che possa trattarsi di un effetto più o meno strettamente connesso con i fenomeni di circolazione generale dell'alta atmosfera.

ABSTRACT

A comparative study of the behaviours of the median monthly values of the maximum electron densities N in the F_2*–layer, for about 20 Observatories located between the geographical latitudes 52° N and 43° S, during the years 1949-1954, leads to the following principal results:*

At noon (i) *The dependence's law of the secular behaviours of N upon the secular behaviours of the Wolf's number R, indicated* $\bar{N}$ *and* $\bar{R}$, *usually considered linear* $\bar{N} = N_o (1 + \alpha R)$ *appears advantageously substituted by the law* $\bar{N} = \bar{N}_o' (1 + \beta \bar{R} + \gamma \bar{A})$ *where A is another index of the solar activity which could be the area* A_F *of the hydrogen filaments.*

(ii) *The values of α are remarkably greater in the northern hemisphere than in the southern hemisphere, expecially for increasing northern latitudes. The values β, instead, are about equal in the two hemispheres, while the asymmetry of α appears, with similar features, in the values γ.*

(iii) *One obtains about similar results in the correlation of the monthly values of* $N - N_{12}$ *with the monthly values of R and* A_F (N_{12} *is the component of twelve months period, present in N); the results are again similar for the correlation of* $N - N_{12} - \bar{N}$ *with* $R - \bar{R}$ *and* $A_F - \bar{A}_F$.

At midnight, *instead, the correlations do not exhibit asymmetries between the two hemispheres; the dependence upon* A_F *remains.*

With regard to the F_1 *and E layers, their characteristics appear substantially symmetric in the two emispheres.*

We discuss the eventual causes of asymmetries between the northern and southern hemispheres and put forward the hypothesis that the asymmetric noon characteristics of the F_2 *layer could be connected with the phenomena of general circulation in the high atmosphere.*

BIBLIOGRAFIA

(1) MARIANI, F., *Ann. Geofis.* **10**, n. 1 (1957).

(2) RIGHINI, G., - GODOLI, G., *Ann. Geofis.* **3**, 501 (1950)

(3) GODOLI, G., *Ann. Geofis.* **6**, 199 (1953); **7**, 135 (1954); **8**, 325 (1955)

(4) ALLEN, C. W., *Terr. Magn.* **51**, 1 (1946); **53**, 433 (1948)

(5) KIEPENHEUER, K. O., *Ann. d'Astrophys.* **8**, 210 (1945).

Un metodo obiettivo per la determinazione della subsidenza negli anticicloni dinamici

F. DI BENEDETTO

L'anticiclone è una configurazione barica fondamentale, estesa in senso verticale ed orizzontale, intorno alla quale i venti ruotano, nell'emisfero nord, in senso orario. Al centro dell'anticiclone la pressione è massima e decresce gradualmente verso la periferia.

Fin dal 1876, l'anticiclone è stato oggetto di studi da parte di Hann (1), il quale, con l'ausilio di osservazioni effettuate in montagna, dimostrò che l'anticiclone, quota per quota, è più caldo del ciclone. Hann fu anche il primo ad intuire che i fenomeni di subsidenza, cioè, i moti discendenti adiabatici che avvengono nella libera atmosfera su grande scala fossero caratteristici dell'anticiclone ed attribuì ad essi l'estrema secchezza degli strati anticiclonici.

Da allora, non sono mancati studi notevoli sugli anticicloni, di cui daremo un accenno nei prossimi paragrafi, importanti non solo nei riflessi della circolazione generale dell'atmosfera, ma anche delle previsioni del tempo a breve, a media ed a lunga scadenza.

Nel 1908, Hanzlík (2) classificò gli anticicloni in due tipi: l'anticiclone « freddo » e l'anticiclone « caldo ». Le caratteristiche dell'anticiclone freddo sono: l'estrema mobilità ed il piccolo spessore. Al contrario, l'anticiclone caldo è quasi stazionario ed ha uno spessore rilevante, tanto da interessare tutta la troposfera, e presenta anche una estensione orizzontale variabile da alcune centinaia ad alcune migliaia di km quadrati. Questa classificazione è generalmente accettata ancora oggi. L'anticiclone freddo prende anche il nome di anticiclone « polare » (caratteristico delle zone polari), mentre l'anticiclone caldo prende il nome di anticiclone « termico » o anticiclone « dinamico ».

Una spiegazione soddisfacente dal punto di vista fisico dell'origine dell'anticiclone freddo fu data da Wexler nel 1936 (3, 4) e perfezionata recentemente da Schmidt nel 1946 (5). Il loro ragionamento può sintetizzarsi come segue: si presume che la superficie terrestre (suolo), generalmente coperta di neve, o i mari, dotati di forte capacità termica, siano più freddi dello strato d'aria immediatamente a contatto con essi. Pertanto, questo strato d'aria, cedendo per irraggiamento calore alla superficie sottostante, si raffredda e diminuisce il suo spessore; per conseguenza, le superfici isobariche dello strato si abbassano ed in quota, pertanto, si genera un'area di bassa pressione. A questa caduta di pressione in quota, per il principio del vento isallobarico di Douglas e Brunt (6), corrisponde una componente del vento verso il centro, sulla verticale, e, quindi, convergenza orizzontale. Pertanto, questa convergenza in quota provoca l'inizio dell'aumento della pressione al suolo.

Non altrettanto soddisfacenti sono le teorie moderne proposte per spiegare l'origine degli anticicloni dinamici. A parte i casi di trasformazione degli anticicloni freddi in caldi (4), storicamente la teoria dell'irraggiamento fu concepita da Mügge nel 1927 (7), nell'ipotesi che le alte pressioni fossero dovute al raffreddamento per irraggiamento degli strati superiori della troposfera e degli strati più bassi della stratosfera. Questa ipotesi non ha retto alle osservazioni recenti di Gowan (8), il quale ha mostrato che il raffreddamento (notturno) della colonna di aria stratosferica (da 15 km a 30 km) varia da circa $^1/_{10}$ °C a 15 km a 1 °C a 30 km; nè sembra probabile, d'altra parte, che il

contributo alle alte pressioni al suolo possa essere dovuto a strati superiori a 30 km (30 mb) nei quali l'aria è estremamente rarefatta [10].

Brunt [6] osservò che la stratosfera al di sopra di un anticiclone dinamico è alta e fredda e presenta, quindi, caratteristiche analoghe alla stratosfera delle regioni equatoriali. Pertanto, egli attribuì l'origine degli anticicloni dinamici al fatto che la suddetta colonna d'aria stratosferica proviene dalle latitudini equatoriali. Un calcolo semplice, eseguito con l'ausilio del diagramma di Wagner [9], mostra che le variazioni di pressione conseguenti a questa materiale avvezione di colonne d'aria substratosferiche si aggirano intorno a 25 mb, valori che renderebbero attendibile l'alta pressione in superficie degli anticicloni delle medie latitudini. Senonchè, l'esame delle situazioni sinottiche reali mostra che le condizioni ora esposte si verificano soltanto in casi rari.

Una teoria dinamica abbastanza plausibile è stata recentemente proposta da Wexler [10]. Questa teoria fa risalire l'origine degli anticicloni dinamici alle trasformazioni quasi periodiche delle correnti occidentali in quota delle medie latitudini; a questa formazione, secondo Wexler, è notevole il contributo anche dell'avvezione di masse calde provenienti da SW; ma questa avvezione è un effetto non la causa, che rimane essenzialmente dinamica. Un altro gruppo di teorie, proposto da Durst e Sutcliffe [11] e perfezionata recentemente da Priestley [12], si basa sulla ipotesi che, per qualche causa intrinseca nella circolazione (rimescolamento laterale, correnti verticali discendenti, ecc.) si inaugurano venti non in equilibrio geostrofico, con conseguente convergenza di aria verso il centro di alte pressioni. Anche questo gruppo di teorie non è del tutto esente da critiche, per il fatto che le ipotesi sulle quali si basano non si verificano del tutto negli anticicloni.

La struttura termica verticale degli anticicloni, studiata da Dines nel 1914 [13] e ripresa sistematicamente da Palmén nel 1933 [14] mostra che l'anticiclone dinamico è costituito, in generale, da uno strato superficiale freddo, da una troposfera calda (rispetto ai cicloni, a parità di condizioni) e la tropopausa negli anticicloni è situata a circa km 11,5 con temperatura di circa — 65 °C (rispetto a km 8,5 e — 50 °C dei cicloni).

La trasformazione degli anticicloni è stata oggetto di studi di Douglas [15], Khanewsky [16], Runge [17] e Giblett [18], ma, per lo studio attuale, che non interessa direttamente, non ci tratterremo ulteriormente.

Altrettanto può dirsi della recente teoria di Rossby [19] sul comportamento cinematico degli anticicloni, considerati come vortici barotropici immersi in una atmosfera barotropica in quiete.

Il problema fondamentale, nello studio degli anticicloni dinamici già costituiti, riguarda la determinazione della subsidenza anticiclonica.

Esiste, a riguardo, uno studio esauriente [20] della subsidenza nella libera atmosfera che contempla il triplice lato teorico, statistico e pratico e la costruzione di tabelle pratiche per le previsioni del tempo.

I metodi adottati fino ad oggi per la misura delle correnti verticali (ascendenti e discendenti) possono essere raggruppati in quattro categorie: 1) misure dirette della velocità verticale; 2) misura della velocità verticale mediante la determinazione della divergenza orizzontale, attraverso l'equazione di continuità (metodo cinematico); 3) misura della velocità verticale mediante il criterio di conservativismo di una determinata proprietà della massa d'aria subsidente (metodo adiabatico); 4) l'intensità delle precipitazioni è proporzionale alle velocità verticali discendenti dello strato di aria satura.

Per lo studio della subsidenza anticiclonica, possono essere utilizzati sia il metodo cinematico che il metodo adiabatico, i quali presentano lo stesso grado di approssimazione e gli stessi vantaggi e svantaggi [20, 21, 22, 23, 24].

Sarebbe opportuno, pertanto, data la enorme importanza del fenomeno, particolarmente in campo pratico, tentare di stabilire con metodo originale ed obiettivo una misura quantitativa della subsidenza anticiclonica, sotto ipotesi affatto restrittive.

È noto che, quando avvengono moti verticali discendenti nell'atmosfera, su grande scala, come nelle zone anticicloniche, interi strati di aria si spostano adiabaticamente verso il basso; sicchè la sezione orizzontale

di questi strati, portata a livelli più bassi e, quindi, sottoposta a pressione atmosferica più elevata, tende ad aumentare. Nel caso degli anticicloni dinamici, dunque, il moto discendente si presenta con un allargamento degli strati d'aria più bassi (vedi fig. 1), mentre non muta la distanza relativa dei singoli strati. Un anticiclone può, quindi, concepirsi come un segmento di iperboloide ad una falda, in quanto le due basi orizzontali sono, con grande approssimazione, entrambe a forma ellittica (o circolare) ed i rami laterali, traiettorie delle correnti discendenti, possono confondersi con altrettanti rami di iperboli equilatere.

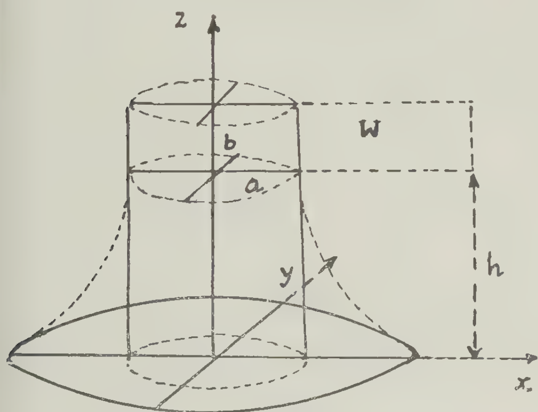


Fig. 1

In base a queste ipotesi, concernenti il carattere geometrico dell'anticiclone, possiamo determinare analiticamente la subsidenza anticiclonica, cioè, l'intensità media della velocità verticale discendente.

Consideriamo, a tale scopo, un segmento di iperboloide verticale a basi ellittiche, di semiassi a e b e di altezza h, disposto con la base inferiore al suolo e la base superiore alla quota h, alla quale si estende l'anticiclone (quota massima con isoipse chiuse). La massa d'aria dm che entra nel tempo unitario (24 ore) e con la velocità media (verticale) w, attraverso la base superiore (ellittica) del segmento di iperboloide, è espressa evidentemente da:

$$d\,m = \varrho_h \cdot \pi a b w \qquad [1]$$

dove ϱ_h è la densità media dell'aria alla quota h e $\pi a b w$ è il volume del cilindro contenente la massa dm prima di entrare nel segmento di iperboloide.

Isoliamo il cilindro di base ellittica superiore eguale a quella dell'iperboloide di altezza h, contenuta nella iperboloide. Per il fenomeno di subsidenza, poichè le iperboli equilatere che costituiscono la superficie laterale dell'iperboloide sono le traiettorie delle particelle d'aria della massa d'aria discendente, questa sarà contenuta, per ragioni di continuità, nell'intercapedine fra l'iperboloide ad una falda ed il cilindro. Pertanto:

$$dm = \varrho_m (v_i - v_c) \qquad [2]$$

dove ϱ_m è la densità media dello strato di aria di altezza h, v_i è il volume del segmento di iperboloide, determinabile col metodo di Simpson o col metodo della sezione, e v_c è il volume del cilindro di altezza h. La (2) diventa, pertanto:

$$dm = \varrho_m \cdot \frac{\pi a b}{3 c^2} h^3 . \qquad [3]$$

Eguagliando l'espressione della [1] alla [3], l'equazione di continuità, nel caso attuale, dà luogo alla seguente equazione:

$$w \varrho_h = \varrho_m \frac{h^3}{3 c^2} \qquad [4]$$

la quale fornisce l'equazione cercata nella incognita w:

$$w = \frac{\varrho_m}{\varrho_h} \frac{h^3}{3 c^2} . \qquad [5]$$

Questa equazione non è ancora utilizzabile, in quanto contiene il parametro incognito c [1]. Si può, però, facilmente ovviare a questo inconveniente supponendo, che il

---

[1] L'equazione dell'iperboloide ad una falda, con gli assi sulla base maggiore del segmento, a distanza h, in valore assoluto, dall'origine, è:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{(z-h)^2}{c^2} = 1 .$$

moto della massa dm nell'interno del segmento di iperboloide sia adiabatico. Questa ipotesi è concreta e non lontana dalla realtà, come abbiamo osservato.

Per questi moti adiabatici, il gradiente termico verticale γ_o dello strato d'aria al suolo in seno all'anticiclone è legato al gradiente γ_h dello strato di altezza h, dalla relazione:

$$\gamma_o = \Gamma - \frac{S_o}{S_h} \cdot \frac{p_o}{p_h} (\Gamma - \gamma_h) \qquad [6]$$

dove Γ è il gradiente adiabatico, S_o l'area dell'ellisse base dell'iperboloide al suolo, S_h l'area dell'ellisse base del segmento di iperboloide alla quota h, p_o la pressione media al suolo e p_h la pressione media alla quota h. Pertanto:

$$\gamma_o = \Gamma - \left(1 + \frac{h^2}{c^2}\right) \frac{p_o}{p_h} (\Gamma - \gamma_h) \qquad [7]$$

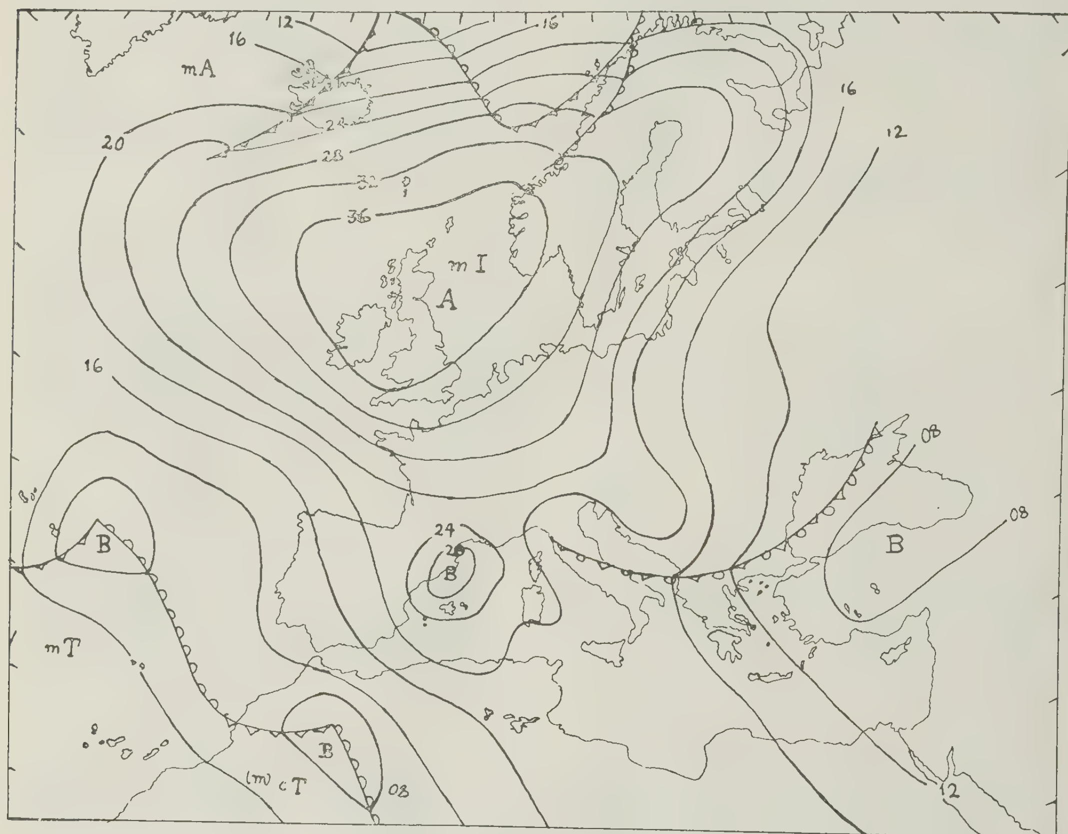


Fig. 2

e, quindi, in definitiva:

$$c^2 = \frac{(\Gamma - \gamma_h)\, p_o \cdot h^2}{(\Gamma - \gamma_o)\, p_h - (\Gamma - \gamma_h)\, p_o} \,. \qquad [8]$$

Sicchè, per la trasformazione suddetta, l'equazione [5] relativa alla velocità verticale diventa:

$$w = \frac{\varrho_m}{3\,\varrho_h} \, \frac{(\Gamma - \gamma_o)\, p_h - (\Gamma - \gamma_h)\, p_o}{(\Gamma - \gamma_h)\, p_o} \, h = \frac{\varrho_o + \varrho_h}{6\,\varrho_h} \, \frac{(\Gamma - \gamma_o)\, p_h - (\Gamma - \gamma_h)\, p_o}{(\Gamma - \gamma_h)\, p_o} \, h \qquad [9]$$

nella quale si è esplicitato all'ultimo membro il valore medio della densità. Trasformando con l'ausilio dell'equazione caratteristica del gas la (9), si ha:

$$\frac{\varrho_o + \varrho_h}{\varrho_h} = \frac{p_o\, T_h + p_h\, T_o}{p_h\, T_o} . \qquad [10]$$

tate (si conosce, quindi, anche h) ed i dati di temperatura T_h, in seno all'anticiclone in esame. I dati al suolo, T_o e p_o, si rilevano da una carta generale del tempo, mentre i valori dei gradienti termici verticali si rilevano da un sondaggio termodinamico nell'ambito dell'anticiclone.

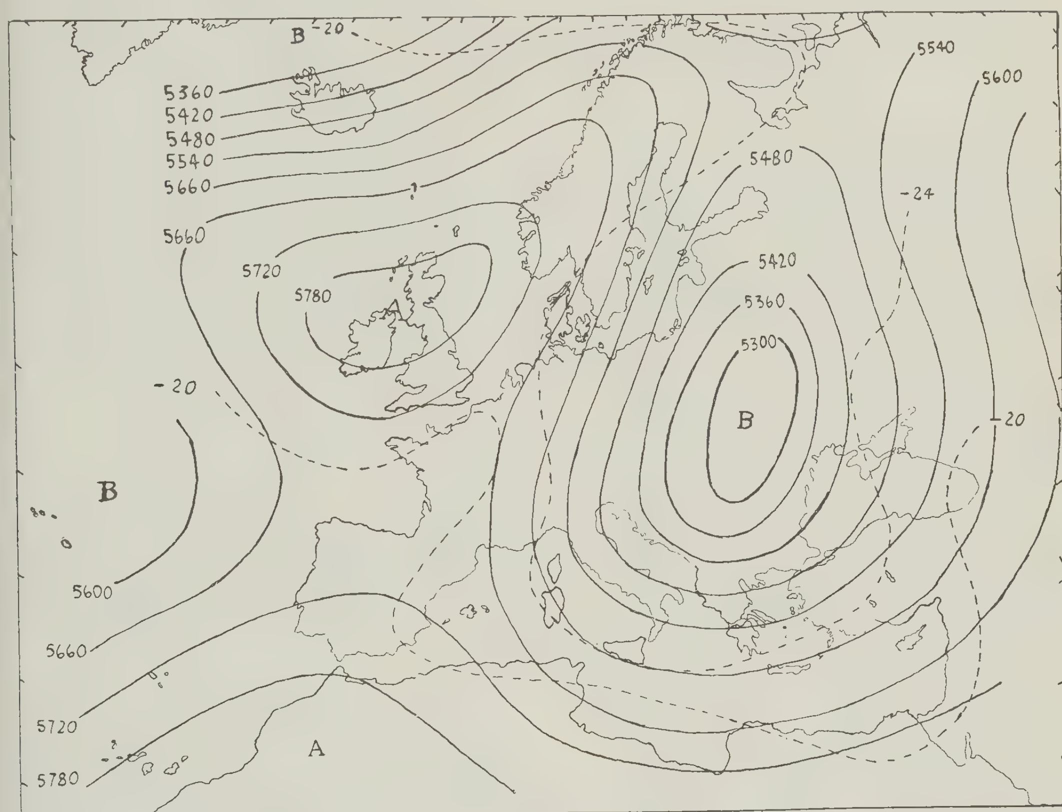


Fig. 3

Quindi: [11]

$$w = \frac{p_o T_h + p_h T_o}{6\, T_o\, p_h} \, \frac{(\Gamma - \gamma_o)\, p_h - (\Gamma - \gamma_h)\, p_o}{(\Gamma - \gamma_h)\, p_o} \cdot h$$

che è la formula cercata.

Questa formula è applicabile direttamente in pratica, in quanto al secondo membro compaiono quantità direttamente rilevabili dalle carte meteorologiche. A tale scopo sono molto utili le topografie assolute, dalle quali si ricava il valore di p_h. Su queste carte, infatti, vengono riportate le isoipse quo-

I casi di incertezza, nell'applicazione della [11], si presentano quando il gradiente termico verticale γ_h è adiabatico. Questa limitazione del metodo, del resto, è comune anche al metodo adiabatico.

Esempio sinottico

La situazione generale del tempo sull'Europa alle ore 12.00/Z del 18 aprile 1955, è stata scelta per illustrare l'applicazione pratica del metodo ora descritto.

Un anticiclone dinamico situato sull'Inghilterra, con valore al centro della pressione superiore a 1036 *mb*, domina la situazione meteorologica. Questo anticiclone (fig. 2) si estende fino a 500 *mb* ed oltre (fig. 3) ed è stazionario, come risulta dall'esame delle carte generali del tempo dei giorni precedenti e successivi al 18 aprile 1955.

L'azione frontologica sull'anticiclone è inesistente, come risulta dai valori delle variazioni di pressione (tendenze) sull'Inghilterra (fig. 4).

L'esistenza della subsidenza anticiclonica e del moto adiabatico discendente risultano evidenti dal sondaggio termodinamico eseguito a Fazakerly (53°28' N 02°55' W) alle ore 02.00/Z del 18 aprile 1955 (fig. 5).

La curva di stato $T = T(z)$ (fig. 5) mostra che dal suolo a 200 *mb* il gradiente termico verticale in seno all'anticiclone è subadiabatico; la tropopausa è situata a 200 *mb*, alla temperatura di — 60 °C. L'umidità relativa è dell'ordine del 10% in quota ed il punto di rugiada bassissimo (curva tratteggiata). Questi valori rilevano l'estrema secchezza caratteristica dell'aria subsidente. Questa è, inoltre, in equilibrio labile, con tendenza all'equilibrio stabile.

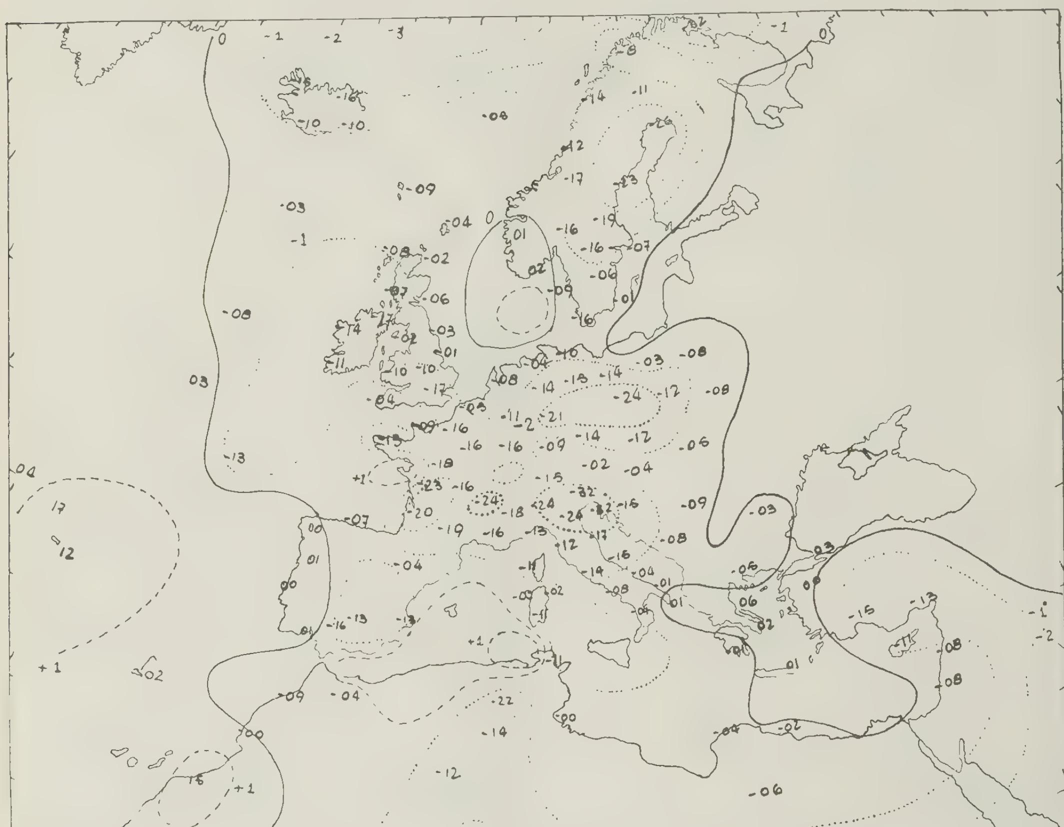


Fig. 4

Dai diagrammi riportati si possono desumere i seguenti valori per le grandezze che compaiono nella [11]: $p_o = 1040$ *mb*; $p_h = 500$ *mb*; $T_o = 281$ °K; $T_h = 258$ °K; $\Gamma = 10$ °C/km; $\gamma_o = 6$ °C/km; $\gamma_h = 7$ °C/km; $h = 5780$ *m*.

Sostituendo questi valori nella [11] si ottiene per w il valore quasi esatto di 1 km per le 24 ore. Questo valore coincide con il valore di w calcolato con il metodo adia-

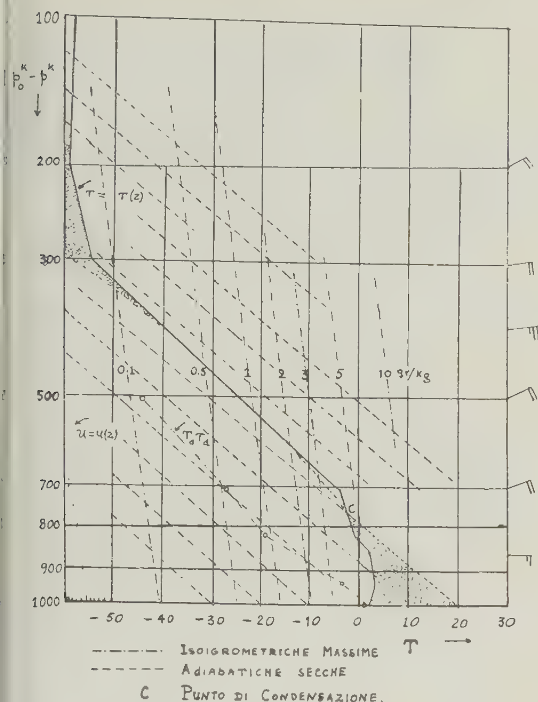


Fig. 5

batico ed il metodo cinematico e mostra, pertanto, la consistenza delle ipotesi sulle quali si appoggia il nostro metodo.

RIASSUNTO

Dopo avere accennato alle ricerche principali eseguite da altri Autori sugli anticicloni, si ricava un'espressione analitica per la determinazione obiettiva delle velocità delle correnti verticali discendenti anticicloniche (subsidenza anticiclonica). Questa espressione risulta funzione di parametri noti e facilmente ricavabili dalle carte meteorologiche e da un sol sondaggio termodinamico eseguito in seno all'anticiclone. La formula ottenuta viene poi applicata ad un caso pratico sinottico, utilizzato per l'illustrazione del metodo.

ABSTRACT

A brief summary of the principle research work on anticyclones done by other Authors is first given and an analytic expression is then found for the objective determination of the velocity of the vertical descending currents (anticyclonic subsidence). It is found that this expression is a function of parameters which are easily determined from meteorological charts and from one sounding in the anticyclonic area. The formula is than applied to a practical synoptic situation, in order to illustrate the method described.

BIBLIOGRAFIA

(1) Hann, J. V., *Ueber das Luftdruck-Maximum vom 23 Jänuer bis 3 Februar 1876 nebst Bemerkungen über die Luftdruck-Maxima im Allgemeinen.* « Z. Oest. Ges. Met. », 11, pp. 129-135, 1876.

(2) Hanzlík, S., *Die räumliche Verteilung der meteorologischen Elemente in den Antizyklonen.* « Denkschr. Akad. Wiss. », Wien, 84, pp. 163-256, 1909.

(3) Wexler, H., *Cooling in the Lower Atmosphere and the Structure of Polar Continental Air.* « Mon. Weath. Rev. », Wash., 64, pp. 122-136, 1936.

(4) — *Formation of Polar Anticyclones.* « Mon. Weath. Rev. », Wash., 65, pp. 229-236, 1937.

(5) Schmidt, F. H., *On the Causes of Pressure Variations at the Ground.* « Meded. ned. Met. Inst. », Ser. B., Deel 1, n. 4, 1946.

(6) Brunt, D., *Physical and Dynamical Meteorology,* « Cambridge, Univ. Press. », p. 378, 1944.

(7) Mügge, R., *Ueber warme Hochdruckgebiete und Ihre Rolle in Atmosphärischen Wärmehaushalt.* « Veröff. Geophys. Inst. », Univ. Leipzig. (2) 3, pp. 239-266, 1927.

(8) Gowan, E. H., *Night Cooling of the Ozonosphere.* « Proc. Roy. Soc. » (A) 190, pp. 227-231, 1947.

(9) Wagner, A., *Klimatologie der freien Atmosphäre,* Bd. 1, Teil F, 70 SS, 1931.

(10) Wexler, H., *Anticyclones.* Compendium of Meteorology, « Am. Met. Soc. », Mass., 1951.

(11) Durst, C. S., e Sutcliffe, R. C., *The importance of Vertical Motion in the Development of Tropical Revolving Storms.* « Quart. Journ. Roy. Met. Soc. », 64, pp. 75-84, 1938.

(12) Priestley, C. H. B., *Atmospheric Pressure Changes: The Importance of Deviations from the Balanced (Gradient) Wind* « Aust. J. Scien. » (A) 1, pp. 41-57, 1948.

([13]) DINES, W. H., *Cyclones and Anticyclones.* « J. Scot. Met. Soc. », (3) 16, pp. 304-312, (1914).

([14]) PALMÉN, E., *Aerologische Untersuchungen der Atmosphärischen Storungen.* « Mitt. Met. Inst. », Univ. Helsingf., n. 25, pp. 65, 1933.

([15]) DOUGLAS, *Q. J. Roy. Met. Soc.*, 59, pp. 59, 1933.

([16]) KHANEWSKY, W., *Met. Zeit.*, 46, p. 81, 1929.

([17]) RUNGE, H., Dissertation, Leip., 1931.

([18]) GIBLETT, F., *Upper Air Conditions after a Line Squall*, « Nature », 112, 1923.

([19]) ROSSBY, C. G., *On a Mechanism for the Release of Potential Energy in the Atmosphere* « J. Meteor », pp. 163-180, 1949.

([20]) PETTERSSEN, S., SHEPPARD, P. A., PRIESTLEY, C. H. B., JOHANNESSEN, K. R., *An Investigation of Subsidence in the Free Atmosphere.* « Quart. J. Roy. Met. Soc. » 73, pp. 43-64, 1947.

([21]) LONGLEY, R. W., *Subsidence and Ascent of Air as determined by means of the Wet-Bulb Potential Temperature.* « Quart. J. Roy. Met. Soc. », 68, pp. 263-276, 1942.

([22]) PANOFSKY, H. A., *Methods of Computing Vertical Motion in the Atmosphere.* « J. Met. », 3, pp. 45-49, 1946.

([23]) GRAHAM, R. C., *The Estimation of Vertical motion in the Atmosphere.* « Quart. J. Roy. Met. Soc. », 73, pp. 407-417, 1947.

([24]) HEWSON, E. W., *The Application of Wet-Bulb Potential Temperature to Air Mass Analysis.* « Quart. J. Roy. Met. Soc. », 62, pp. 387-420, 1936; 63, pp. 7-29 1937; 64, pp. 407-418, 1938.

Il terremoto di Jenice del 18.3.1953
e le caratteristiche sismiche dell'Anatolia

F. PERONACI

Il 18 Marzo 1953 alle ore 19 06 ca. è stato registrato un violento terremoto con epicentro macrosismico nella Anatolia settentrionale; in un precedente lavoro abbiamo calcolato le coordinate epicentrali e il tempo origine ottenendo:

$$\varphi = 40^{\circ}\ 07'\ 09'' \quad \pm\ 2'\ \ 20''\ N$$
$$\lambda = 27^{\circ}\ 17'\ 29'' \quad \pm\ 3'\ \ 00''\ E.G.$$
$$H = 19^{h}\ 06'\ 12'',3 \pm 0^{s},6 \text{ T.M.G.}$$

mentre per quanto riguarda la profondità ipocentrale, i risultati dei calcoli consentivano di avanzare l'ipotesi di un ipocentro molto prossimo alla superficie terrestre. Nello stesso lavoro furono calcolate, approssimandole con curve di terzo ordine, le dromocrone delle onde spaziali *Pn* ed *Sn* fino a 3000 km circa e si stabilì che le velocità di propagazione delle onde stesse alla base della crosta terrestre erano rispettivamente 8,17 ± 0,036 e 4,40 ± 0,01 km/sec. Proseguendo nella ricerca ci siamo proposti di calcolare le dromocrone di altri tipi d'onda per trarre delle conclusioni sulla struttura della crosta terrestre nei Balcani, nell'Anatolia e nel bacino orientale del Mediterraneo.

I risultati dello spoglio dei sismogrammi sono riassunti nella tabella I, dalla cui analisi abbiamo desunto quanto segue:

a) *Onde dirette nello strato del granito* (*Pg* ed *Sg*.).

I risultati ottenuti per queste onde sono da ritenersi puramente indicativi, infatti la stazione più vicina a disposizione (Atene) dista dall'epicentro 388 km e le stazioni comprese entro distanze in cui le onde stesse vengono registrate, sono solo 4 (Atene, Bucarest, Campolugh, Foxani). Eseguiti i calcoli col metodo dei minimi quadrati si è trovato che la dromocrona più probabile delle *Pg* riferita all'ora epicentrale può essere approssimata con la retta

$$t = \frac{\Delta}{5,49 \pm 0,1} + 0,0029$$

con una velocità media di propagazione nello strato del granito di 5,49 km/sec. Facciamo osservare che la retta passa per l'origine degli assi e questo fatto conforta l'ipotesi della superficialità del fuoco sismico. Per quanto riguarda poi le trasversali *Sg*, poichè la violenza del terremoto è stata tale da far saltare prima del loro arrivo le pennine dei sismografi nelle stazioni di Bucarest e di Foxani, il tempo di arrivo è stato registrato solo ad Atene e a Campolung per cui la retta

$$t = \frac{\Delta}{3,02} + 0,22$$

ottenuta impiegando solo le due predette stazioni non presenta una attendibilità sufficiente da consentirci di affermare che essa possa assumersi come domocrona delle onde considerate. In ogni modo, dato che il valore di 3,02 km/sec è ragionevole e dato che la retta, passa anch'essa praticamente per l'origine degli assi come si verifica per la *Pg*, abbiamo voluto calcolare il $K = \frac{v_t\, v_l}{v_l - t_t}$ per il terremoto in esame ottenendo $K = 6,77$, mentre per il coefficiente di Poisson si è trovato dalla

$$\frac{v_l}{v_t} = \sqrt{\frac{2\,(1-\sigma)}{1-2\,\sigma}}$$

Tabella 1

Stazioni	Δ/Km	P_n	P_{λ_1}	P_{λ_2}	P_1^*	P_2^*	P_g	S_n	S^*	S_g
		tempi di registrazione								
Atene	388		07m14s,2	07m18s,4	07m14s,2		07m22s,7	07m53s,6	08m00 ,1	08m21 ,0
Bucarest	489	07m25s,4	28 ,2	31 ,6	28 ,8	07m34s,2	41 ,7			
Campolung	601	38 ,5	42 ,0	45 ,9		52 ,5	08 01 ,0	08 42 ,0	54 ,8	09 31 ,5
Foxani	621	41 ,6		48 ,9	48 ,2	56 ,1	05 ,7	46 ,4	09 01 ,3	
Bacau	715	52 ,2	56 ,1	08 00 ,3	08 01 ,3	08 09 ,3		09 08 ,1	26 ,1	
Jasi	789	08 00 ,5	08 05 ,3		11 ,5	20 ,6		23 ,0	45 ,0	
Reggio C.	1030	31 ,1	35 ,5	42 ,8	45 ,9	09 00 ,1		10 19 ,7	10 46 ,6	
Messina	1036	31 ,8	36 ,4		50 ,2	01 ,3		21 ,8	51 ,3	
Budapest	1051	32 ,8	38 ,7		57 ,6	04 ,4		24 ,2		
Zagabria	1115	41 ,2	47 ,5	52 ,6	09 01 ,9	14 ,4		38 ,1	11 11 ,2	
Urbanovo	1128	41 ,9	47 ,9		19 ,2			42 ,9	14 ,9	
Vienna	1254	57 ,9	09 12 ,5	09 12 ,5	19 ,8			11 09 ,9		
Roma	1257	59 ,1	12 ,5	12 ,5		31 ,6		11 ,3	44 ,0	

$\sigma = 0{,}28$. Insistendo ancora sul fatto che tutti questi valori sono puramente indicativi, non possiamo fare a meno di osservare che Di Filippo-Marcelli nello studio del terremoto del Gran Sasso, zona che come vedremo risulterà notevolmente simile a quella che noi consideriamo, hanno trovato

$$v_l = 5{,}46 \text{ km/sec} \quad ; \quad v_t = 3{,}01 \text{ km/sec} \quad ; \quad K = 6{,}71 \quad ; \quad \sigma = 0{,}28 .$$

impiegando molte stazioni di osservazione.

b) *Onde* Px_1 Px_2.

Queste onde sono state poste in evidenza e studiate da Caloi in occasione del terremoto del Cansiglio, e l'ipotesi fatta sul meccanismo della loro propagazione è che la Px_1, partita dall'epicentro come trasversale, diventi longitudinale in corrispondenza della sua rifrazione tra granito e basalto, conservando tale carattere fino alla stazione di osservazione; la Px_2 invece pur partendo ancora come onda trasversale dall'ipocentro, si trasformi in longitudinale in corrispondenza della rifrazione sulla discontinuità di Mohorovicic mantenendo tale carattere per tutto il resto del tragitto.

Nel nostro terremoto la Px_1 è stata registrata in modo nettissimo in quasi tutte le stazioni comprese tra 388 e 1200 km circa, per cui utilizzando dei dati di Atene, Bucarest, Campolung, Bacau, Jasi, Reggio Calabria, Messina, Budapest, Zagabria, Urbanovo, Vienna, Roma, si è pervenuti alla seguente retta che rappresenta la dromocrona più probabile delle Px_1 sempre riferita all'ora origine all'epicentro

$$t = \frac{\Delta}{7{,}93 \pm 0{,}04} + 13{,}65 \pm 0{,}47$$

in buon accordo con il valore di Caloi $7{,}68 \pm 0{,}05$ e con quello di Di Filippo-Marcelli $7{,}63 \pm 0{,}06$.

Le Px_2 sono state registrate ad Atene, Bucarest, Campolung, Foxani, Bacau, Jasi, Reggio Calabria, Zagabria, Vienna, Roma, con impulsi particolarmente evidenti e ben separati dalle Px_1 per cui possiamo ad esse attribuire come dromocrona più probabile la retta

$$t = \frac{\Delta}{7{,}60 \pm 0{,}04} + 11{,}69 \pm 0{,}57$$

Ricordiamo che i valori ottenuti da Caloi e da Marcelli-Di Filippo per tale tipo di onda furono 7,66 km/sec e 7,61 km/sec.

c) *Onde longitudinali e trasversali rifratte in corrispondenza della superficie di separazione granito-basalto.*

Come è noto queste onde che in generale presentano inizi ben chiari vengono indicate con P^* secondo la notazione di Conrad che per primo le pose in evidenza. La loro velocità media è stata fissata tra 6,21 e 7,1 km/sec. cioè ad una serie di valori notevolmente discordanti. Peterschmitt ha recentemente avanzato la ipotesi che non si tratti di un solo tipo di onda, ma che si debba pensare all'esistenza di due onde interessanti due stratificazioni diverse sottostanti allo strato del granito; successivamente nello studio del terremoto di Nograd, Karnik ottiene una sola dromocrona delle P^* con una velocità di 6,21 km/sec (valore indubbiamente notevolmente basso), mentre per le trasversali riesce ad individuare due dromocrone dividendo così le S^* in due tipi di onde: le S_1^* con una velocità 3,78 km/sec e le S_2^* con velocità 3,58 km/sec. Infine Caloi ed altri nello studio del terremoto della Val Padana del 15 Maggio 1951 confermano l'ipotesi che almeno per alcune zone del continente europeo si possa parlare di uno sdoppiamento della stratificazione compresa tra granito e mantello. Impiegando i dati di osservazione di 8 stazioni per le longitudinali, e di 9 per le trasversali, gli autori attribuiscono alle P_1^* e P_2^* le seguenti velocità di propagazione 6,94 km/sec e 6,09 km/sec, mentre per le trasversali, dato il groviglio delle fasi, riescono ad individuare solo la S_1^* cui compete una velocità di 4,2 km/sec.

Anche nello studio del terremoto turco qualunque tentativo di esprimere con un'unica dromocrona i tempi di propagazione delle P^* non ha portato ad alcun risultato e quindi anche in questo caso si è pervenuti alle equazioni di due dromocrone per cui le P^* risultano in realtà dovute a due tipi di onda, le P_1^* e P_2^* con velocità rispettivamente di 6,94 e di 6,30 km/sec. Per le P_1^* furono impiegati i tempi registrati ad Atene, Bucarest, Foxani, Bacau, Jasi, Messina, Budapest, Zagabria, Urbanovo,

Vienna, Roma e l'equazione ottenuta, riferita al tempo origine di 19h06'12'',3 è

$$t = \frac{\Delta}{6,94 \pm 0,04} + 5,89 \pm 0,9$$

Calcolate le differenze tra i valori osservati e calcolati si è ottenuto per Atene — 0s,04 sec, Bucarest — 0,1; Foxani — 0,5; Bacau — 0,05; Jasi + 0,4; Messina + 1,6; Zagabria + 1,2; Urbanovo — 1,1; Vienna — 0,3; Roma —0,5.

La dromocrona delle P_2^* è stata approssimata con la retta

$$t = \frac{\Delta}{6,30 \pm 0,03} + 4,40 \pm 0,8$$

e le differenze tra valori osservati e calcolati nelle stazioni impiegate sono per Bucarest + 0s,1; Campolung — 0,4; Foxani — 0,8; Bacau + 0,5; Jasi + 1,3; Reggio C. + 0,05; Messina — 0,2; Zagabria + 0,2; Budapest — 0,9; Roma + 0,1 sec.

Questo risultato ci consente quindi di avanzare l'ipotesi che anche per i Balcani e per la parte orientale del bacino del Mediterraneo, la crosta terrestre possa ritenersi formata da tre stratificazioni sovrapposte caratterizzate da velocità per le longitudinali di 5,49; 6,30; 6,94 km/sec.

Siamo quindi passati allo studio delle trasverali corrispondenti; in questo caso il risultato è stato negativo; l'intensità del terremoto è tale che nelle stazioni fino a 1000 km le onde della seconda fase sono state registrate con ampiezze vistose producendo spesso il salto delle pennine, per cui nel groviglio delle fasi e degli impeti non è stato possibile individuare le S_1^* e le S_2^*. Tra i vari tentativi l'unico degno di fede è quello eseguito impiegando le 10 stazioni qui sotto riportate, che han fornito come dromocrona più probabile delle trasversali la retta

$$t = \frac{\Delta}{3,79} - 4,14$$

con i seguenti scarti tra tempi osservati e calcolati: — 1s,2 Atene; + 0,3 Campolung; — 0,9 Foxani; — 0,9 Bacau; — 0,2 Jasi; + 1,8 Reggio C.; — 1,3 Messina; — 0,4 Zagabria; —0,6 Urbanovo; +3,3 Roma. La velocità di 3,79 km/sec concorda col valore attribuito da moltissimi ricercatori alle S^* (Gutenberg di 3,75; Jeffrey 3,74; Di Filippo-Marcelli 3,63; Caloi 3,64). Un tentativo eseguito con solo 5 stazioni ci ha condotto alla velocità di 4,1 km/sec, valore che potrebbe attribuirsi alle S_1^*, ma preferiamo non riportare l'equazione della dromocrona in quanto esso è stato ottenuto con pochi dati di osservazione e quindi non è molto attendibile; a conforto però di tale risultato ricordiamo che Caloi e altri hanno, nello studio del terremoto già ricordato, ottenuto 4,2 km/sec per lo stesso tipo di onde.

Strato del granito e profondità ipocentrale.

Calcolate le dromocrone delle onde spaziali longitudinali e trasversali abbiamo intrapreso dei tentativi per il calcolo delle profondità delle varie stratificazioni che formano la crosta terrestre. Anzitutto abbiamo calcolato la profondità ipocentrale impiegando la nota formula di Inglada

$$h = \frac{\Delta^2 - v_{P_g} (t_{P_g} - t_E)^2}{2\, v_{P_g} (t_{P_g} - t_E)}$$

ora t_E è il tempo origine all'epicentro; utilizzando la stazione di Atene che è la più vicina tra quelle a nostra disposizione si è ottenuto $h = 1,5$ km, mentre con la stazione di Bucarest la profondità ipocentrale è risultata nulla. Questo risultato conferma la superficialità del terremoto il cui ipocentro dovrà trovarsi nei primi chilometri dello strato del granito. Come vedremo più avanti, tale risultato sarà confermato per altra strada. La profondità dello strato del granito è stata calcolata per tre vie diverse: anzitutto impiegando la relazione

$$2\, d_{P_g} = \frac{\dfrac{\Delta}{v_{P_g}} - \dfrac{\Delta}{v_{P_2^*}} - \delta}{\sqrt{\dfrac{1}{v^2_{P_g}} - \dfrac{1}{v^2_{P_2^*}}}} + h$$

che ha fornito $d_{P_g} = 22 + h$ km (con h profondità ipocentrale) ove $\Delta = 489$ km e $\delta = t_{P_g} - t_{P_2^*}$ si riferiscono alla stazione di Bucarest. Impiegando la formula degli

strati paralleli sovrapposti che si usa comunemente nella prospezione sismica

$$d_{P_g} = \frac{x_1}{2} \sqrt{\frac{v_{P_g} - v_{P_2^*}}{v_{P_2^*} + v_P}}$$

nella quale si è supposto $h = 0$, mentre x_1 rappresenta l'ascissa del punto di incontro delle dromocrone delle Pg e delle P_2^* che nel nostro caso è risultata di 181,64 km Questa seconda determinazione ha fornito $d_{P_g} = 24{,}6$ km; il risultato è in accordo con il precedente e fa supporre che la profondità ipocentrale non superi i 2 o 3 km.

L'ultimo tentativo è stato eseguito partendo dalla relazione suggerita da Caloi e impiegata con successo oltre che dall'autore realtà non risulta a rigore verificata in pratica.

Concludendo si può ritenere che lo spessore dello strato del granito per la regione considerata non sia inferiore ai 20 km e sia probabilmente prossimo ai 24 km in ottimo accordo con molte altre misure eseguite per regioni limitrofe. Infatti Valle–Festa per il tragitto Calabria–Copenaghen trovano col metodo della dispersione delle onde superficiali 22,4 km, mentre nello studio del terremoto del Turkestan lo scrivente ottiene, sempre con le onde superficiali, dei valori che si aggirano intorno ai 20 km, circa. Le ricerche eseguite poi con le onde spaziali, attribuiscono allo spessore dello strato del granito nell'Eurasia un valore che si aggira tra 20 e 25 km.

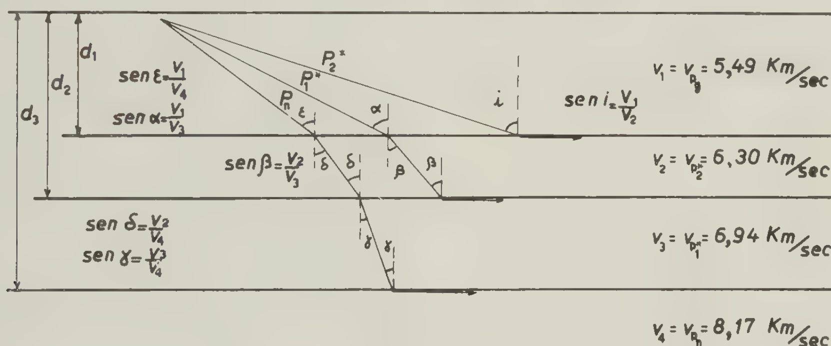


Fig. 1

da altri ricercatori; la formula è basata sulla differenza dei tempi di arrivo delle Px_1 e Px_2

$$d_{P_g} = h + \frac{t_{Px_1} - t_{Px_2}}{\sqrt{\frac{1}{v^2_{Sg}} - \frac{1}{v^2_{Pn}}} - \sqrt{\frac{1}{v^2_{Pg}} - \frac{1}{v^2_{Pn}}}}$$

e ha condotto per la stazione di Bucarest a $d_{P_g} = 17 + h$ km con uno spessore dello strato che tenendo conto della profondità ipocentrale si dovrebbe aggirare sui 20 km; questo valore è leggermente inferiore ai precedenti. Ciò potrebbe imputarsi al fatto che la formula prescinde dalla distanza epicentrale, infatti in base alle ipotesi sul tragitto compiuto dalle Px_1 e Px_2 le differenze di tempo di arrivo devono rimanere costanti per qualsiasi distanza, cosa che in

Il valore di 20-24 km da assegnare allo strato del granito, potrebbe sembrare un po' eccessivo se si tiene presente che precedenti ricerche fanno sospettare un assottigliamento dello strato stesso quando si proceda dalle Alpi verso il Meridione, ed in particolare verso la fossa Adrio Jonica, riteniamo però che esso non contrasti con tale ipotesi in quanto è stato ottenuto studiando in prevalenza tragitti continentali che interessano la penisola Balcanica.

Allo scopo di confermare ulteriormente i valori trovati e di ricercare la profondità delle stratificazioni successive ho sviluppato uno dei metodi impiegati nella prospezione sismica per rifrazione, ammettendo per semplicità che le stratificazioni siano parallele e che la profondità ipocentrale sia nulla. Facendo riferimento alla figura (1); i tempi

di tragitto delle P_2^*, P_1^*, Pn possono essere espressi dalle relazioni:

$$a)\quad t_{P_2^*} = \frac{1}{v_1}\frac{2\,d_1}{\cos i} + \frac{1}{v_2}(\Delta - 2\,d_1 \operatorname{tang} i)$$

$$b)\quad t_{P_1^*} = \frac{1}{v_1}\frac{2\,d_1}{\cos \alpha} + \frac{1}{v_2}\frac{2\,(d_2 - d_1)}{\cos \beta} + \frac{1}{v_3}[\Delta - 2\,(d_2 - d_1) \operatorname{tang} \beta - 2\,d_1 \operatorname{tang} \alpha]$$

$$c)\quad t_{P_n} = \frac{2\,d_1}{v_1 \cos \varepsilon} + 2\frac{d_2 - d_1}{v_2 \cos \delta} + 2\frac{d_3 - d_2}{v_3 \cos \gamma} + \frac{1}{v_4}[\Delta - 2\,(d_3 - d_2) \operatorname{tang} \gamma - 2\,(d_2 - d_1) \operatorname{tang} \delta - 2\,d_1 \operatorname{tang} \varepsilon$$

per cui passando ai calcoli ho trovato per lo strato del granito (d_1) i seguenti valori:

Tabella 2

Stazioni	Δ (Km)	$t_{P_2^*}$ (sec)	d_1 (Km)
Atene. . . .	388	66,1	25,4
Bucarest . .	489	81,9	24,4
Campolung .	601	100,2	27,2
Foxani . . .	621	103,8	27,5
Reggio C. . .	1030	167,8	24,5
Messina . . .	1036	169,0	25,0

Gli unici valori che superano i 25 km si riferiscono alle stazioni di Campolung e Foxani, ma questo fatto potrebbe spiegarsi con la particolare posizione delle stazioni che si trovano nelle Alpi Transilvane.

Impiegando la formula b) ho calcolato il valore di d_2 che rappresenta la somma della profondità dello strato del granito e del primo strato sottostante il granito (strato delle P_2^*) ottenendo per Bucarest 30 km; Atene 29,5 km; Messina 31 km; Budapest 31 km. Quindi lo spessore dello strato delle P_2^* si aggira per la regione considerata sui 5-6 km. Per Foxani si è ottenuto 30 km circa e quindi tenendo presente che per tale stazione lo strato del granito ha uno spessore maggiore, si avrebbe che lungo tale allineamento l'aumento di spessore dello strato del granito avviene a detrimento dello spessore dello strato delle P_2^*. Naturalmente tutto ciò nell'ipotesi che i tempi rilevati dal sismogramma e da me attribuiti alle P_1^* e P_2^* corrispondano effettivamente a quelli delle P_1^* e P_2^*.

Infine la c) mi ha consentito la misura della profondità della superficie di Mohorovicic e quindi la valutazione dello spessore della crosta terrestre. Tale spessore è risultato di 60 km circa per Atene; 57 km per Campolung; 56 per Jasi e Bucarest; 58 per Messina; portando quindi a circa 27-28 km la potenza dello strato delle P_1^*. Il valore medio di 58 km circa si accorda con i 60-61 trovati da Di Filippo-Marcelli per la regione del Gran Sasso d'Italia, valore a cui si può attribuire una notevole attendibilità dato che è stato ottenuto impiegando due metodi diversi e tra loro indipendenti.

Un'ulteriore conferma del valore da attribuire allo spessore della crosta terrestre l'abbiamo ottenuta seguendo il metodo della prospezione per rifrazione, in cui prescindendo dai singoli tempi di arrivo delle onde sismiche, si sfruttano le sole velocità di propagazione e l'ascissa del punto d'incontro delle onde dirette che si propagano nel primo strato (Pg) e quelle che si propagano al disotto dell'ultima stratificazione studiata (Pn). Per una ascissa di 313,48 km si è ottenuto dalla

$$d_3 = \frac{x_3}{2}\sqrt{\frac{v_{P_n} - v_{P_1^*}}{v_{P_n} + v_{P_1^*}}} + \frac{d_2 - d_1}{\operatorname{sen} \beta \cos \gamma}(\cos \beta - \cos \delta) + \frac{d_1}{\operatorname{sen} \alpha \cos \gamma}(\cos \alpha - \cos \varepsilon) + d_2$$

$d_3 = 59$ km, avendo assunto $d_1 = 24$ km; $d_2 = 30$ km; naturalmente nella ipotesi semplificatrice di profondità ipocentrale nulla e strati paralleli.

Concludendo si sarebbe confermata l'esistenza di tre stratificazioni successive nella crosta terrestre, almeno per la zona della penisola Balcanica e dell'Anatolia settentrionale; gli spessori di tali stratificazioni sono, a partire dallo strato del granito, di 24; 6 e 28 km con uno spessore totale della crosta terrestre di 58 km, e uno spessore

dello strato del basalto di 34 km; questi risultati confrontati con quelli ottenuti per il Gran Sasso d'Italia risultano praticamente coincidenti.

Prima di concludere questa seconda parte dello studio del terremoto della Turchia abbiamo voluto eseguire un tentativo per ricavare la dromocrona di una serie di impulsi nettissimi compresi tra le P_1^* e P_2^* e registrati in 10 stazioni. La dromocrona più probabile per tale tipo di onda, che all'arrivo presenta caratteristiche di onda trasversale, può essere approssimata con la retta

$$t = \frac{\Delta}{6,83 \pm 0,04} + 8,56$$

Gli scarti tra tempi osservati e calcolati sono risultati di $+0^s,2$ per Bucarest; + 0,2 Foxani; — 0,3 Bacau; 0,0 Jasi; — 0,3 Reggio C.; — 0,4 Messina; — 1,2 Budapest; + 0,2 Zagabria; + 0,5 Vienna; — 0,2 Roma. La velocità media di propagazione risulta quindi di 6,83 km/sec. e da un confronto con la dromocrona delle P_1^* si osserva che tale onda giunge con un ritardo rispetto alla P_1^* praticamente costante di 4,5 sec. Il valore della velocità media, la costanza di tale ritardo e l'accennato carattere di longitudinalità all'arrivo, ci consentono di sospettare che la fase sia dovuta ad un'onda che nata all'ipocentro come longitudinale si è mutata in trasversale in una delle sue rifrazioni o alla base dello strato del granito, o del primo strato del basalto, conservando tale carattere fino alla stazione di osservazione; abbiamo voluto riportare questo esempio come testimonianza delle difficoltà che si riscontrano per separare le P_1^* dalle P_2^* in quanto tra le due fasi, se il terremoto è intenso, esistono spesso e molto evidenti altri impulsi relativi ad onde che partite dall'ipocentro con un carattere, lo cambiano nelle successive rifrazioni attraverso le superfici di discontinuità della crosta.

Roma – Istituto Nazionale di Geofisica – Febbraio 1957

RIASSUNTO

In questa seconda parte dello studio del terremoto di Jenice vengono calcolate le dromocrone più probabili delle onde spaziali longitudinali e trasversali, ponendo in evidenza la presenza di due stratificazioni distinte della crosta terrestre al disotto dello strato del granito. Impiegando le dromocrone di tali onde si sono anche calcolati gli spessori delle stratificazioni che formano la crosta terrestre e la profondità della superficie di Mohorovicic per i Balcani e il bacino orientale del Mediterraneo.

ABSTRACT

In the second part of the study of the Jenice earthquake the most probable travel-time curves of the longitudinal and transverse waves are calculated, and the existence of two distinct layers of the earth crust under the granitic layer is put in evidence.

By means of these travel-time curves the thickness of the crustal layers and the depth of the Mohorovic discontinuity for the Balkans and the eastern Mediterranean basin have been computated.

BIBLIOGRAFIA

PERONACI, F., *Studio microsismico del terremoto di Jenice del 18.3.1953.* « Annali di Geofisica », IX, n. 4, 1956.

DI FILIPPO, D.-MARCELLI, L., *Struttura della crosta terrestre in corrispondenza dell'Italia Centrale.* « Annali di Geofisica », V, n. 4, 1952.

CALOI, P., *Ricerche su terremoti ad origini vicine. Scosse del Cansiglio.* « Ricerca Scientifica », Vol. II, n. 7-8.

Sulla velocità di propagazione delle onde P e sullo spessore dello strato del granito nell'Europa centrale.* « Ricerca Scientifica », Vol. XI, n. 11, 1940.

— DE PANFILIS, M., DI FILIPPO D., MARCELLI, L., e SPADEA, M. C., *Terremoti della Val Padana del 15-16 Maggio 1951.* « Annali di Geofisica », IX, n. 1, 1956.

KÁRNÍK, V., *Zemětřesení v Novohradskych Horàch (Nògrad) 20.11.1951.* « Travaux de l'Institut Géophysique de l'Académie des Sciences, Geofysikàlni Sborník», 1953.

FESTA, C., e VALLE, P. E., *Una valutazione dello spessore dello strato del granito nel Mediterraneo centro occidentale.* « Annali di Geofisica », I, 1948.

VALLE, P. E., *Sulla struttura della crosta terrestre nel Mediterraneo centro-occidentale e nell'Adriatico.* « Annali di Geofisica », IV, n. 3, 1951.

PERONACI, F., *Determinazione del valore medio dello spessore dello strato del granito per i tragitti Turkestan-Europa.* « Annali di Geofisica », III, n. 3, 1950.

The determination of earthquake mechanism, using both longitudinal and transverse waves

V. I. KEYLIS - BOROK

Introduction

The practical aspect of a method of determining earthquake mechanism (the "fault plane solution") is dealt with here. This method has much in common with the well-known methods of Byerly (especially, taking into account the improvements suggested by A. R. Ritsema) and of Japanese seismologists; the principal difference lies in the fact that transverse waves are widely used here, which renders the solution unambiguous (*). The worked out theoretical principles permit as well to use simply the amplitude ratio of different waves, but in practice it is less reliable.

In § 1 the theoretical properties of the waves caused by the dipole with moment are described. Such model of a seismic source is the most often encountered. The method is applicable to any other models as well, but their theoretical features are considered very briefly.

We do not deal with the effect of the interfaces and the inhomogeneity of the medium on the form and intensity of displacements; the methods of eliminating of these factors are described in detail in an other article.

In § 2 the general pattern of the interpretation is given.

In §§ 3-6 the successive steps of the interpretation of observations are presented.

(*) The experience in interpretation of a great number ($\sim$ 300) of sources (and even the correlation of S-phases at different stations) acquired since 1947, testifies that the study of transverse waves is as reliable as PP, PKP, pP etc. (provided the seismograms and not the questionnaires are used).

The Wolf stereographic projection used for interpretation is described in the Supplement.

§ 1. – Initial formulas

Earthquake foci are generally equivalent to the dipole with moment (fig. 1). The axis x corresponds to the motion direction, $y = 0$ – to the fault plane.

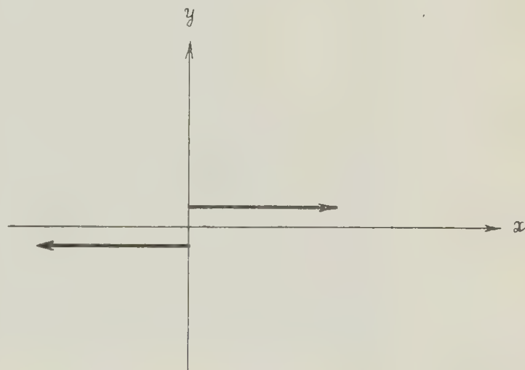


Fig. 1 – The dipole with moment (the symmetrical fault).

In this paragraph the main properties of elastic waves caused by the dipole with moment (and some other sources) in a homogeneous medium will be considered.

1. *The formulas for displacements in a homogeneous medium at great distance "r" from the source.*

At great distances r the displacement in a longitudinal wave is directed along the ray and is completely determined by one

(any) component. We shall consider the value of the total displacement vector u_a; u_a is regarded positive when it is directed *from* the source.

In a transverse wave the displacement is determined by two components (the third is directed *from* the focus. For instance, fig. 2 shows $u_b^H > 0$ and $u_b^P > 0$.

It would be convenient to introduce two systems of coordinates (x, y, z) and (x, y, z) (the beginning of both systems coinciding with the focus) so that to obtain

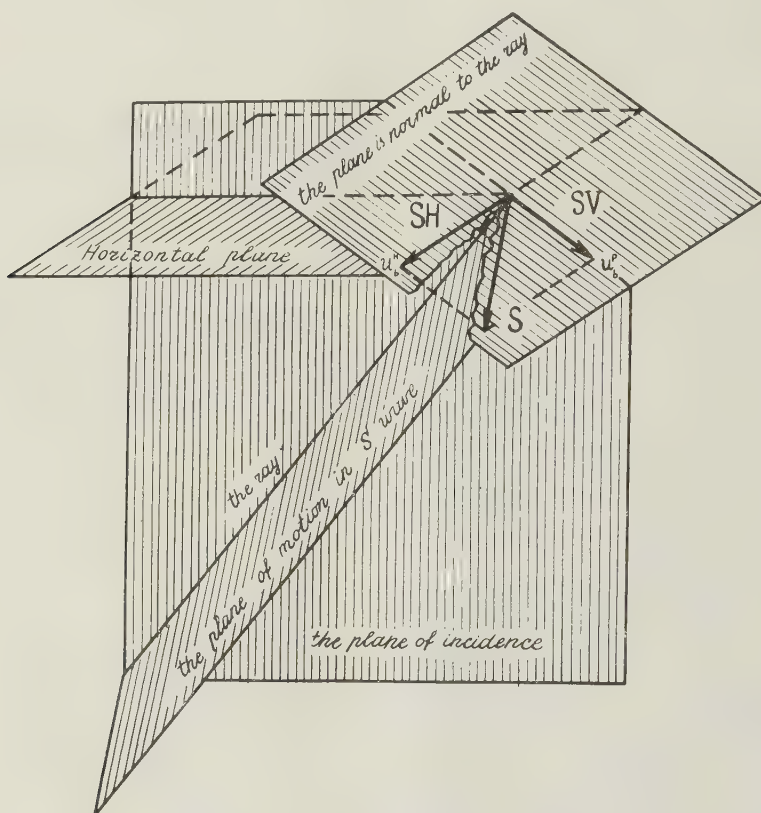


Fig. 2 – The resolution of S-wave into SV and SH.

one can be found from the condition that the displacement vector is perpendicular to the ray). We shall consider two independent components, u_b^P in the plane of incidence (SV wave) and u_b^H in the direction perpendicular to the plane (SH wave) — see fig. 2. u_b^H is regarded positive when it is directed *clockwise*, assuming the focus to be in the centre (or to the right if one looks at the observational point from the focus). u_b^P is positive when its horizontal component

more compact formulas for u_a, u_b^H, u_b^P. The axes x and y relate to the direction of the dipole axes as it is shown in fig. 1. The axis $\bar{x}$ is directed to the East, $\bar{y}$ to the North, $\bar{z}$ upward.

At great distances r the formulas for independent components are as follows [V. I. Keylis-Borok et al., 1957]:

$$4\,\pi\varrho u_a \simeq \frac{xy}{a^3\,r^3}\,K'\,(t - r/a) \qquad [1]$$

$$4\,\pi\varrho u_b^H \simeq \frac{y g^H}{b^3 r^3} K'\ (t - r/b) \qquad [2]$$

$$4\,\pi\varrho u_b^P \simeq \frac{y g^P}{b^3 r^3} K'\ (t - r/b) \qquad [3]$$

Here,

ϱ — density; a, b — longitudinal and transverse wave velocities; $K(t)$ intensity-time function.

$$g^H = \frac{\bar{y}\alpha_x - \bar{x}\beta_x}{\sin i} \qquad [4]$$

$$g^P = \frac{x \cos^2 i - z\gamma_x}{\sin i \cos i} \qquad [5]$$

i — angle of incidence $\left(\sin i = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r}\right)$

2. *The nodal lines and the distribution of signs of u_a, u_b^H, u_b^P in each point.*

The *nodal surfaces* where all or some of the displacements u_a, u_b^H, u_b^P come out zero can be easily obtained from formulas [1]-[3].

All the nodal surfaces go through the focus. However, in practice the diplacements vanish only on that part of the surfaces where the values of r are sufficiently great (i. e., where approximate formulas [1]-[3] are valid). Formulas [1]-[3] give the following nodal lines for the dipole with moment:

a) plane $y = 0$, where $u_a = u_b^H = u_b^P = 0$,

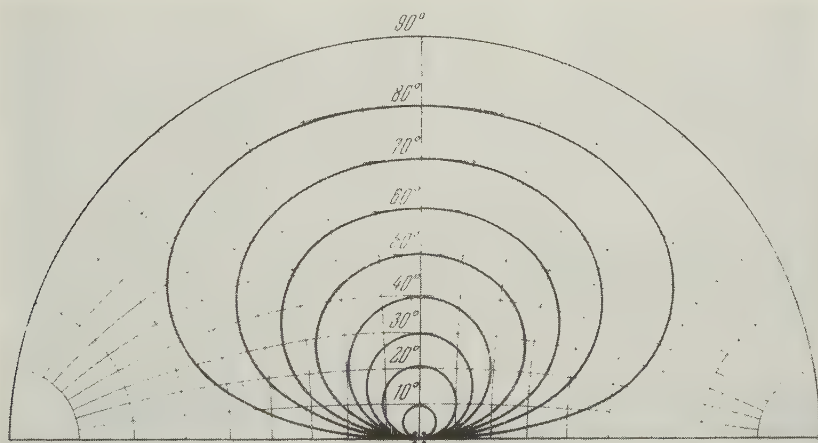


Fig. 3 – The nodal lines for *SV*-wave on a Wolf stereographic projection.

α_x; β_x; γ_x — angles made by the axis x andthe axes $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ respectively (so that $x = \bar{x}\alpha_x + \bar{y}\beta_x + \bar{z}\gamma_x \ldots$ [6]). The formulas for other sources may be derived from [1], [2], [3] if to replace the factor "y" by the following symbols: a or b for simple force; x for the dipole without moment; $\tilde{y}$ for the superposition of the dipoles with moment and without moment (see fig. 5*d*); y^2/a or y^2/b — for the double dipole with moment ... and so on; for various sources K is represented in various units, which can be neglected in the present article.

b) plane $x = 0$, where $u_a = 0$,

c) plane $g^H = 0$ or $\bar{x}_c \cdot \bar{y} - \bar{y}_c \cdot \bar{x} = 0$, where $u_b^H = 0$.

Here x_c, y_c are the coordinates of any point on the axis x. This plane is vertical and includes the axis x.

d) cone $g^P = 0$, or $\bar{x}(\bar{x}_c\bar{z} - \bar{z}_c\bar{x}) + \bar{y}(\bar{y}_c\bar{z} - \bar{z}_c\bar{y}) = 0$, where $u_b^P = 0$.

This one is an elliptical cone; its opposite rulings are the axes z, and x. The cone axis

lies in the plane xz and bisects the angle made by x and z.

The projection of the cone on a horizontal plane is a circle the diameter of which connects the epicentre with the axis x.

The cone projection on a Wolf stereographic projection is an oval passing through the projection of the axis z (the centre) and the projection of the axis x; a family of such ovals for various inclinations of the axis x is given in fig 3; the line of symmetry in fig. 3 coincides with $u_b^H = 0$.

is also of great importance. All possible combinations of signs (top to bottom: u_a, u_b^H, u_b^P) are shown in fig. 4. All the signs certainly can be *simultaneously* reversed. The nodal lines are unambiguously related to the main parameters of dislocation in a focus: $y = 0$ determines the fault plane; axis x (a point on this plane) — the motion direction.

Fig. 5 shows the nodal lines and the correlation of signs for some other sources. For details see [Keylis-Borok et al., 1957].

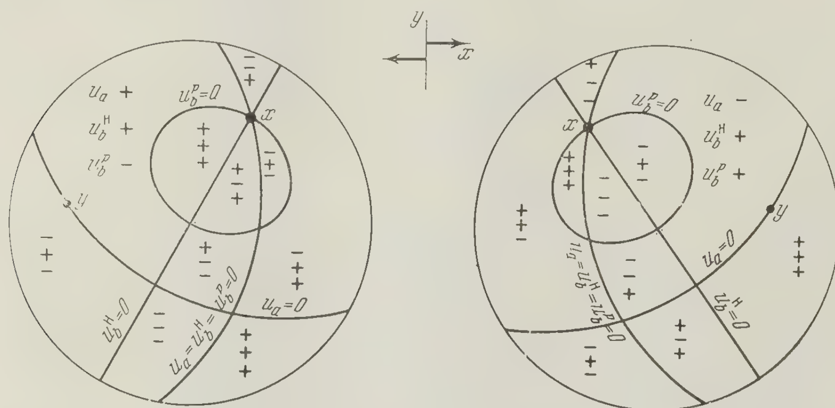


Fig. 4 – The nodal lines for the dipole with moment; all signs can be reversed simultaneously.

The line $u_b^P = 0$ can be obtained on the Wolf stereographic projection, when the axis x is known, by rotating the tracing paper with the axis x on it about the centre of fig. 3 so that the axis x should coincide with the line of symmetry; then the oval in fig. 3 passing through the axis x will represent the line $u_b^P = 0$.

Interpretation requires the knowledge of the theoretical position of the nodal lines on a Wolf stereographic projection. They are given in fig. 4. $x = 0$ and $y = 0$ are the projections of two perpendicular planes. $u_b^H = 0$ is a straight line passing through the centre and the axis x (the pole of the line $x = 0$). $u_b^P = 0$ is one of the ovals from fig. 3.

The distribution of the signs of u_a, u_b^H, u_b^P in different regions between the nodal lines

3. *Amplitude ratios* (*)

From [1]-[6] follows that

$$k\frac{u_a}{u_b^H} = \frac{x}{g^H} = \frac{x\alpha_x + \bar{y}\beta_x + z\gamma_x}{y\alpha_x - x\beta_x}\sin i \qquad [7]$$

$$k\frac{u_a}{u_b^P} = \frac{x}{g^P} = \qquad [8]$$

$$= \frac{\bar{x}\alpha_x + \bar{y}\beta_x + \bar{z}\gamma_x}{(x\alpha_x + y\beta_x)\cos^2 i - z\gamma_x\sin^2 i}\sin i\cos i$$

$$\frac{u_b^P}{u_b^H} = \frac{g^P}{g^H} = \frac{(x\alpha_x + y\beta_x)\cos^2 i - \bar{z}\gamma_x\sin^2 i}{(y\alpha_x - x\beta_x)\cos i} \qquad [9]$$

(*) This point may be omitted if as usually we use only the displacement signs.

Formulas [1]-[3] give $k = \frac{a^3}{b^3}$; however, in practice it may be *considerably less* due to the fact, that the source is not a point, and the medium is not ideally elastic.

Let

$$k \frac{u_a}{u_b^H} = h^H \; : \; k \cdot \frac{u_a}{u_b^P} = h^P \; ; \; f = \frac{u_b^P}{u_b^H} .$$

Then [7]-[9] can be easily written down as follows:

$$A_H \alpha_x + B_H \beta_x + C_H \gamma_x = 0 \qquad [7a]$$

$$A_P \alpha_x + B_P \beta_x + C_P \gamma_x = 0 \qquad [8a]$$

$$A_f \alpha_x + B_f \beta_x + C_f \gamma_x = 0 \qquad [9a]$$

The formulas for A, B, C are given in table 1. These formulas are also true for the sources (b), (c), (a), (f) (fig. 5).

if the medium were homogeneous. Then applying the elastic wave theory for a homogeneous medium we determine the source equivalent to the focus.

The interpretation includes the following steps:

1. The determination of the initial observations (ground displacement components).

2. The reduction of observations to a homogeneous medium.

a) the eliminating of the effect of interfaces and of the deflection of a ray from a straight line.

b) the plotting of the initial observations on a Wolf stereographic projection (see Supplement).

Table 1

i	A_i	B_i	C_i
H	$\bar{x} - h^H \bar{y}$ cosec i_h	$\bar{y} + h^H \bar{x}$ cosec i_h	$\bar{z}$
P	$\bar{x}\ (1 - h^P \text{ctg } i_h)$	$\bar{y}\ (1 - h^P \text{ctg } i_h)$	$\bar{z}\ (1 + h^P \text{tg } i_h)$
f	$\bar{x} \cos i_h - \bar{y} f$	$\bar{y} \cos i_h + \bar{x} f$	$- \bar{z} \sin i_h \text{ tg } i_h$

$\bar{x}$, y, $\bar{z}$ can be substituted as follows:
$\bar{x} = \sin \alpha \cdot \sin i_h$; $\bar{y} = \cos \alpha \cdot \sin i_h$; $z = \cos i_h$

§ 2. – General pattern of the interpretation of observations.

The initial data for interpretation are the signs of the arrivals of longitudinal and transverse seismic waves. The worked out theory permits to use amplitude ratios as well (without any additional computations, with the help of special nomograph — figs. 13), however in fact it is often considerably less reliable.

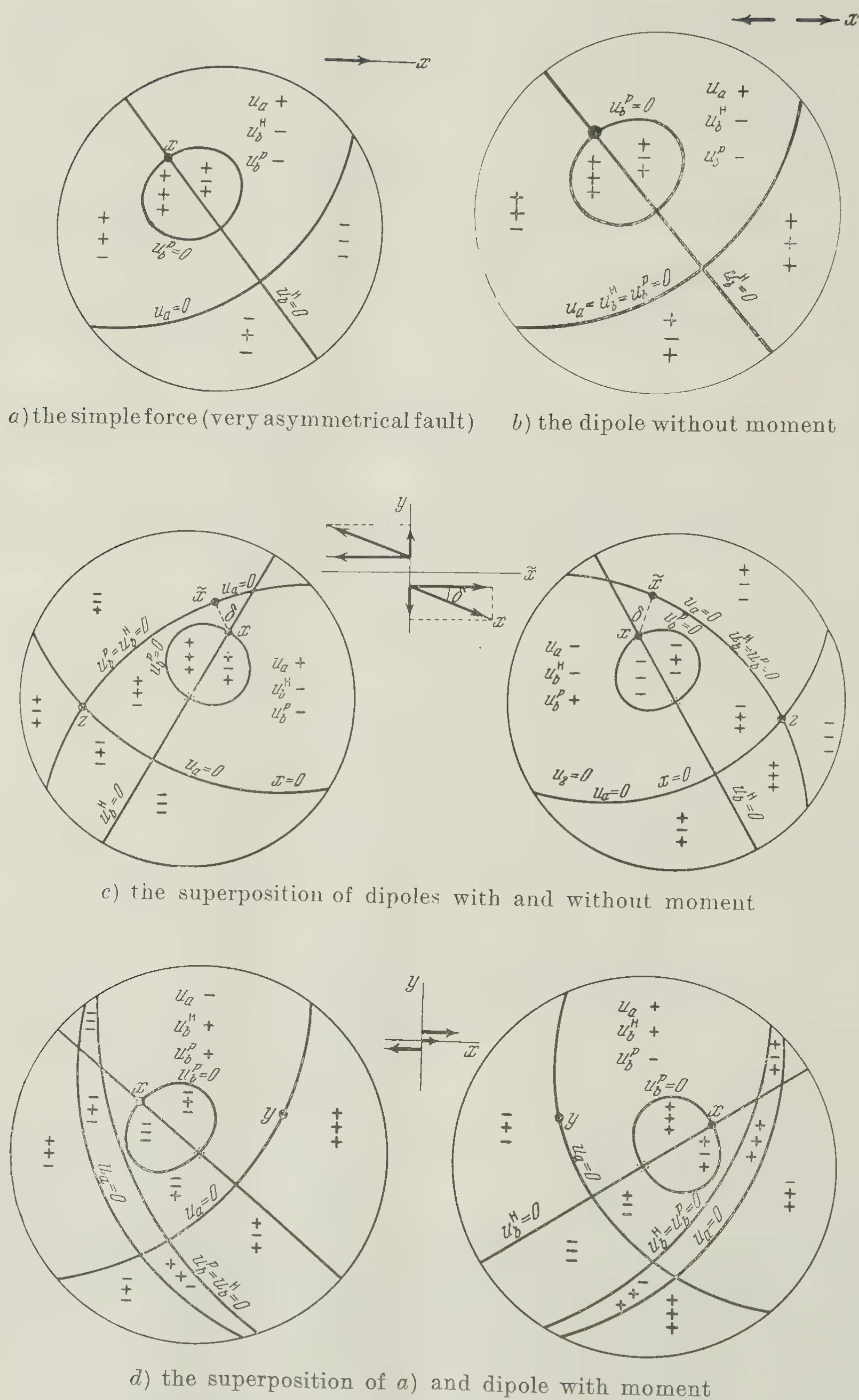
The interpretation of observations first implies the determination of the initial data

3. The determination of the dynamic parameters of a focus (fault plane solution).

a) The drawing of nodal lines basing upon the signs of displacements and their correlation in each point, the amplitude ratio being taken into account whenever possible.

b) The estimation of the accuracy of interpretation.

Now we shall describe all the successive steps.



a) the simple force (very asymmetrical fault) *b*) the dipole without moment

c) the superposition of dipoles with and without moment

d) the superposition of *a*) and dipole with moment

Fig. 5 – The nodal lines for various sources. All signs can be reversed simultaneously.

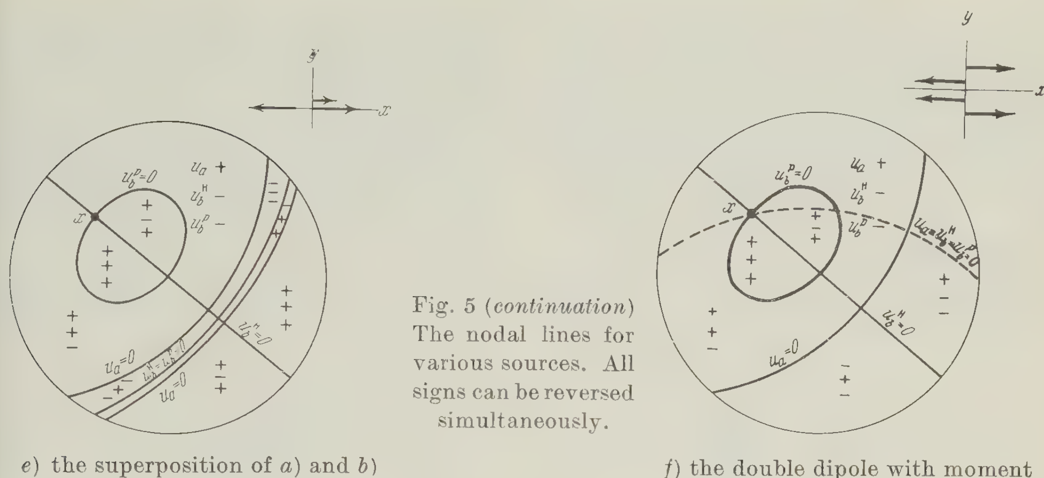
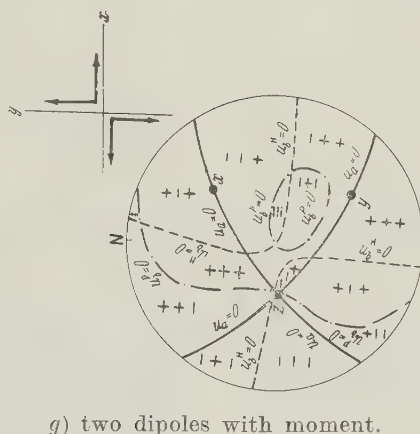


Fig. 5 (*continuation*) The nodal lines for various sources. All signs can be reversed simultaneously.

e) the superposition of *a*) and *b*)

f) the double dipole with moment



g) two dipoles with moment.

§ 3. – The determination of initial observations.

1. *Measurements on seismograms.*

The signs and amplitudes of the first arrivals in all body and diffracted (head) seismic waves (the paths of which are known) can serve as initial data (in any combination).

Let P_z and P_v be vertical and horizontal components of the ground displacement (for the case of an incident longitudinal wave); S_H, S_v — horizontal components on the ground displacement in *SH* and *SV* waves (for the case of an incident transverse wave); S_z is the vertical component of the ground displacement (for an incident transverse wave); S_z and S_v are the components of the *SV* wave.

For the disturbance of the earth surface caused by the arrival of a longitudinal wave (*P*, *SP*, etc.) only one component is independent-either vertical or horizontal.

For the displacement caused by a transverse wave two independent components can be measured: S_H and S_v or S_z.

If the data are not too numerous, it happens to be useful to determine the signs and to measure the amplitudes for all the interpreted phases on all available records. Not all the measurements can give independent initial data; but the rest can be used for the control and recognition of anomalies in azimuths and angles of emergence (these anomalies can indicate the necessity of accounting for the corresponding inhomogeneity of the medium).

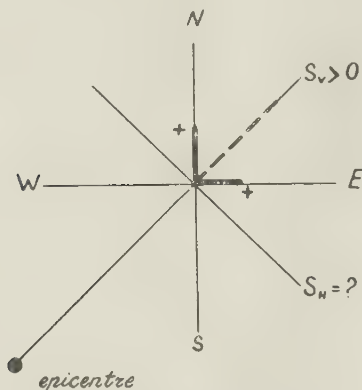
2. *The determination of ground displacements.*

Using the date of trace amplitudes we determine the corresponding ground displacements applying the usual methods. It would be sufficient to measure them in any assumed units (not necessarily absolute).

§ 4. – Reduction of observations to a homogeneous medium.

1. *General statements.*

A semi-tangent to the ray in a hypocentre will be called *a straightened ray*



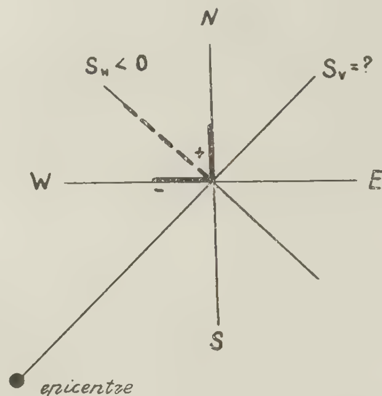


Fig. 6 – The determination of the signs of S_v or S_H when only the signs of NS and EW are known.

(fig. 7). A wave that would be observed from the same focus if the medium were homogeneous and ideally elastic will be called a *primary wave*.

Using the observed ground displacements (they can be P_z, P_v, S_H, S_v, S_z) we shall try to find *such signs* (*and maybe ratios*) *of* u_a, u_b^P, u_b^H *in the primary wave that would be observed on the straightened rays at great distance from the source.* The data sought for are constant along a straightened ray beginning with sufficiently great distance; this permits to ascribe them to *conventional points* of observations — the stereographic projection of the straightened rays.

The same idea lies in the method of Byerly except that he takes another projection and does not consider transverse waves.

It should be noted now which of the observations of ground displacements will be necessary for the determination of the signs of u_a, u_b^P, u_b^H.

For the determination of the signs of u_a it is sufficient to known only the sign of P_z or P_v.

The determination of the signs of u_b^H and u_b^P require the knowledge of the direction of the total horizontal ground displacement (it should be resolved into S_v and S_H) and thus, — the values of the NS and EW components. When only the signs of these components being known, the sign of one of the components S_H or S_v can be determined (fig. 6).

Finally, the sign of S_z unambiguously determines the sign of u_b^P, provided the angle of incidence to the earth surface is less than critical.

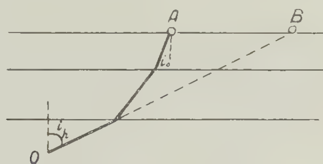
As a result of this part of interpretation a table should be made for all the found signs and amplitudes of P_z, P_v, S_H, S_v, S_z in various waves.

2. *Use of observations.*

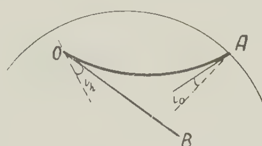
If the nature of the wave does not change along its path then u_a is determined by P_z or P_v; u_b^H — by S_H, and u_b^P — by S_v or S_z.

The observations of the waves that change their nature along their paths may characterize only u_a or u_b^P, as the SH wave can not change its nature (*). (For example the observations of sP and pS may characterize only u_b^P and u_a respectively).

It is worth-while to use the observations in any point, where one of the signs of u_a, u_b^H, and u_b^P may be determined.



a) near stations



b) distant stations

Fig. 7 – Conventional and real points of observation. (B — conventional, A — real) OB straightened rays.

The ratio of the values of these components will be used only in the case when they are determined for the waves of the same path recorded at one station (for example, P and S, PP and SS, etc.) and consequently correspond to sufficiently close conventional points (theoretically it is possible to use the displacement ratio in different points; however, it is more complicated and, as experience shows, considerably less reliable).

3. *Determination of signs and displacement ratio in the primary wave.*

One should eliminate the effect of the inhomogeneity of the medium so that to determine the displacements in a primary wave.

In practice one can eliminate the effect of only known boundaries, and the curvature of the ray. However, the experience in interpretation and the theoretical calculations show that the inhomogeneity and refraction at the inner boundaries in a number of cases have no effect on the signs and have sufficiently low effect on the ratios of displacements [Keylis-Borok et al., 1957].

a) *The signs of u_a, u_b^H, and u_b^P.*

The signs (direction) of the arrivals can change at the boundaries, which the ray traverses. Practically it happens generally in case of reflection or in case of such waves that change their nature along their paths. In addition, the curvature of the ray causes a change of the sign of the SV arrival in transverse waves emerging *downward* from the focus (fig. 8).

Table 2 can be utilized to determine the signs of u_a, u_b^P taking into consideration the signs of the observed displacements. The table is compiled taking into account the surface of Earth, the curvature of the rays and the two boundaries of the crust of primary importance.

The effect of any other boundary will be introduced into this if we take into account the signs of the corresponding coefficients given in the theory of plane waves.

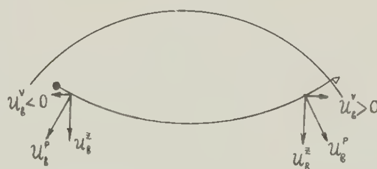


Fig. 8 – The changing of the sign of SV due to the curvature of the ray.

(*) An exception is the case of non-parallel boundaries when it is necessary to resolve a transverse wave into SH and SV for each plane of incidence anew; in this case the surface displacements S_v and S_H will be linear functions of u_b^H and u_b^P.

Table 2

The occurrence of like and unlike signs in the primary wave displacements and the earth surface displacements.

" + " indicates that the signs are the same, " — " that the signs are different. For transverse waves the sign corresponds to the horizontal S_v component of ground displacements. In a primary wave u_a or u_b^P can be determined when the first letter in the wave index is P or S respectively. u_b^H has the same sign as S_H.

Wave index	*Sign*	*Wave index*	*Sign*	*Wave index*	*Sign*
P	+	PP^x	—	sSS	+
P	+	sP	+	SSS	—
pP	—	SP	—	ScS	+
PP	—	$\bar{S}$	+	sS^x	—
pPP	+	S (*)	+	SS^x	+
PPP	+	S (**)	—	pS	—
PcP	+	sS	—	PS	—
pP^x	—	SS	+		

(*) The ray moves upward from the focus.
(**) The ray moves downward from the focus.

Besides table 2 is compiled on two assumptions:

1) that the Earth surface does not cause a change in the sign of the SV arrival. It is always correct only if the angle of incidence to the surface is less than the critical one; otherwise one should use a nomograph in [Malinovskaja, p. 151];

2) the sign of PP, pP changes (and sS, SS does not) after reflection at the surface. It is correct practically for all epicentral distances if a_0 (P-wave velocity at the surface) is not more than 5.5-6 km/sec, which generally occurs. The case of greater a_0 is considered by J. H. Hodgson and R. E. Ingram (*Bull. Seism. Soc. Amer.* 46, N. 3, 1956).

b) *Determination of amplitudes.*

For the elimination of the effect of the boundaries traversed by a ray it is necessary to divide the ground displacements by plane wave reflection and refraction coefficients. These coefficients are given in [Keylis-Borok et al., suppl. IV].

It must be borne in mind that for the angles of incidence greater than the critical angle u_b^P is the least reliable.

4. *Plotting of conventional points on a Wolf stereographic projection.*

The coordinates of a conventional point: the azimuth α of the ray (from epicentre to the station) and the ray inclination i_h when emerging from the focus are determined by usual geometric methods. If α and i_h are not accurate, the region of possible positions of the conventional point is outlined. The observations of longitudinal and transverse waves with identical rays (for instance, P and S, PP and SS, pP and sS and so on) at one station may be referred (in first approximation) to one conventional point. Strictly saying, it is not absolutely accurate. However, the discrepancy of the conventional points usually may be neglected; but the procedure of the interpretation based on signs will not change if for greater accuracy we divide the conventional points mentioned above.

a) Near stations.

α can be directly measured on a map (if there are no azimuthal anomalies pointing out to the presence of inclined interfaces). i_h is determined in accordance with the seismogeological conditions of the region.

For the case of non-horizontal interfaces α and i_h may be determined by making certain constructions on a Wolf stereographic projection. These constructions suggested by E. N. Bessonova are described in [Keylis-Borok et al.] and are significant when sharp inclined interfaces are observed near the focus.

b) Distant stations.

At distant earthquakes the inhomogeneities of the earth crust have a less distorting effect on the rays.

α can be determined on a Wolf stereographic projection; it should be kept in

mind that the difference of a from the azimuth from the station to the epicentre is not 180° due to non-parallel meridians.

The plots for determining i_h and i_o (angle of incidence to the surface) for various waves and various h drawn on the basis (for distant stations) of the Jeffreys-Bullen travel-time curve are given in figs. 16*a-f*. For the determination of i_h one can also use the tables of "extented distances" compiled by J. H. Hodgson; these distances are equal to $\text{ctg}\, i_h$.

c) Joint interpretation of records when some rays are directed downward and some — upward from the focus.

The rays P, S, PP, PKP and so on are directed downward and the rays pP, sS, etc. — upward from the focus. The rays $\bar{P}$, $\bar{S}$, from near earthquakes are directed upward, and the rays of head waves — downward from the focus. However, all the conventional points (for all waves) should be plotted on one semi-sphere (better on the upper one).

If the straightened ray does not traverse this semi-sphere (the wave propagating downward from the focus), the conventional point should be taken on the extension of the ray in the opposite direction (i_h remains the same, to a the value of 180° is added).

The signs and ratios of u_a, u_b^H, u_b^p in such a conventional point will be the same as on the straightened ray for the dipole with moment and sources, *c*, *b*, *g* (fig. 5), etc.; for the sources *a*, *f*, etc. the signs considered should be reversed.

As a result of this part of interpretation all the conventional points of observations are plotted on a Wolf stereographic projection, if the sign of even one of the displacement components for these points being found; determined signs of u_a, u_b^H, u_b^P *are put near them* (*top to bottom*); *the unknown signs are designated by a wavy line* ∼.

For the conventional points where all the amplitudes of u_a, u_b^H, u_b^p are known it is necessary also to determine the ratios u_a/u_b^H, u_b^p/u_b^H.

§ 5. – Determination of the dynamic parameters of a focus (fault plane solution).

1. *Drawing of nodal lines.*

The next and the principal problem is to draw one of the theoretical systems of nodal lines (figs. 4, 5) on a Wolf stereographic projection in accordance with the observed distribution of the signs of diplacements (according to § 1 the nodal lines determine the orientation of the fault plane and the direction of motion).

At that it is necessary to take into account the "standard" (possible theoretically) correlation of signs in each point (figs. 4, 5).

The ways of drawing the nodal lines can be explained best of all by examples (here, as for any kind of interpretation, it is difficult to make the general rules exhausting). In figs. 9-12 four examples are given. They are based on the experience of practical interpretation, but greatly simplified.

Fig. 9. Two nodal lines are necessary for dividing the signs of u_a, however, they are not drawn unambiguously (fig. 9*a* and fig. 9*b*). It can be easily seen that taking into account the signs of u_b^H and u_b^P we can draw the nodal lines only in one way, as is shown in fig. 9*b*. The obtained combination of signs is consistent with that of the "standard" one (fig. 4).

Fig. 10. Two nodal lines: $P = 0$ (i. e. $u_a = 0$) and $y = 0$ should be drawn to divide the signs of u_a; in the example considered they are drawn unambiguously. It is necessary to use the signs of u_b^H and u_b^P so that to find out which of these lines corresponds to the fault plane $y = 0$; the signs can be dibided in two ways shown in fig. 10*a* and 10*b*. The comparison of both variants with the "standard" one (fig. 4) leads to the conclusion that such a combination of signs as obtained in fig. 10*a* cannot exist in reality.

Thus, the only possible variant of interpretation is that shown in fig. 9*b*.

Fig. 11. The signs of u_a u_b^H, and u_b^P, can be divided in two ways as it is shown in

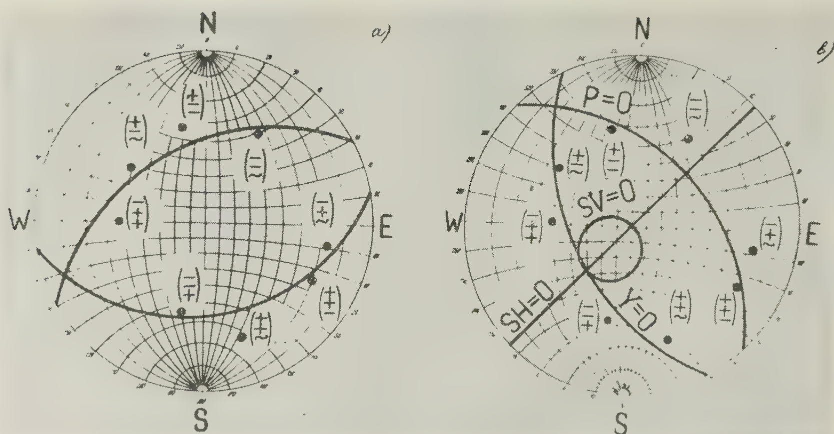


Fig. 9

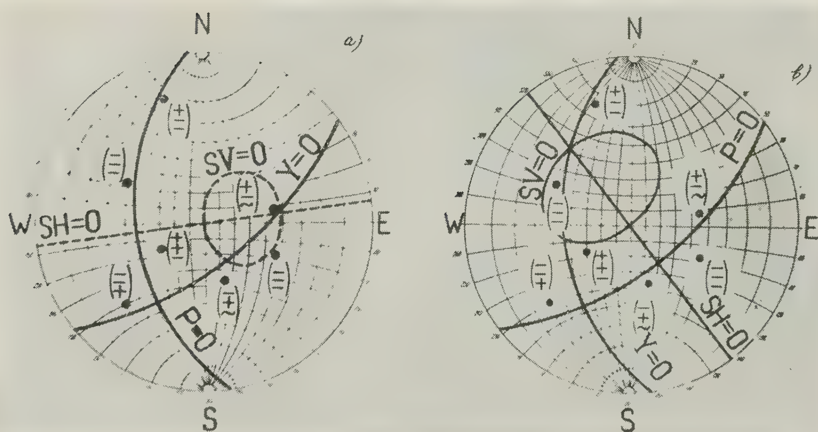
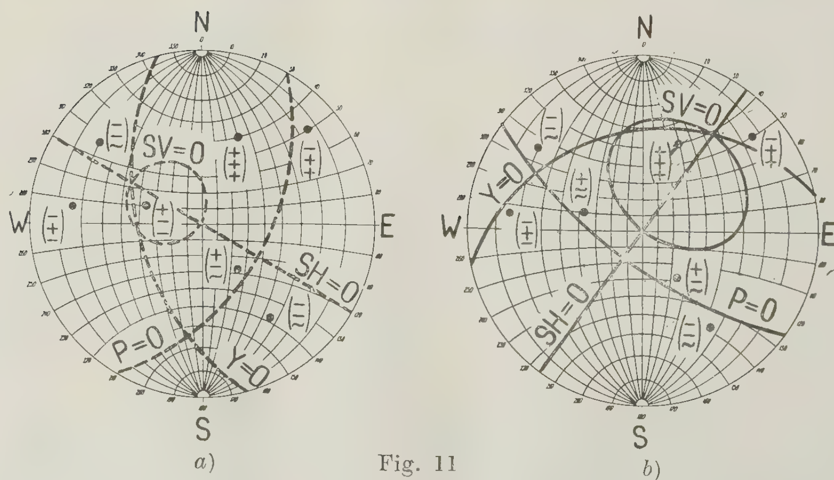


Fig. 10



a) Fig. 11 b)

Fig. 9-11 – Examples of the drawing of nodal lines. On $Y = 0$ $u_a = u_b^P = u_b^H = 0$.

fig. 11*a* and 11*b*. However, after comparison with the "standard" distribution the variant of 11*a* should be neglected.

Fig. 12. The interpretation with the help of signs is ambiguous: the system of nodal lines can be drawn in two ways (fig. 12*a* and 12*b*), both variants are consistent with fig. 4. However, it is possible to establish which of the two indicated variants corresponds to the reality if the projection of the axis x is determined using the ratio of amplitudes.

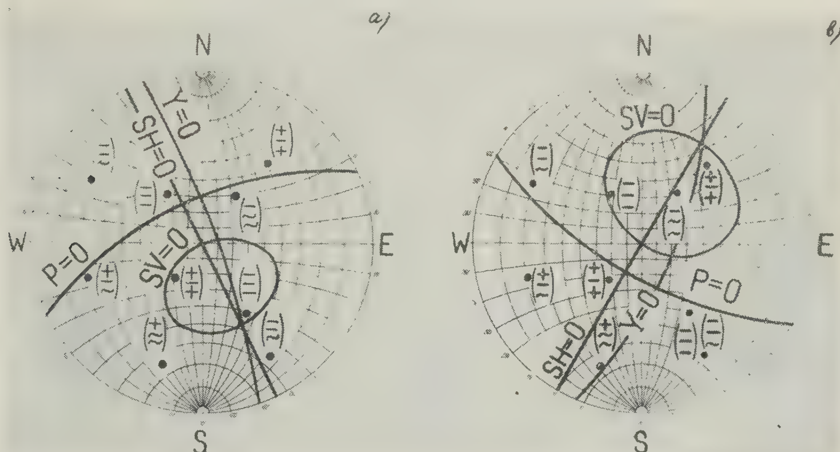


Fig. 12 – Examples of the drawing of nodal lines. On $Y = 0$ $u_a = u_b^P = u_b^H = 0$.

Here for the upper right point we had: $h^H = -2.5$; $h^P = 7.0$; $f = -0.35$; and for the lower (second to the right) $h^H = 0.25$; $h^P = 0.5$; $f = +0.5$. In this case the variant in fig. 12*a* should be neglected (see the next po nt).

It would be sufficient to determine only the region, where the projection of the axis x lies.

2. *The determination of the axis x (direction of motion) using displacement ratios.*

The displacement ratios are considerably greater effect by the inhomogeneities and non ideally elastic properties of the earth than the signs; at the same time the effect of these factors can only partly be allowed for in reducing the observations to a homogeneous medium.

Therefore, only the approximate direction of the axis x — the region of its projection on a Wolf stereographic projection — can be determined, and it is far from being every case. However, it is not connected with additional computation and often may be useful.

Equations [7a]-[9a] § 2 can be used for determining the axis x. Each equation determines the plane, containing this axis (only two of these equations are independent). If u_a, u_b^H, u_b^P are known at some point the axis x can be found as the intersections of two such planes. The graphical way (on a Wolf stereographic projection) of determining the axis x is the most convenient one. The projections of the planes mentioned above on a Wolf stereographic projection are arcs of a great circle (they will be called "x-arcs" further on); the intersection of them determines the projection of the axis x. In practice the determination of the axis x on a Wolf stereographic projection is purely graphical, using the nomographs given in [Malinovskaja] and in fig. 13 (*).

(*) For a more complete set of nomographs apply to the Institute of the Earth's Physics.

On the nomographs there are " x-arcs " for various values of h^H, h^P, f. These values are plotted near the " x-arcs ".

Different nomographs correspond to different values of i_h — the inclination of a straightened ray.

To draw an " x-arc ", first make the centre of the projection on the tracing paper coincide with the centre of the nomograph, and the mark of the azimuth of the conventional point of observation with the upper end of the vertical diameter of the nomograph (then the conventional point on the tracing paper will coincide with the

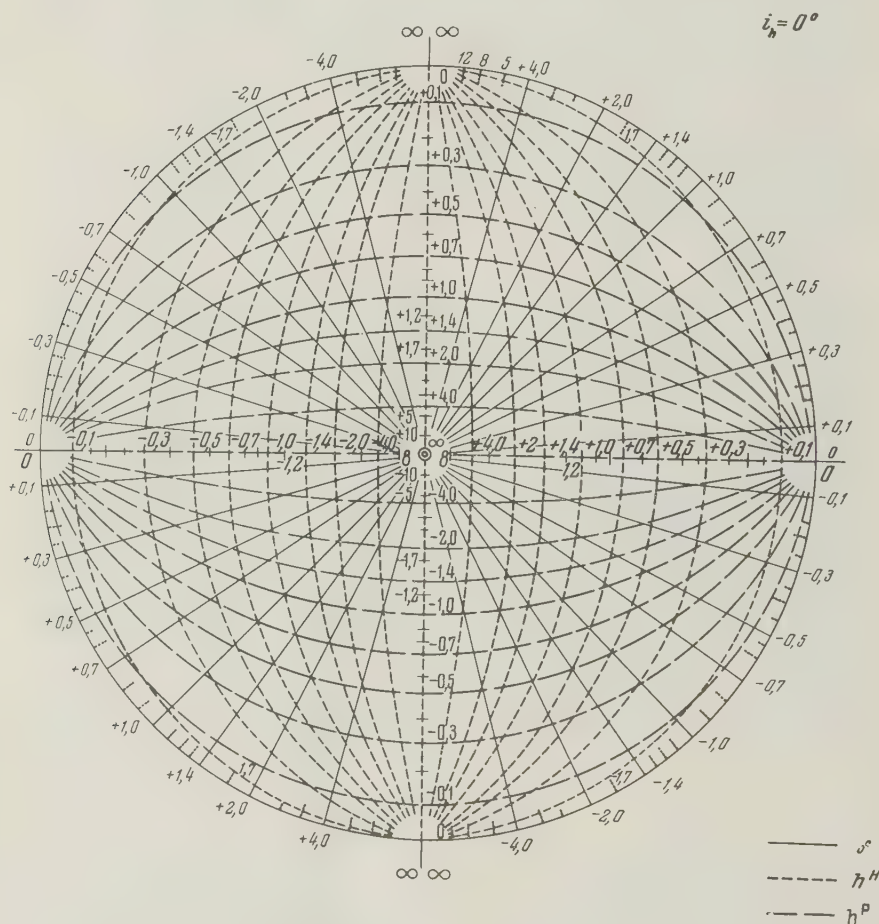


Fig. 13 a – The nomographs for determining motion direction using amplitude ratio.

In order to find an " x-arc " it is necessary: 1) to choose a nomograph with the values of $i = i_h$ (if the nomograph with the required value of i_h is absent the whole construction is made for two neighbouring values of i_h and then interpolation is carried ot); 2) to superimpose tracing paper on the nomograph; 3) to make the centre of the projection on the tracing paper coincide with the centre of the nomograph, and the mark of the azimuth of the conventional point of observation with the upper end of the vertical diameter of the nomograph (then the conventional point on the tracing paper will coincide with the double circle on the nomograph); 4) to copy the " x-arcs " corresponding to the given values of h^H, h^P, f on the tracing paper. The intersection of the " x-arcs " gives the projection of the axis x. In practice we do not draw the whole arcs and find *immediately* their point of intersection.

The " x-arcs " constructed for three displacement ratios at one station intersect

in one point as one of these values is not independent.

Besides, it is necessary to note the following properties of "x-arcs": the "x-arcs" constructed for f and h^H pass through the point of observation and the pole of tion centre, no matter what is the actual direction of the axis x (since the poles of all the conventional points gather around the centre).

The value of k should be found empirically by: 1) selecting such earthquakes for

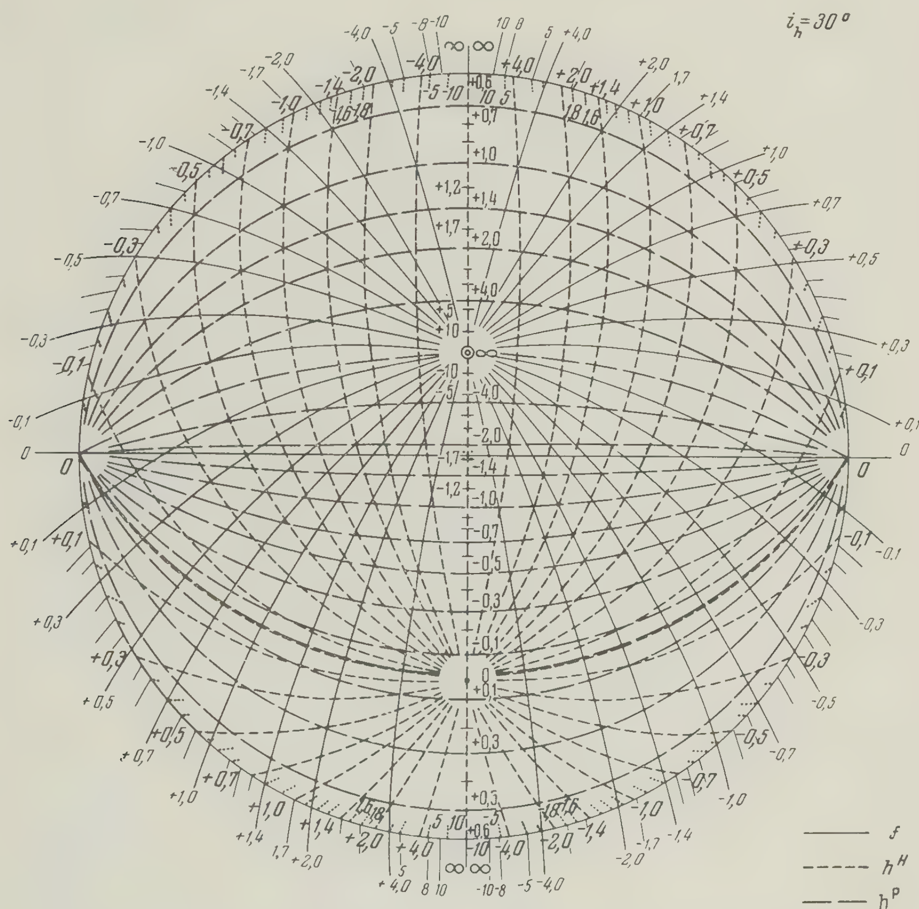


Fig. 13*b* – The nomographs for determining motion direction using amplitude ratio.

this point respectively; and the "x-arcs" constructed for h^P have the azimuth perpendicular to the azimuth of the station.

These properties should be taken into account when trying to determine the axis of x using "x-arcs" for the amplitude ratios of the same components at various stations. For instance, i_h being great, then all the "x-arcs" for h^H come closer to the projec- which the axis x is determined only from signs and 2) determining k so that the displacement ratio should give a close result. These same values of k may be used for studying the focii of a given region.

It proceeds from experience that k should be taken less than $(a/b)^3$. For the Tango earthquake 1927, $1 \leqslant k \leqslant 3$; it was established in the process of interpretation of

a valuable set of seismograms collected by Dr. Hodgson, E. A. (Dominion Observatory, Canada), and kindly sent to me by Dr. Hodgson, J. H.

Any excess in the accepted value of k can be easily noticed from the displacement of the axis x to the corresponding conventional points.

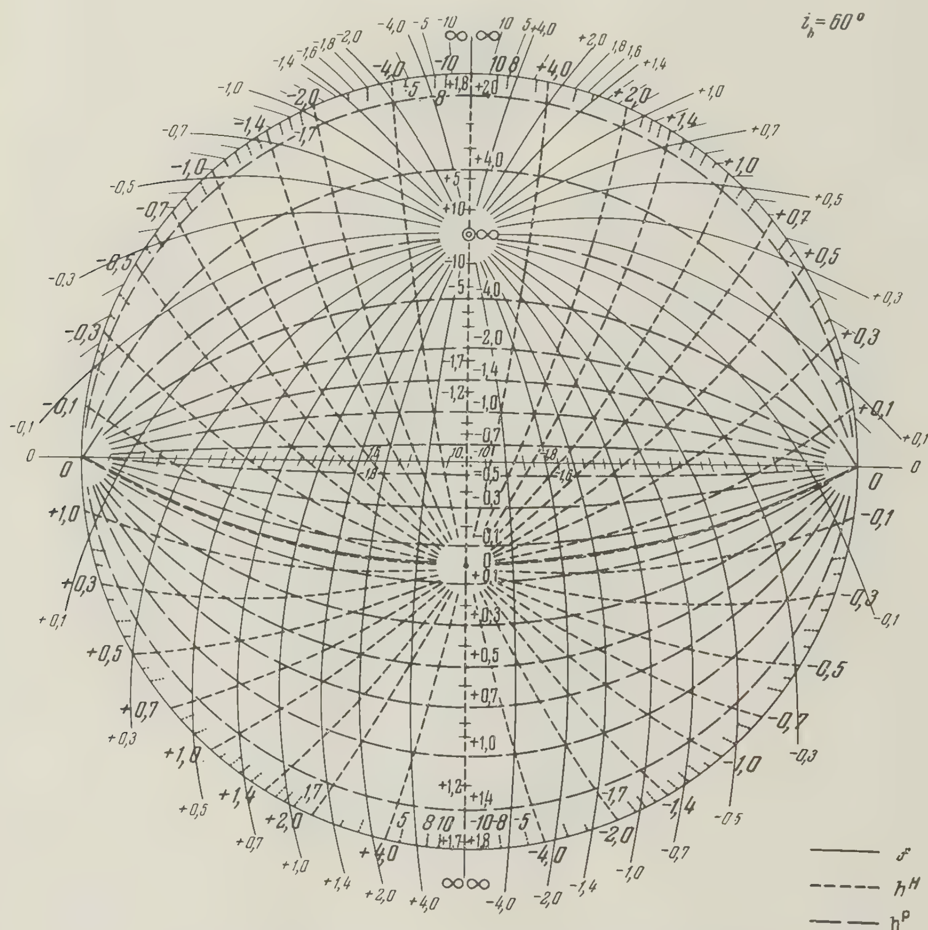


Fig. 13c – The nomographs for determining motion direction using amplitude ratio.

§ 6. – Estimation of accuracy

The accuracy of the interpretation of each earthquake is estimated directly in the process of drawing the nodal lines: each system of the initial data determines the nodal lines in such a way that they can be transferred in certain limits which indicate the possible errors.

It should be borne in mind that these limits essentially depend on the errors of the coordinates of the conventional points themselves (i. e. of the ray directions in the hypocentre).

The main source of errors (especially for near earthquakes recorded by high frequency instruments) is the unknown structure of medium, foremost, the interfaces near the focus.

The complete estimation of the accuracy requires that the interpretation should be conducted for the extreme possible positions of the conventional points.

For the interpretation on a large scale it is necessary to investigate throughly the possible errors of at least one or hypocentres of each group.

The author is greatly obliged to Prof. P. Caloi for his valuable remarks and help in publication of the present article.

Institute of the Earth's Physics,
Ac. Sci. USSR, Moscow.

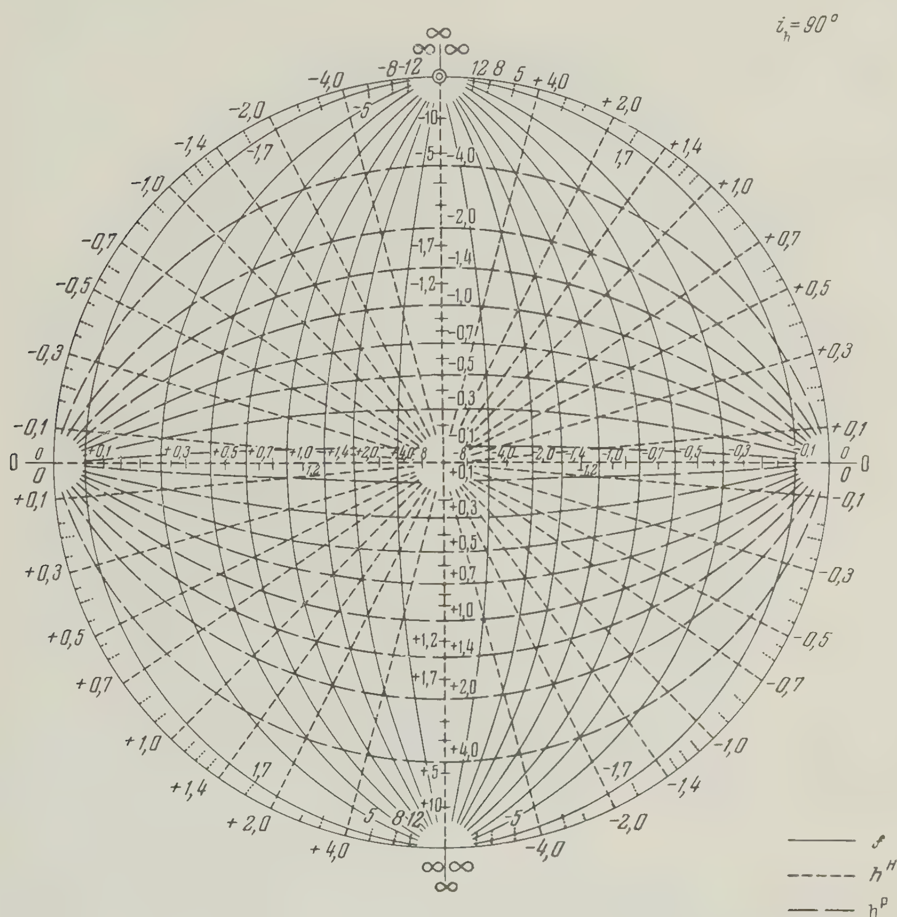


Fig. 13*d* – The nomographs for determining motion direction uring amplitude ratio.

REFERENCES

V. I. Keylis-Borok, *Proc.. U. G. G. I. Congr..*, Rome.

V. I. Keylis-Borok, E. N. Bessonova, O. D. Gotzadze, S. D. Kogan, T. T. Kukchtikova, I. V. Kirilova, L. N. Malinovskaya, A. A. Sorsky, *Trudi Geofizitcheskogo Instituta Akademii Nauk SSSR*, n. 40, 1957.

L. N. Malinovskaya., *Trudi Gdufisitcheskogo Instituta Akademii Nauk SSSR*, n. 22, 1954.

A. R. Ritsema., *Ind. J. Met. Geoph.*, v. 6, n. 1, 1955.

Supplement. Principal constructions on a Wolf stereographic projection.

Fig. 14a represents a Wolf stereographic projection which is a stereographic projection of a semi-sphere on a plane. The scheme of the semi-sphere being projected is shown in fig. 14b. The centre of the projection with four points around it corresponds to the vertical axis 00. The circumference bounding the projection corresponds to the circle upon which the semi-sphere is supported to stand.

Let the ends of the diameter NS (fig. 14b) be the poles of the sphere; draw two systems of lines on the sphere: meridians (sections of the sphere by planes forming different angles with the axis 00) and parallels (section of the sphere by planes perpendicular to NS). These lines should not taken for geographical meridians and parallels since the centre of the sphere coincides with the hypocentre.

The angle β is counted off along the horizontal diameter from the centre to a given meridian. The angle γ for each parallel is counted off along anyone of the meridians (each unit is equal to 2° in fig. 14a).

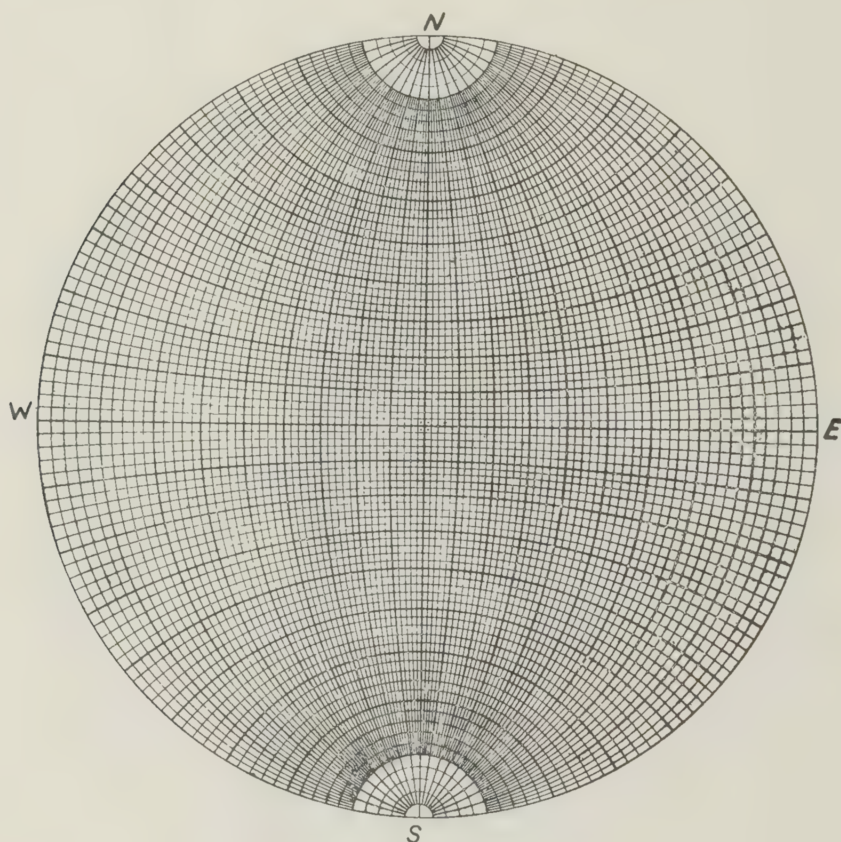


Fig. 14a – Wolf stereographic projection.

The straight line and the plane passing through the centre of the sphere are represented on the Wolf stereographic projection respectively by a point and by such an arc which after being rotated coincides with one of the meridians. The pole of the plane means the projection of its normal.

The pole of the line is the projection of its normal lying in one vertical plane with tihs line.

All constructions on a Wolf projection can be most conveniently fulfilled on a tracing paper being superimposed on the stereographic projection. Before rotating the tracing paper about the centre of the Wolf stereographic projection it is necessary to mark on it the position of the centre and the end of the vertical diameter of the stereographic projection. When making constructions we shall consider that the direction upward (z axis) is projected in the centre of the stereographic projection, the axis N being directed to the North (y) the axis E to the East (x).

Consider now the principal constructions on a Wolf projection.

The planes and the straight lines considered below pass through the centre of the sphere.

1. The direction of a straight line (the inclination i_h to the vertical, the azimuth α of the horizontal projection) is given. Find the projection of this line (i. e. the point having the coordinates α, i_h).

On the outer circle (the bound of the stereographic projection) count off the angle α clockwise and make a mark.

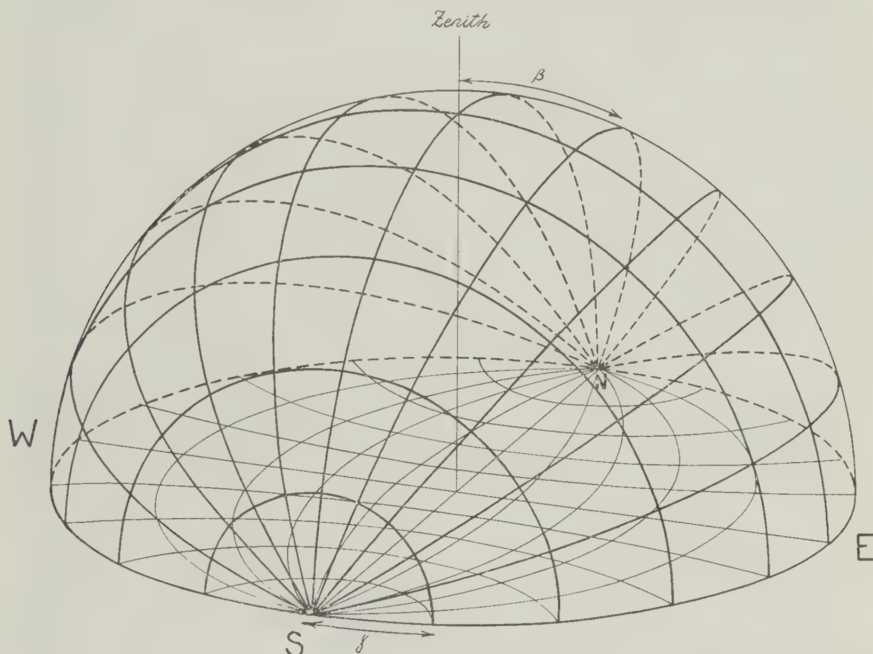


Fig. 14 b – Meridians and parallels traced on a Wolf stereographic projection.

By rotating the tracing paper make this mark coincide with one of the diameters (it makes no difference either horizontal or vertical).

Count off the angle i_h along the diameter from the centre of the stereographic projection to the direction of the mark.

Now the point being found has the coordinates α, i_h.

2. The azimuth A of the dipping and the dip e of a plane are given. Find the projection of the plane.

Make a mark for the azimuth A on the bound of the stereographic projection. Rotating the tracing paper make this mark coincide with the horizontal diameter. Count off the dip along the same horizontal diameter from the stereographic projection

REPRESENTATION OF SEISMIC FAULTS ON SCHEMES OF DISLOCATIONS IN THE ORIGINS OF EARTHQUAKES

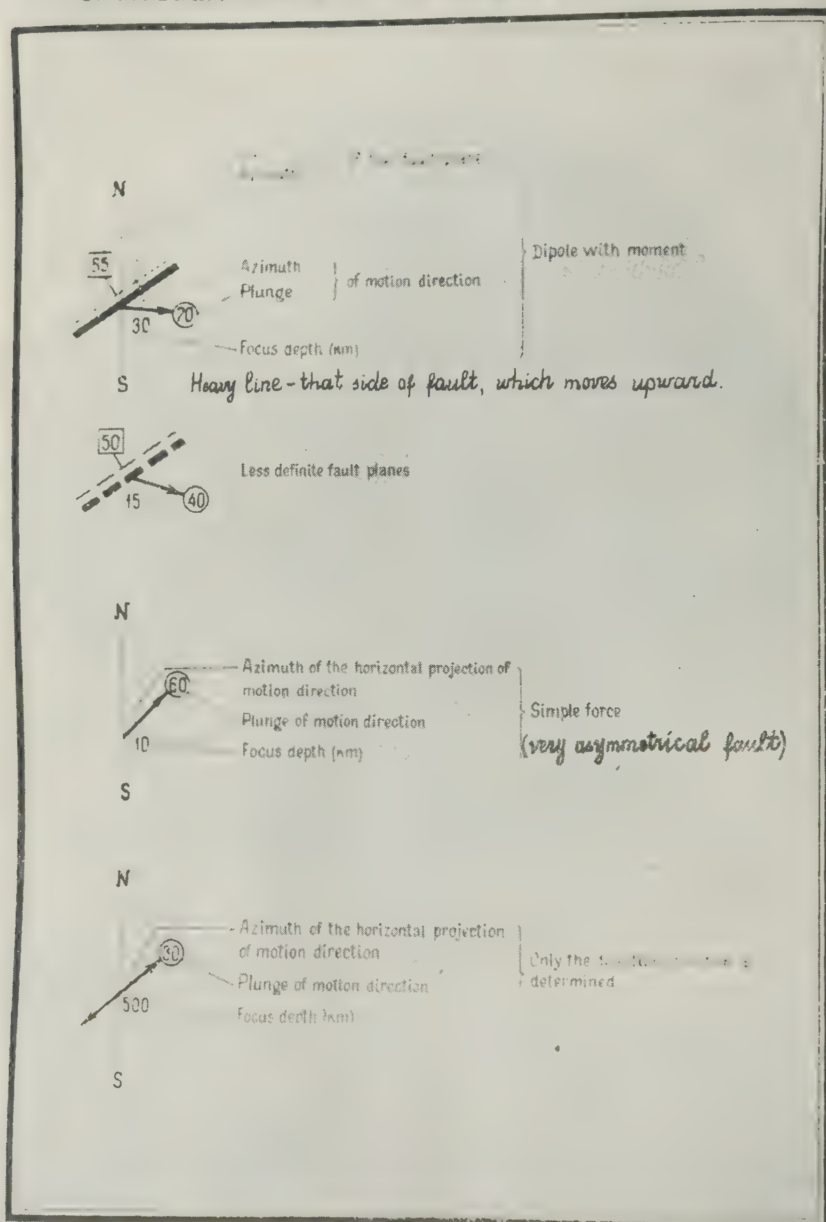


Fig. 15 – The representation of the found fault plane solutions on maps. The heavy line corresponds to that side of fault which moves upward.

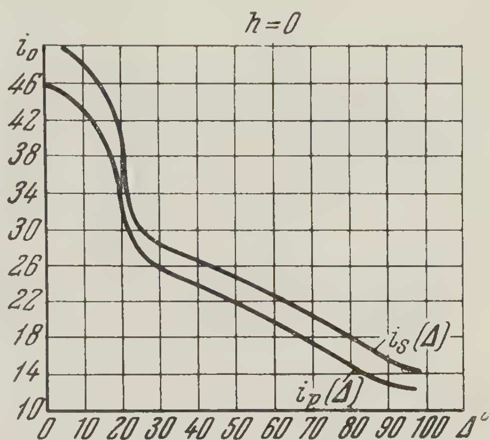
bound which is opposite to the mark of the azimuth.

Now the meridian passing trhough the found point is the plane being sought for (the coordinates of this point, as is evident, are $180 + A$, $90 - e$).

3. Two points on a Wolf stereographic projection are given (i. e. projections of the straight lines passing through the center of the sphere). Find the projection of the plane containing both lines.

Rotate the tracing paper with the two points plotted on it about the centre of the projection until they fall on one of the meridians; draw this meridian on the tracing paper, and it will be the projection being sought for.

4. The projection of a plane is given. Find its pole. Rotate the tracing paper until the projection of the plane coincides with one of the meridians. Then count off



h = the depth of the source is shown near each curve.

Figs. 16 *a-f* – The values of i_h and i_o for various waves.

The symbols of waves are drawn in each figure.

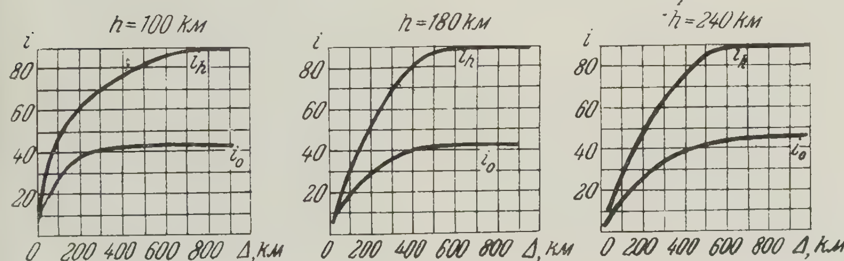


Fig. 16*b*

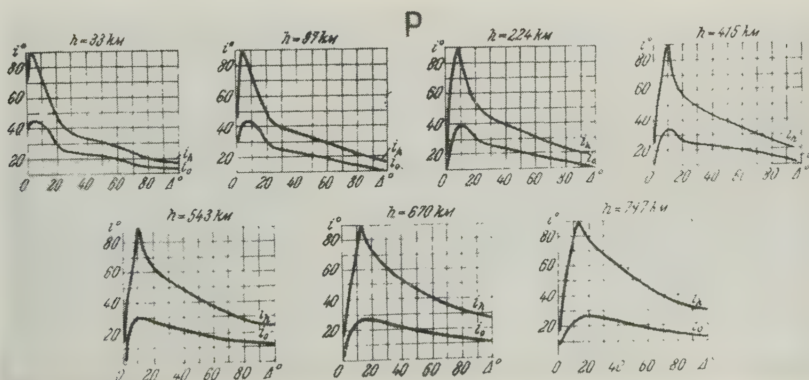


Fig. 16*c*

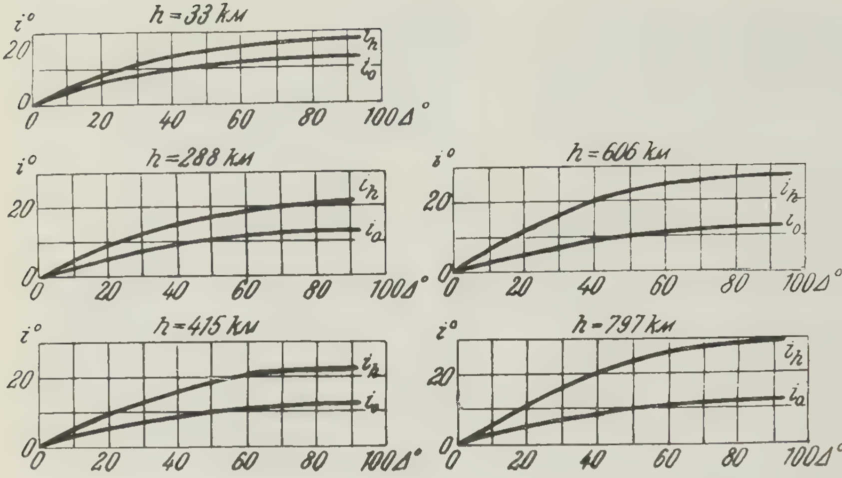


Fig. 16d

PS, SP

h = 33 km

h = 97 km

h = 224 km

h = 415 km

h = 479 km

Fig. 16e

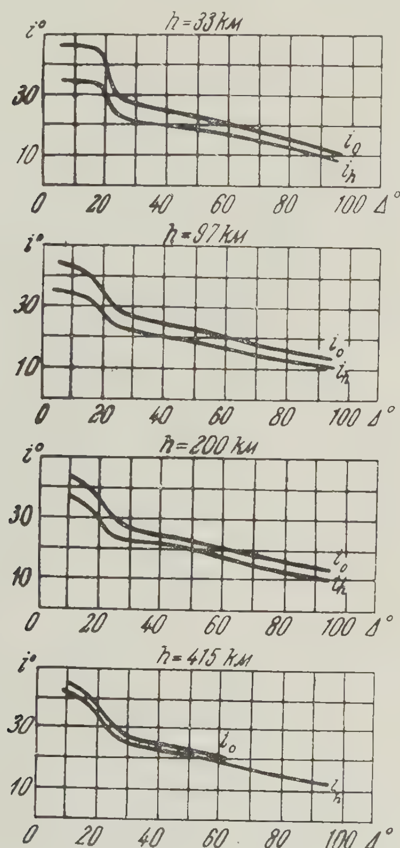
90° along the horizontal diameter from the plane to the direction of the centre. Now the found point is the pole.

5. The pole of a plane is given. Find the projection of the plane (the equator of the given pole).

straight lines — are given. Measure the angle made by them.

Rotating the tracing paper make both points fall on one of the meridians; now the angle sought for is counted off along this meridian.

sP



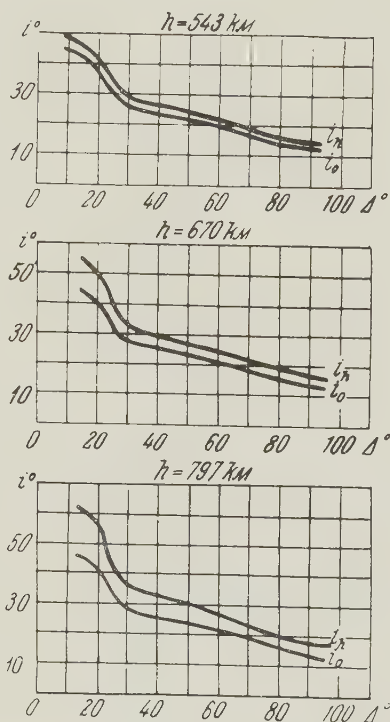


Fig. 16

Make the pole fall on the horizontale diameter and count off 90° along it to the direction of the centre. Draw the meridian through the found point; then this meridian is the equator bring sought for.

6. Two points — the projections of

7. The projections of a plane and a straight line are given. Find the angle made by them.

Make the projection of the plane coincide with one of the meridians; now the angle sought for is counted off along the parallel passing through the given point.

ABSTRACT

The interpretational aspect of determining fault plane solution for earthquake sources with the use of both longtitudinal and transverse waves of various types is described. The first arrival direction of P, SV, SH and the ratios of their amplitudes can be employed. The use of the arrival directions P, SV and SH (and especially their combination at each point) sharply lessens the quantity of observations required and makes results unambiquous.

The properties of various sources (the dipole with moment in most detail) are considered.

Wolf stereographic projection discribed in Supplement is used for the interpretation.

Sulla « correzione per la gravità » nelle misure con bilance magnetiche

A. NORINELLI

1. – Nei rilievi magnetici di dettaglio l'influenza delle variazioni della accelerazione di gravità (che in seguito chiameremo brevemente variazioni della gravità) è praticamente trascurabile nella determinazione delle variazioni del campo magnetico terrestre (c.m.t.), effettuate a mezzo di bilance magnetiche.

Nel caso però di rilevamenti regionali in cui, partendo da un'unica stazione base, si pretenda elevata precisione, o nel caso in cui si vogliano ripetere o istituire, a mezzo di bilance, stazioni magnetiche fondamentali, come già auspicato (1), non si può fare a meno di tener conto, nella riduzione delle misure, anche della variazione di gravità.

Nella presente Nota si studia appunto l'influenza di detta variazione sui dati di osservazione sia per la componente verticale che per quella orizzontale del c.m.t.

2. – Nei variometri magnetici, al momento meccanico, provocato dal c.m.t., controagisce il momento che proviene dal campo gravitazionale terrestre. Dall'annullarsi della somma dei due momenti, nella posizione d'equilibrio dell'ago, scaturisce l'equazione fondamentale delle bilance magnetiche.

Fermando l'attenzione sulla bilancia di Schmidt, uno dei variometri più diffusi, *l'equazione fondamentale* relativa al tipo per la misura della componente verticale del c.m.t. è [(2) pag. 58], in una stazione generica S_k,:

$$n_k - N = \frac{2fM}{mg_kh} Z_k - 2f\frac{a}{h}, \quad [1]$$

dove i simboli hanno il seguente significato:

n_k = lettura alla scala dello strumento nella stazione S_k,

N = lettura alla scala quando l'equipaggio magnetico è nella posizione orizzontale,

f = distanza focale dell'obiettivo,

M = momento magnetico dell'equipaggio,

Z_k = intensità della componente verticale del c.m.t. nella stazione S_k,

m = massa totale dell'equipaggio magnetico,

g_k = intensità dell'accelerazione della gravità nella stazione S_k (centro dell'equipaggio magnetico),

a = componente, secondo l'asse dell'ago, della distanza del centro di gravità dell'equipaggio dall'asse di rotazione,

h = componente, secondo la direzione perpendicolare all'asse dell'ago, della distanza del centro di gravità dell'equipaggio dall'asse di rotazione.

Per la stazione base S_o si potrà scrivere analogamente:

$$n_o - N = \frac{2fM}{mg_oh} Z_o - 2f\frac{a}{h}. \quad [2]$$

Indicando con $\varepsilon_o = \frac{mg_oh}{2fM}$ *la costante di scala* dello strumento, determinata nella stazione base S_o, e ponendo $g_k = g_o + \delta g_{o.k}$, si deduce dalle [1] e [2]:

$$Z_k = [Z_o + \varepsilon_o (n_k - n_o)] \left(1 + \frac{\delta g_{o.k}}{g_o}\right). \quad [3]$$

Trascurando il termine

$$\varepsilon_o \; (n_k - n_o) \; \frac{\delta g_{o.k}}{g_o} \; (^1),$$

la [3] diventa:

$$Z_k = Z_o + \varepsilon_o \; (n_k - n_o) + Z_o \; \frac{\delta g_{o.k}}{g_o} . \quad [4]$$

Se nella stazione k-esima è stato variato artificialmente il campo magnetico a causa di un magnete ausiliario, la [4] muta soltanto perchè la componente verticale del c. m. t. Z_k deve essere accompagnata dall'analoga componente verticale del campo dovuto al magnete.

Per due stazioni successive S_k e S_{k+1} valgono la precedente e la:

$$Z_{k+1} = Z_o + \varepsilon_o (n_{k+1} - n_o) + Z_o \frac{\delta g_{o.k+1}}{g_o} , \quad [4']$$

per cui, sottraendo la [4] dalla [4'], si può scrivere:

$$Z_{k+1} - Z_k = \varepsilon_o (n_{k+1} - n_k) + Z_o \frac{\delta g_{k.k+1}}{g_o} , \quad [5]$$

dove

$$\delta g_{k.k+1} = g_{k+1} - g_k .$$

L'ultimo termine è in via ordinaria molto esiguo. Ammesso infatti l'error medio di una stazione magnetica $\pm 3\gamma$, supposto ancora $Z_o = 40.000 \, \gamma$ e $g_o = 980$ gal, $Z_o \frac{\delta g_{k.k+1}}{g_o}$ supera il detto error medio se $| \delta g_{k.k+1} | > 70$ mgal circa. Poichè variazioni gravimetriche di oltre 70 mgal sono poco frequenti su limitate estensioni, è usuale adottare nei rilievi di dettaglio, anzichè la [5], la formola approssimata:

$$Z_{k+1} - Z_k = \varepsilon_o \; (n_{k+1} - n_k) . \quad [6]$$

Nel caso però di profili notevolmente ampi che si distendano in direzione meridiana o nel caso di stazioni a forte dislivello tra di loro, variazioni di 70 mgal fra la stazione base e la stazione k-esima del rilievo non sono più eccezionali, per cui il termine $Z_o \frac{\delta g_{o.k}}{g_o}$ della [4] non è più trascurabile rispetto alla precisione del rilievo se si esige che questa sia molto elevata, ed il termine $Z_o \frac{\delta g_{k.k+1}}{g_o}$ della [5] acquista lungo il profilo un carattere *sistematico*, per cui, pur essendo modesta l'entità, non si può non tenerne conto.

Infatti la [4], che dà *l'intensità della componente verticale Z_k del c.m.t.* della stazione generica S_k in funzione della Z_o della stazione base S_o, collegata a questa sia direttamente che indirettamente a mezzo di stazioni intermedie, esprime che nelle osservazioni con bilancia magnetica la stima della trascurabilità o meno del termine

$$\left| Z_o \; \frac{\delta g_{o.k}}{g_o} \right| , \quad [7]$$

che dà la « *correzione per la gravità* » nella misura della componente verticale del c.m.t., va fatta tenendo conto non della variazione della g tra le stazioni successive, ma della *massima variazione esistente tra la stazione base S_o e le altre stazioni del rilievo ad essa collegate.*

Altrimenti potrebbe capitare che, calcolando le Z delle successive stazioni, partendo da S_o, usando la formola [6] perchè i termini

$$\left| Z_o \; \frac{\delta g_{k.k+1}}{g_o} \right| , \quad [8]$$

che esprimono la « correzione per la gravità » tra due stazioni successive, si sono ritenuti nei singoli tratti insignificanti, si giunga ad una stazione S_k per la quale invece il *termine* [7] non sia più trascurabile rispetto alla precisione del rilievo: si avrebbero allora per S_k due valori diversi, quello calcolato direttamente da S_o mediante la [4] e quello ottenuto per via indiretta per successive applicazioni della [6].

Il termine [7] *quindi consente anche di stabilire preventivamente se, per una determinata rete di collegamenti, sia, o non, da tener conto della correzione per la gravità tra stazioni successive.*

Le g dei termini [7] e [8] sono i valori osservati dell'accelerazione di gravità. Tali valori si possono ricavare, nel caso che non

(1) Pur supponendo per i fattori a numeratore i più alti valori che si possano presentare in pratica, il contributo del termine sopra scritto risulta assolutamente insensibile.

si possa osservarli, dai rilievi gravimetrici che ricoprono ormai quasi tutto il territorio italiano o quanto meno dedurre dai valori della gravità normale.

Il simbolo Z_o indica il valore assoluto della componente verticale del c.m.t. nella stazione base S_o. Per il calcolo di [7] e [8] ne è ovviamente sufficiente anche un valore approssimato.

3. – Consideriamo ora il variometro per la misura *della componente orizzontale del c.m.t.*

L'equazione fondamentale è [(2) pag. 61]:

$$n_k - N = \frac{2fMH_k - 2fmg_k a}{MZ_k + mg_k h} \qquad [9]$$

dove si indica con:

n_k = la lettura della scala nella stazione generica S_k,

N = la lettura alla scala quando l'equipaggio magnetico è nella posizione verticale,

H_k = l'intensità della componente orizzontale del c.m.t. in S_k.

Gli altri simboli conservano il significato del paragr. precedente.

Nella stazione base S_o si può scrivere analogamente:

$$n_o - N = \frac{2fMH_o - 2fmg_o a}{MZ_o + mg_o h}\,. \qquad [10]$$

Se con

$$\varepsilon_o = \frac{MZ_o + mg_o h}{2fM} \qquad [11]$$

si indica la *costante di scala dello strumento determinata nella stazione base* S_o, sottraendo la [10] dalla [9] si ottiene, dopo alcuni passaggi, :

$$H_k = \frac{MZ_k + mg_k h}{2fM\varepsilon_o}\left\{H_o + \varepsilon_o (n_k - n_o)\right\} + \frac{ma}{2fM\varepsilon_o}(g_k Z_o - g_o Z_k)\,. \qquad [12]$$

Posto:

$$Z_k = Z_o + \delta Z_{o.k}\ ,\quad g_k = g_o + \delta g_{o.k}\ ,$$

la [12] può scriversi anche:

$$H_k = H_o + \varepsilon_o (n_k - n_o) + \frac{\delta Z_{o.k}}{2fM\varepsilon_o}\left\{MH_o + M\varepsilon_o (n_k - n_o) - mag_o\right\} + \frac{\delta g_{o.k}}{2fM\varepsilon_o}\left\{mhH_o + mh\varepsilon_o (n_k - n_o) + maZ_o\right\}. \qquad [13]$$

Se con H si indica il valore del campo cui corrisponde la lettura N della scala nella stazione base S_o, sarà per la [10], in cui $n_o - N$ risulterà nullo, :

$$H = \frac{mg_o a}{M}\,. \qquad [14]$$

Tenendo conto di questa posizione e della [11], la [13] assume la scrittura:

$$H_k = H_o + \varepsilon_o (n_k - n_o) + \frac{\delta Z_{o.k}}{2f\varepsilon_o}\left\{H_o - H + \varepsilon_o (n_k - n_o)\right\} + \frac{\delta g_{o.k}}{g_o}\left\{H_o + \varepsilon_o (n_k - n_o) - (H_o - H)\frac{Z_o}{2f\varepsilon_o} - \frac{Z_o}{2f}(n_k - n_o)\right\}. \qquad [15]$$

Entro la seconda parentesi a graffa, l'unico termine che possa dare, moltiplicato per $\frac{\delta g_{o.k}}{g_o}$, contributo apprezzabile è l'H_o. Gli altri termini possono essere trascurati, giacchè il loro contributo (sempre tenendo presente il fattore esterno) è irrilevabile ancorchè vi si attribuiscano i più elevati valori possibili in pratica.

L'intensità quindi della componente orizzontale H_k di una stazione generica S_k in funzione della H_o della stazione base S_o si può ritenere espressa dalla:

$$H_k = H_o + \varepsilon_o (n_k - n_o) + \frac{\delta Z_{o.k}}{2f\varepsilon_o}\left\{H_o - H + \varepsilon_o (n_k - n_o)\right\} + \frac{\delta g_{o.k}}{g_o} H_o\,. \qquad [16]$$

Nel caso che venga variato artificialmente il campo a mezzo di un magnete ausiliario, il primo membro della [16] deve essere accompagnato dalla componente orizzontale del campo dovuto a tale magnete.

La parte preponderante della differenza $H_k - H_o$ è costituita dal termine $\varepsilon_o (n_k - n_o)$. Il termine successivo a questo è originato dalla variazione della Z nel passaggio dalla stazione S_o alla stazione S_k e dal fatto che quale costante di scala, funzione della Z, si mantiene quella determinata nella sta-

zione base S_o. La H, che entra a far parte di tale termine, può essere determinata assieme alla ε_o nella stazione base o, meglio ancora, si può operare in modo che risulti $H_o - H \sim 0$ nel qual caso il binomio $H_o - H$ può essere tolto dalla [16].

L'ultimo termine

$$\frac{\delta g_{o.k}}{g_o} H_o \qquad [17]$$

esprime la « *correzione per la gravità* » nelle misure tra la stazione base S_o e la stazione generica S_k della componente orizzontale del c.m.t.

Per avere un'idea quantitativa di tale correzione, supponendo che in un rilievo si esiga una precisione di $\pm\ 3\gamma$, attribuendo ad H_o e a g_o rispettivamente $22.000\,\gamma$ e 80 gal, il termine correttivo sarà dell'ordine della detta precisione se $|\delta g_{o.k}| \sim 130$ mgal.

Come si vede, con i dati proposti per H_o e per Z_o (§ 2), che corrispondono grosso modo alle componenti del c.m.t. dell'Italia settentrionale, la correzione per la gravità, in corrispondenza di un determinato δg, può avere significato per la determinazione rigorosa di una componente e non dell'altra.

Per due stazioni successive S_k e S_{k+1} valgono la [16] e la

$$H_{k+1} = H_o + \varepsilon_o\,(n_{k+1} - n_o) + \\ + \frac{\delta Z_{o.k+1}}{2 f \varepsilon_o} \left\{ H_o - H + \varepsilon_o\,(n_{k+1} - n_o) \right\} + \\ + \frac{\delta g_{o.k+1}}{g_o} H_o . \qquad [18]$$

Sottraendo la [16] dalla [18] si deduce:

$$H_{k+1} - H_k = \varepsilon_o\,(n_{k+1} - n_k) + \\ + \frac{\delta Z_{k.k+1}}{2 f \varepsilon_o} \left\{ H_o - H + \varepsilon_o\,(n_{k+1} - n_o) \right\} + \\ + \frac{\delta Z_{o.k}}{2 f}\,(n_{k+1} - n_k) + \frac{\delta g_{k.k+1}}{g_o} H_o , \qquad [19]$$

dove

$\delta Z_{k.k+1} = Z_{k+1} - Z_k$ e $\delta g_{k.k+1} = g_{k+1} - g_k$.

L'ultimo termine:

$$\frac{\delta g_{k.k+1}}{g_o} H_o \qquad [20]$$

esprime la « *correzione per la gravità* » nelle misure per la componente orizzontale del c.m.t. tra due stazioni successive.

Le considerazioni fatte a proposito della « *correzione per la gravità* » nelle misure della Z si estendono alle misure per la H. E principalmente: *La variazione di gravità, cui si deve prestar attenzione, è quella massima esistente tra la stazione base e le altre stazioni della zona da rilevare, collegate ad essa sia direttamente che indirettamente.*

RIASSUNTO

Viene studiata l'influenza della variazione dell'accelerazione della gravità sulle misure delle due componenti verticale e orizzontale del c.m.t., eseguite a mezzo di bilance magnetiche, al fine di riconoscere la trascurabilità o meno di tale influenza, quando si considerano le variazioni massime che si possono presentare tra la stazione magnetica base e le altre stazioni ad essa collegate sia direttamente che indirettamente.

ABSTRACT

The influence of gravity changes upon the magnetic measurements of both horizontal and vertical components of terrestrial magnetic field made with Schmidt balances is studied.

The study mainly is concerned with the evaluation of possible corrections to make expecially when appreciable gravity ch nges occur between magnetic stations.

BIBLIOGRAFIA

(1) – C. Morelli, *Nuovi criteri per la sistematica magnetica,* Annali di Geofisica, vol. III, n. 3, 1950.

(2) – — *Teoria e pratica dei variometri magnetici da campagna,* Del Bianco edit., Udine. 1947.

Numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno per l'anno 1956

G. GODOLI - M. P. STROCCHI

Proseguendo la pubblicazione annuale dei numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno (1), vengono riportati nelle seguenti tre tabelle di immediata interpretazione i valori giornalieri per il 1956.

I numeri caratteristici sono stati stimati sugli spettroeliogrammi eseguiti alla torre solare di Arcetri con l'immagine di 64 mm; le caratteristiche strumentali e la tecnica delle osservazioni sono state descritte in altra sede (2).

Sino al 19 ottobre 1956 sono stati eseguiti quotidianamente tre spettroeliogrammi successivi nella riga $H\alpha_3$ dell'idrogeno ed uno nella riga $K_{2,3}$ del calcio ionizzato. Dal 20 ottobre il programma di osservazione sistematica è stato intensificato con l'esecuzione giornaliera di tre spettroeliogrammi successivi in $H\alpha_3$ e tre in $K_{2,3}$. L'esecuzione di spettroeliogrammi successivi ha lo scopo di seguire le variazioni di intensità delle zone più attive. Tali variazioni di intensità, interessantissime nello studio dell'evoluzione dei fenomeni, non hanno però alcuna influenza nella stima dei numeri caratteristici. Per questo abbiamo continuato a stimare i numeri caratteristici su di un solo spettroeliogramma in $H\alpha_3$ ed uno solo in $K_{2,3}$. Gli spettroeliogrammi esaminati erano

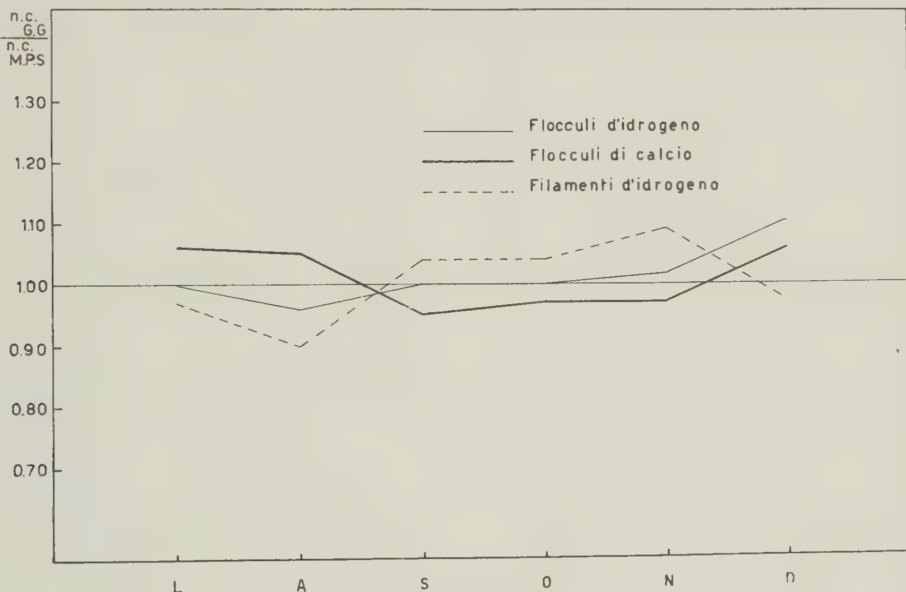


Fig. 1

Tabella 1 *a* – NUMERI CARATTERISTICI DEI FLOCCULI DI IDROGENO PER L'ANNO 1956

GIORNO	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1	—	—	—	—	—	—	—	2.7	—	3.3	—	—
2	—	—	—	—	1.9	—	—	2.2	—	3.4	—	—
3	—	0.6	—	—	2.2	—	3.0	—	—	—	—	2.8
4	1.8	0.6	—	—	2.8	3.1	3.2	—	2.3	—	—	3.0
5	1.9	—	2.9	2.2	2.7	3.2	3.6	—	2.2	—	3.0	—
6	—	0.7	3.1	—	—	2.6	3.7	2.4	—	3.0	2.9	3.2
7	—	0.8	—	2.3	2.0	2.7	3.9	2.4	3.3	—	—	—
8	—	0.9	3.2	—	2.2	—	—	2.7	3.1	—	3.2	—
9	—	—	2.0	2.4	2.2	—	3.0	2.4	—	—		—
10	—	—	1.2	—	—	—	3.2	2.2	—	2.8	—	—
11	—	—	—	3.0	2.3	—	—	—	—	2.8	—	—
12	—	—	—	—	2.4	2.0	3.2	—	—	2.1	—	—
13	—	—	—	—	—	2.2	3.5	2.8	3.4	2.0	—	—
14	—	1.7	1.3	—	—	2.3	3.3	2.6	3.2	—	—	—
15	—	1.9	1.4	—	2.4	—	—	—	3.0	2.0	—	—
16	—	2.5	—	—	2.3	2.0	2.9	—	—	2.0	—	—
17	—	—	—	—	2.2	—	2.9	—	2.6	2.0	—	—
18	—	—	—	—	—	—	2.8	—	2.7		—	—
19	—	—	—	—	—	—	2.7	—	3.0	1.9	—	—
20	—	—	—	2.7	—	2.4	2.6	3.2	3.3	3.0	3.1	—
21	—	—	—	2.6	3.2	—	—	3.0	3.0	—	—	2.7
22	—	—	—	—	—	2.7	—	—	—	2.9	—	—
23	—	—	—	—	2.6	—	1.7	—	—	2.5	—	—
24	—	—	—	—	—	—	1.9	—	2.7	2.6	—	—
25	2.0	—	—	—	—	—	1.8	—	—	2.7	—	—
26	1.9	—	—	—	2.7	—	2.1	—	—	—	—	—
27	—	3.0	—	—	—	2.0	2.1	—	—	—	—	2.7
28	1.8	3.0	2.2	—	2.7	—	2.2	—	—	—	—	2.7
29	—	3.0	—	—	2.8	—	—	—	—	2.2	—	2.8
30	—	—	—	—	—	2.3	2.5	3.0	—	—	—	—
31	—	—	—	—	—	—	2.4	2.9	—	3.1	—	—
Media	1.9	1.7	2.2	2.5	2.4	2.5	2.8	2.6	2.9	2.6	3.0	2.8
Media semestrale			2.23							2.76		
Media annuale							2.53					

Tabella 1 *b* – NUMERI CARATTERISTICI DEI FLOCCULI DI CALCIO PER L'ANNO 1956

GIORNO	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1	—	—	—	—	—	—	—	4.2	—	3.6	—	—
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.6	—	—
3	—	2.2	—	—	3.3	—	3.7	—	—	—	—	3.4
4	3.2	2.4	—	—	3.3	4.0	4.1	—	3.1	—	—	4.1
5	3.3	—	—	3.0	3.4	4.2	3.9	—	3.2	—	3.9	—
6	—	2.3	3.4	—	—	4.1	3.9	3.5	—	3.5	4.0	3.8
7	—	2.5	—	3.3	3.8	3.8	3.9	3.6	3.1	—	—	3.7
8	—	2.0	3.3	—	4.3	—	—	3.4	2.8	—	4.2	—
9	—	—	3.4	3.4	4.2	—	3.9	3.6	—	—	—	-
10	—	—	3.3	—	—	—	4.3	3.7	—	2.8	—	—
11	—	—	—	—	4.1	—	—	—	—	3.0	—	—
12	—	—	—	—	4.2	3.7	3.9	—	—	3.0	—	—
13	—	—	—	—	—	3.6	3.7	4.2	3.6	2.8	—	—
14	—	3.1	3.0	—	—	3.8	4.1	4.3	3.6	—		
15	—	3.1	—	—	4.3	—	—	—	4.2	2.0	—	—
16	—	—	—	—	4.3	4.0	3.7	—	—	2.2	—	—
17	—	—	—	—	4.2	—	3.6	—	4.4	2.3	—	3.5
18	—	—	—	—	4.0	—	3.6	—	4.1	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	3.6	—	4.1	2.8	—	—
20	—	—	—	4.4	—	3.9	3.6	4.4	4.6	2.9	3.6	—
21	—	—	—	4.3	4.0	—	—	4.4	4.0	—	—	3.6
22	—	—	—	—	—	3.5	—	—	—	2.8	—	—
23	—	—	—	—	3.8	—	2.8	—	—	-	-	-
24	—	—	—	3.6	3.6	—	2.8	—	3.7	3.3	—	—
25	3.4	—	—	—	—	—	2.6	-	—	3.1	—	—
26	2.6	—	—	—	3.7	—	2.8	—	—	—	—	—
27	—	4.0	—	—	—	3.2	2.6	—	—	—	—	3.6
28	2.5	3.8	4.2	—	3.6	—	3.3	—	3.1	—	—	3.5
29	—	3.6	—	—	3.7	—	—	—	—	2.8	—	3.6
30	—	—	—	—	—	3.5	3.7	3.9	—	—		-
31	—	—	—	—	—	—	3.8	3.6	—	3.2	—	—
Media	3.0	2.9	3.4	3.7	3.9	3.8	3.6	3.9	3.7	2.9	3.9	3.6
Media semestrale	3.54						Media semestrale 3.53					
Media annuale						3.53						

Tabella 1 *c* – NUMERI CARATTERISTICI DEI FILAMENTI D'IDROGENO PER L'ANNO 1956

GIORNO	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1	—	—	—	—	—	—	—	2.5	—	2.9	—	—
2	—	—	—	—	3.2	—	—	2.5	—	2.5	—	—
3	—	2.8	—	–	2.8	—	2.4	—	—	—	—	2.7
4	3.5	2.8	—	—	2.9	2.4	2.6	—	3.1	—	—	2.5
5	3.4	—	2.5	1.8	2.7	3.0	2.7	—	2.7	—	2.9	—
6	—	3.2	2.4	—	—	2.5	2.8	3.1	—	2.9	2.4	2.6
7	—	3.1	—	1.2	4.2	2.6	2.7	3.2	3.5	—	—	
8	—	3.6	2.5	—	4.1	—	—	3.5	3.5	—	2.5	—
9	—	—	2.7	2.2	3.6	—	2.3	3.6	—	—	–	
10	—	—	2.6	—	—	–	2.9	2.4	—	3.1	—	—
11	—	—	—	2.6	3.7	—	—	—	—	2.9	—	—
12	—	—	—	—	3.8	3.4	2.9	—	—	2.7	—	—
13	—	—	—	—	—	3.6	3.6	4.2	2.5	2.8	—	—
14	—	2.2	2.0	—	—	3.4	4.2	3.3	2.6			
15	—	2.3	1.9	—	3.9	—	—	—	2.6	3.0	—	—
16	—	2.1	—	—	3.6	3.3	4.2	—	—	2.8	—	—
17	—	—	—	—	3.2	—	4.1	—	2.0	2.6	—	—
18	—	—	—	—	—	—	4.1	—	2.2	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	2.6	—	2.5	2.5	—	—
20	—	—	—	2.8	—	4.6	2.9	2.9	2.7	2.5	2.8	—
21	—	—	—	3.2	3.2	—	—	2.2	2.9	—	—	3.8
22	—	—	—	—	—	3.8	—	—	—	2.5	—	—
23	—	—	—	—	2.9	—	2.3	—	—	2.5	—	—
24	—	—	—	—	—	—	2.4	—	3.2	2.7	—	—
25	1.0	—	—	—	—	—	2.5	—	—	2.6	—	—
26	2.4	—	—	—	4.3	—	2.2	—	—	—	—	—
27	—	2.4	—	—	—	2.8	1.5	—	—	—	—	3.6
28	2.1	2.3	2.4	—	4.2	—	2.0	—	—	—	—	3.7
29	—	1.8	—	—	3.6	—	—	—	—	2.5	—	3.7
30	—	—	—	—	—	2.6	2.5	2.6	—	—	—	—
31	—	—	—	—	—	—	2.5	2.8	—	2.4	—	—
Media	2.5	2.6	2.4	2.3	3.5	3.2	2.8	3.0	2.8	2.7	2.6	3.2
Media semestrale			2.91							2.84		
Media annuale							2.87					

generalmente i primi eseguiti. Solo in qualche raro caso, quando il primo risultava difettoso, veniva esaminato il secondo od il terzo.

Sono stati esaminati complessivamente 137 spettroeliogrammi in $H\alpha_3$ e 136 in $K_{2,3}$.

La stima veniva eseguita, come per il passato, attenendosi ai modelli distribuiti dall'Osservatorio di Mt. Wilson.

Per il semestre gennaio-giugno le stime sono state eseguite da G. Godoli, per due volte, seguendo un diverso ordine d'esame; mentre per il semestre luglio-dicembre le stime sono state eseguite indipendentemente da G. Godoli e M. P. Strocchi.

Lo scarto medio delle singole determinazioni, sia nel caso di un solo osservatore che in quello di due osservatori, si è generalmente mantenuto inferiore a 0,3 unità. Nei pochi casi in cui veniva riscontrato uno scarto medio di maggior entità, un riesame degli spettroeliogrammi metteva in evidenza errori di stima.

Dal grafico di fig. 1, in cui sono riportati i rapporti delle medie mensili calcolate sui valori stimati da G. Godoli e da M. P. Strocchi, si vede come l'accordo fra i due osservatori sia soddisfacente. Non si notano differenze sistematiche fra i due osservatori. Inoltre è notevole il fatto che i rapporti relativi ai flocculi di calcio tendono ad avere un andamento analogo a quello dei flocculi d'idrogeno.

Il contributo dei singoli osservatori, che sono sempre stati coadiuvati dal sig. B. Romagnoli, alla raccolta delle lastre ridotte è stato il seguente:

Osservatore	$H\alpha_3$	$K_{2,3}$	Totale
M. C. Ballario . .	86	87	173
G. Godoli	30	27	57
B. Romagnoli . .	18	20	38
M. Rigutti	2	2	4
C. Macris	1	0	1

La distribuzione mensile dell lastre ridotte è la seguente:

Mese / Riga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$H\alpha_3$	5	11	8	6	17	12	23	13	13	18	4	7
$K_{2,3}$	5	10	6	6	18	12	23	12	14	17	4	9

RIASSUNTO

Si danno i numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno per l'anno 1956, secondo le osservazioni eseguite alla torre solare di Arcetri.

ABSTRACT

The character figures of Ca flocculi and of Hα bright and dark flocculi for the 1956 are given according to the observations carried out at the solar tower of Arcetri.

BIBLIOGRAFIA

(1) G. Godoli, *Numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno per gli anni 1950-51-52*, Ann. Geof. 6, 199 (1953).

— Idem per l'anno 1953, l. c. **7**, 135 (1954).

— Idem per l'anno 1954, l. c. **8**, 325 (1955).

— Idem per l'anno 1955, l. c. **9**. 299 (1956).

(2) G. Righini e G. Godoli, *Riduzione del materiale spettroeliografico raccolto alla torre solare di Arcetri nel periodo 1932-1949*, Mem. S.A.It., **21**, 333 (1950).

Il livello del mare quale riferimento altimetrico

S. POLLI

1. – Premessa

In questi ultimi anni è stato messo in evidenza ([7, 9, 11]) come il livello di tutti i mari aumenti gradualmente di circa 1,1 cm per decennio. Il fenomeno è dovuto sopratutto alla progressiva fusione delle masse glaciali terrestri in dipèndenza di un lentissimo aumento della temperatura alla superficie della Terra. Bastano infatti aumenti della temperatura dell'ordine di 0,1 °C per cinquantennio per produrre gli effetti attualmente e facilmente osservabili. Il fenomeno è stato possibile precisarlo qualitativamente e quantitativamente appena in questi ultimi anni, prima non si aveva una sufficiente distribuzione di mareografi lungo tutte le coste, essi mancavano specialmente in quelle extraeuropee.

La seguente tabellina indica le variazioni medie decennali del livello marino dedotte da 110 stazioni mareografiche situate lungo le coste di tutti i mari ([7, 9, 11]). Le medie dei primi tre decenni sono state dedotte da un numero minore di stazioni e pertanto i loro valori sono approssimativi.

Valori decennali dell'aumento del livello medio marino (innalzamenti in cm).

1891-1900	1901-1910	1911-1920	1921-1930	1931-1940
1,6	0,2	0,7	0,9	1,9

2. – Le attuali superfici di riferimento.

Nelle determinazioni altimetriche sinora eseguite si assumeva quale superficie di riferimento il livello medio del mare, dedotto dai rilievi mareografici; oppure, più semplicemente, ma più raramente per il suo valore relativo, la superficie del geoide passante per una dato punto della crosta terrestre.

Consideriamo il primo caso. La determinazione del livello medio marino si ottiene quale media di tutte le altezze orarie lette sui mareogrammi per un dato intervallo di tempo, che può essere di uno o più anni. Oppure quale media di tutte le alte e basse maree ricavate pure mediante il mareografo. Questi due procedimenti portano a risultati praticamente uguali, in quanto la differenza tra le due determinazioni è generalmente dell'ordine di 0,1 mm, come risulta dimostrato nella pubbl. ([2]).

Si riteneva allora che il livello medio marino si mantenesse praticamente costante. E pertanto: *a*) che la determinazione del livello medio fosse tanto più precisa quanto più lungo fosse l'intervallo di tempo esaminato; *b*) che la differenza fra i livelli medi di anni diversi fosse minima, dell'ordine del mm, e che perciò fosse praticamente sufficiente considerare quale livello medio marino quello di un anno meteorologicamente normale.

Considerando una lunga serie di anni si ha, per quanto si è detto nella Premessa, che i valori estremi della serie differiscono sempre più dal loro valore medio, che cade generalmente fra i valori centrali. Lo scostamento dalla media aumenta progressivamente con la lunghezza della serie e si può facilmente vedere che, in tal caso, aumenta anche l'errore medio della media. Si noti che in 10 anni lo scostamento dovuto al graduale aumento del livello marino è di oltre 1 cm, e ciò prescindendo da altre variazioni accidentali.

Indipendentemente dal progressivo au-

Livelli medi marini in mm

Anno	Trieste	Marsiglia	Brest
1900	—	66	78
1	—	53	57
2	—	54	65
3	—	26	116
4	—	38	72
5	117	22	53
6	129	21	52
7	64	14	67
8	85	2	68
9	112	15	96
1910	208	44	133
11	100	35	115
12	121	19	155
13	116	25	196
14	149	24	208
15	216	58	194
16	205	96	200
17	167	24	111
18	103	46	131
19	152	64	99
1920	148	32	145
21	88	29	89
22	162	49	92
23	139	30	76
24	142	34	165
25	138	28	148
26	173	67	162
27	177	77	173
28	150	72	168
29	106	38	96
1930	177	68	168
31	178	51	156
32	133	45	157
33	150	86	140
34	160	72	118
35	163	68	139
36	221	105	186
37	238	—	177
38	133	35	124
39	188	94	144
1940	188	93	172
41	218	96	159
42	171	88	189
43	123	67	232
44	139	81	—
45	162	35	—
46	167	74	—
47	203	—	—
48	161	—	—
49	101	—	—
1950	160	—	—

mento eustatico, il livello marino, in un dato sito, varia di anno in anno, per cause sopratutto meteoriche, secondo dislivelli che vanno da qualche mm a diversi cm. Non sono rare variazioni, tra due anni successivi, di 5-10 cm. Presentiamo come esempio le serie dei livelli medi annui determinati a Trieste, a Marsiglia e a Brest. Le altezze in mm sono riferite a caposaldi locali. È evidente in tutti i tre porti il graduale aumento del livello marino.

Nel secondo caso, del caposaldo scelto arbitrariamente sulla costa e indipendentemente dal livello marino, si può osservare che esso, quale punto della crosta terrestre, è soggetto a spostamenti verticali più o meno lenti (si prescinde in questa nota dagli spostamenti orizzontali) molto difficilmente determinabili (quando non si intenda riferirsi al livello del mare). Tale caposaldo presenta evidentemente un maggior grado di relatività rispetto al precedente e pertanto non sarà conveniente usarlo quale base altimetrica.

In tutti i due casi, ripetendo la livellazione a distanza di molti anni, non si ritroveranno più le quote della prima livellazione. Si tratterà di errori di misura, di variazione del livello medio marino o di spostamenti verticali del caposaldo fondamentale? La questione nei termini considerati risulta indeterminata. Occorre evidentemente conoscere qualche altro elemento. Vedremo subito che è possibile determinare il moto verticale del livello medio marino rispetto ad un livello origine, indipendentemente da riferimenti costieri.

Ci proponiamo pertanto di definire un *livello medio generale*, che diremo *livello medio origine*, determinabile su tutta la Terra, in corrispondenza ad un dato istante T_0, e di precisare rispetto ad esso, mediante coordinata verticale in funzione del tempo, la posizione del livello medio generale variabile.

Rispetto al livello origine (o al livello generale all'istante T) la posizione di ogni punto della Terra risulta definita solamente quando alla sua coordinata verticale si abbini l'istante t della sua determinazione. Solamente in questo modo esso risulta precisato nello spazio e nel tempo e la sua posizione potrà essere confrontata con quella di ogni altro punto sia contemporaneo (cioè con determinazione altimetrica eseguita allo stesso istante) sia di altra epoca. La superficie di livello origine converrà sceglierla sotto determinate condizioni che ora esporremo.

3. – Il livello medio origine.

Le variazioni del livello medio marino dipendono sostanzialmente da quelle climatiche. L'andamento del clima, sia in una regione che su tutta la Terra, presenta fluttuazioni complesse che è possibile scomporre in oscillazioni più semplici aventi determinati periodi. I principali periodi climatici sono quelli di anni 5,6; 11,2; 22,5; 35 e quelli di anni 4, 8 e 16. Occorrerà pertanto che l'intervallo di deduzione del livello medio marino comprenda questi periodi e non risulti eccessivamente lungo, sia per eliminare gli inconvenienti del suo progressivo aumento, sia per questioni pratiche di determinazione strumentale e di calcolo. Un intervallo di 20 anni risulta idoneo e sufficiente. Il livello medio così determinato si attribuisce all'anno centrale del ventennio, o meglio, all'istante centrale, che potrebbe essere l'istante zero del 1° gennaio dell'anno centrale. Si potrebbero prendere in considerazione i successivi ventenni di un secolo, per esempio del secolo 1901-2000. Essi sono gli intervalli 1901-1920; 1921-1940;... 1981-2000. Gli istanti centrali cadono all'ora zero del 1° gennaio 1911, 1931,... 1991. Considerando invece i ventenni 1891-1910; 1911-1930; ... 1991-2010, gli istanti centrali si avrebbero alle ore zero dei giorni 1° gennaio 1901, 1921, ... 1981, 2001.

La posizione del livello medio di un dato ventennio, per una data stazione, si fissa ad un punto della costa. La posizione del livello medio del successivo ventennio figurerà, attualmente e nel maggior numero di stazioni, più alta della precedente. Il dislivello tra le due posizioni ventennali non sarà generalmente uguale in tutte le stazioni e ciò per i diversi spostamenti verticali che le singole zone costiere potranno subire.

La media dei dislivelli misurati in tutte le stazioni mareografiche darà l'aumento medio del livello di tutti i mari nel ventennio esaminato. Se in una stazione il *dislivello locale* risulterà superiore alla *media generale*, ciò indicherà che quel caposaldo (o quella zona costiera) ha subito nel ventennio un abbassamento uguale alla differenza fra il valore locale e quello generale. Se invece il dislivello della stazione figurerà inferiore alla media generale, si avrà avuto un'innalzamento costiero.

Quale superficie di riferimento per le determinazioni altimetriche converrà considerare quella del livello medio generale del ventennio nel quale si eseguisce la livellazione. Essa risulta riferita al livello medio del ventennio *origine* mediante *l'innalzamento medio generale*. Naturalmente se un caposaldo costiero non ha subito spostamenti verticali in un ventennio o nei successivi ventenni, le due variazioni di livello (locale e generale) ventennali e pluriventennali, saranno uguali.

Con questo metodo la superficie di riferimento presa in considerazione per una data livellazione risulta indipendente dai singoli movimenti verticali della costa. Questi anzi potranno essere messi in evidenza con una precisione non raggiungibile con altri mezzi o procedimenti. La stessa superficie, o livello di riferimento, rimane definita e determinata in ogni posto della Terra e in ogni epoca. Per cui, quando ad un'ordinata altimetrica, riferita ad una di queste superfici, si colleghi l'istante della sua determinazione, la posizione altimetrica del punto rimane fissata nello spazio e nel tempo, ed è indipendente dai successivi spostamenti verticali sia del punto stesso che del caposaldo.

4. – Modalità per l'applicazione del procedimento.

La determinazione del sistema di riferimento indicato richiede una rete di mareografi distribuiti uniformemente lungo tutte le coste dela Terra. Una rete mareografica attiva esiste già, ma la distribuzione degli strumenti non è, dal punto di vista di questa ricerca, nè uniforme nè razionale. I singoli mareografi sono stati sistemati, dai vari Stati, nei posti di immediata necessità. Si addensano sulle coste europee mentre son rari lungo le coste oceaniche dell'Africa, dell'America meridionale, delle isole australiane e lungo le coste artiche. Colmare le lacune col mettere mareografi anche nei porti di queste zone sarebbe molto semplice e poco dispendioso. Mentre molto utili risulterebbero i dati da essi ottenuti.

La determinazione del livello medio annuo rispetto ad un qualsiasi caposaldo locale, che potrebbe essere anche la piastrina del mareografo, può esser fatta con uno dei due procedimenti già indicati. Il calcolo si riduce ad una semplice media aritmetica.

Si noti che la piastrina del mareografo, o il caposaldo di riferimento, può essere un punto qualunque fisso con la costa e che, almeno per lo scopo considerato in questa nota, non è necessario che sia collegato ad una rete di livellazione. E ciò perchè l'applicazione del procedimento richiede solamente la conoscenza, per ciascuna stazione mareografica, della variazione del livello marino tra gli anni successivi. Dislivello che si ottiene quale differenza dei livelli medi contati da un piano locale del tutto arbitrario. Nella scelta delle stazioni, che daranno i valori delle variazioni ventennali, occorrerà prendere in considerazione e dare ugual peso a quelle stazioni che disposte uniformemente lungo tutte le coste della Terra, non siano soggette a notevoli bradisismi o terremoti. Così per esempio converrà non considerare le stazioni della Scandinavia, soggetta a notevole movimento verticale.

In ogni caso tutti i valori dei livelli medi annui (e possibilmente mensili) dovranno essere pubblicati. La qual cosa avviene già in modo esemplare nel « Monthly and Annual mean heights of sea-level » dell'Association d'Océanographie Physique. Basterebbe che tutti i Comitati nazionali inviassero i dati alla Segreteria dell'Associazione attenendosi agli schemi già pubblicati. Il calcolo della variazione ventennale media di tutti i mari potrebbe esser fatto dalla stessa Associazione, od anche, basandosi su dati pubblicati, dai singoli Comitati nazionali. Il risultato, anche tenendo conto che la scelta delle stazioni potrebbe essere diversa, risulterà praticamente il medesimo almeno sino ad un decimo di millimetro.

RIASSUNTO

Nelle determinazioni altimetriche si considera quale superficie di riferimento il livello medio del mare locale supposto costante, oppure la superficie del geoide passante per un punto fisso della crosta terrestre. Dato che il livello medio marino varia col tempo (attualmente esso aumenta di 1,1 cm per decennio), il riferimento perde ogni significato se non si precisa l'intervallo di tempo dal quale è stato dedotto il livello medio, l'istante centrale e il moto verticale del livello medio generale (cioè di tutti i mari). Anche il caposaldo terrestre è soggetto a lenti spostamenti verticali, per cui le altezze ad esso rife rite variano pure col tempo.

Ciò premesso si fa la proposta di considerare quali superfici di riferimento, per le determinazioni altimetriche, i livelli medi marini generali dedotti dai successivi ventenni di ciascun secolo e di attribuire i corrispondenti livelli medi generali agli anni centrali degli intervalli considerati. Si avrebbero in tal modo i seguenti fondamentali vantaggi: 1) *il livello di riferimento e le quote altimetriche risulterebbero esattamente determinate nello spazio e nel tempo*; 2) *il collegamento con tutti gli altri capisaldi e punti della superficie terrestre risulterebbe esattamente determinato*; 3) *i livelli medi risulterebbero abbinati con le determinazioni climatiche che sono eseguite su tutta la terra negli stessi intervalli di tempo.*

ABSTRACT

In altimetric determinations we take as a surface of reference the mean level of the local sea thought as constant, or the surface of the geoid passing through a fixed point on the crust of Earth. As the mean sea-level varies in the course of time (at present it increases at the rate of 1,1 cm each ten years), the reference becames meaningless if we do not state: the interval of time out of which we obtained the mean level, the central instant and the vertical movement (i. e. its velocity) of the general mean level (i. e. of all the seas). The terrestrial levelling-mark too is liable to slow vertical variation, and for this reason the altitudes connected with it also vary in the course of time.

Taking this for granted, we suggest to consider as reference–surfaces, for altimetric determinations, the general mean sea–levels obtained from the successive periods of twenty years for each century, and to attribute the

corresponding general mean levels to the central years of the intervals under study. In this way we could achieve the following fundamental advantages: 1) *Have the level of reference and the altimetric cotes exactly determined in space and time.* 2) *Have the connection with all the other levelling-marks and points of the terrestrial surface exactly determined.* 3) *Have the mean levels coupled with the climatic measurements which are made on all the Earth and in the same intervals of time.*

BIBLIOGRAFIA

(1) Assoc. Ocean. Phys., *Monthly and annual mean heights of sea-level.* « Union Geod. Geoph. Intern. Publ. Scient. » n. 5, Liverpool, 1940 e n. 10, Oslo, 1950.

(2) Polli, S., *Livelli medi, capisaldi di livellazione e ampiezza della marea nel porto di Trieste.* Comit. Talass. It., Mem. 253, Venezia, 1938.

(3) — *Il graduale aumento del livello del mare a Venezia, Trieste e Pola.* « Geofisica pura e applicata », Milano, Vol. IX, 1946, F. 1-2.

(4) — *Il graduale aumento del livello marino determinato per 30 porti del Mediterraneo.* « Boll. Soc. Adr. Sc. Nat. », Vol. XLII, Trieste, 1946.

(5) — *Gli attuali movimenti verticali delle coste italiane.* « Tecnica Italiana », Trieste, maggio-giugno 1947.

(6) — *Registrazione dei bradisismi costieri.* « Geof. pura e applicata », Vol. XII, 3/4, Milano, 1948.

(7) — *Misura dei lenti movimenti verticali della superficie terrestre.* « Annali di Geofisica », Vol. V, n. 3, 433-439, 1952.

(8) — *Gli attuali movimenti verticali delle coste continentali.* « Annali di Geofisica », Vol. V, n. 4, 597-602, Roma, 1952.

(9) — *Il graduale aumento del livello del mare lungo le coste italiane.* « Geofisica pura e applicata », Vol. XXV, 123-129, Milano, 1953.

(10) — *L'attuale deformazione della crosta terrestre.* « Annali di Geofisica ». Vol. VI, n. 4, 555-560, Roma, 1953.

(11) — *L'attuale aumento del livello del mare lungo le coste del Mediterraneo.* « Geofisica e Meteorologia », Vol. II, n. 1-2, 13-16, Genova, 1954.

(12) — *Variazioni delle costanti armoniche delle maree col livello del mare.* « Annali di Geofisica », Vol. VIII, n. 2, 201-207, Roma, 1955.

(13) — *I cicli climatici di 5,6 e 8,0 anni e la loro realtà fisica.* « Meteorologia Aeronautica », n. 2, Roma, 1955.

Coefficienti di portata delle stazioni radio

STELIO SILLENI

1. – Generalità.

La portata delle stazioni radio campali dipende da diversi fattori (*). La determinazione di questi fattori è ancora piuttosto incerta, e quindi la valutazione analitica della portata presenta incertezze tanto grandi da renderla scarsamente utile (6).

Molte volte però si dispone di dati dell'esperienza. In questo caso si tratta di valutare l'effetto della variazione di un solo fattore, o di alcuni di essi. Il risultato che si ottiene è allora abbastanza attendibile per le applicazioni pratiche come il progetto speditivo di reti di trasmissione campali.

Nel corso di operazioni militari che si svolgono in ambiente noto — e in particolare nell'ambito del territorio nazionale — ci si trova in queste condizioni. Rimangono allora costanti tutti i parametri, ad eccezione della natura e della forma del terreno.

Nei collegamenti radio effettuati servendosi di frequenze minori di una ventina di MHz (onde superiori ai 15 m di lunghezza) su distanze fino ad alcune decine di km si utilizza di solito la propagazione per *onda di superficie*. In questo modo di propagazione l'influenza della natura e della forma del terreno è preminente nel determinare la portata.

In altri casi si è in possesso di tabelle di portata calcolate da un Ufficio centrale per diverse condizioni (p. e. tab. I) (10) ed in base a terreno cattivo conduttore.

È conveniente disporre, anche in questo caso, di mezzi rapidi per prevedere la portata sul terreno sul quale si deve operare.

In questo studio presento carte e diagrammi utili nei casi menzionati, per prevedere l'effetto della variazione della natura del terreno sulla portata delle stazioni radio.

Per completezza, ricorderò che l'influenza della forma del terreno è stata trattata da tempo, e può essere valutata consultando il TM – 11 – 486 (11).

2. – Natura del terreno e suo effetto.

Per tener conto della natura del terreno è necessario:

— individuare la natura del terreno su cui si debbono progettare i collegamenti, ed eventualmente quella del terreno su cui si è fatta la precedente esperienza;

— calcolare i coefficienti di variazione della portata da un terreno all'altro.

La natura del terreno viene designata, dal punto di vista radioelettrico, mediante due parametri che sono la *conducibilità o conduttività elettrica* e la *permittività* o *costante dielettrica*. La conducibilità può essere espressa in *milli Siemens/metro*.

Un numero puro, uguale al rapporto tra la permittività del terreno e quella del vuoto esprime la *permittività relativa*. Alle frequenze che qui interessano può essere sufficiente la conoscenza della sola conducibilità (cfr. Appendice I).

(*) Un parametro importante ma spesso negletto è *l'affidamento* del collegamento, cioè la percentuale del tempo in cui il collegamento viene effettuato con qualità sufficiente per lo scopo da raggiungere. Si supponga p. e. un peggioramento della propagazione: Esso può essere interpretato come una diminuzione di portata a pari affidamento e qualità, oppure come una riduzione di affidamento ad uguale portata e qualità; o talvolta come una diminuzione di qualità con affidamento e portata costanti. Dal punto di vista operativo è la prima interpretazione che appare corretta. Il presente studio è condotto secondo questa interpretazione.

Tabella I. — Portata in km dell'onda di superficie in Italia, valutata per il mese di settembre 1956. Terreno cattivo conduttore. Affidamento 90 %.

Antenna	Frequenza MHZ	Radiotelefonia								Radiotelegrafia manuale							
		Giorno				Notte				Giorno				Notte			
		Potenza in Watt								Potenza in Watt							
		10	25	100	400	10	25	100	400	10	25	100	400	10	25	100	400
Stilo da m 4.50	1,5	43	51	69	9	4,8	6,4	10	12	10	118	150	193	14,5	18	24	34
	2	35	43	60	80	4,4	5,6	8	12	88	104	145	17	12	15	21	30
	3	29	35	48	66	4,8	6,4	10	13	70	85	111	145	14	18	24	34
	4	22	27	37	51	5,6	7,3	10	14	54	66	87	114	15	19	25	35
	5	17	21	27	38	5,6	7,3	10,5	14	43	51	68	90	14	18	26	35
	7	11	14	19	27	6,4	8	12	16	29	35	48	66	18	22	30	42
	10	8,8	11	15	21	6,4	8	11	16	22	28	38	51	17	21	29	40
	12	8	10	14	21	7	8,8	12	18	22	27	37	48	18	22	32	42
	15	10	12	16	22	8	10	14	19	24	30	40	53	21	26	35	48
	20	14	18	24	32	12	14	21	29	33	42	55	70	27	37	48	62
L rovesciata da m 7·5 + 7·5	1,5	56	68	92	120	8	10	13	18	127	151	193	236	19	24	33	45
	2	50	61	84	120	7,3	8,8	12	16	116	140	176	216	18	22	30	42
	3	43	53	72	96	8	10	14	21	106	122	154	176	22	27	37	50
	4	33	42	56	76	8,8	11	15	21	82	96	140	156	24	29	38	53
	5	24	30	42	56	8	10	14	21	58	72	93	119	22	27	37	50
	7	14	19	27	37	8,8	11	16	22	40	48	64	83	25	30	40	54
	10	11	14	19	27	8	10	14	21	29	35	46	61	22	27	37	50
	12	4,3	4,8	7,2	10	3,2	4	5,6	8	11	12	18	24	8,8	11	15	21
	15	7,3	8,8	12	18	6,4	8	11	14	18	22	32	43	18	21	29	38
	20	18	22	30	40	14	19	25	35	43	51	66	82	38	45	58	74

Per l'Italia una carta della conducibilità del terreno è stata calcolata in base a misure di campo elettromagnetico effettuate dalla Radio Italiana (4).

I coefficienti di portata, in funzione della conducibilità del terreno, sono dati nel diagramma della fig. 1. In ascisse sono riportate le conducibilità e in ordinate i coefficienti di portata. Si hanno diagrammi diversi a seconda della frequenza, da 1 a 20 MHz. Inoltre nella parte superiore della figura si è assunta come base una portata di 10 km su terreno « cattivo conduttore » (conducibilità di 1 m S/m).

P. e. su terreno di conducibilità pari a 10 m S/m, alla frequenza di 10 MHz la portata risulta di 20 km, cioè 2 volte maggiore di quella assunta per base.

Nella parte inferiore della figura la portata base è stata assunta di 30 km. Il significato dei coefficienti è lo stesso; le variazioni di portata sono un poco meno grandi.

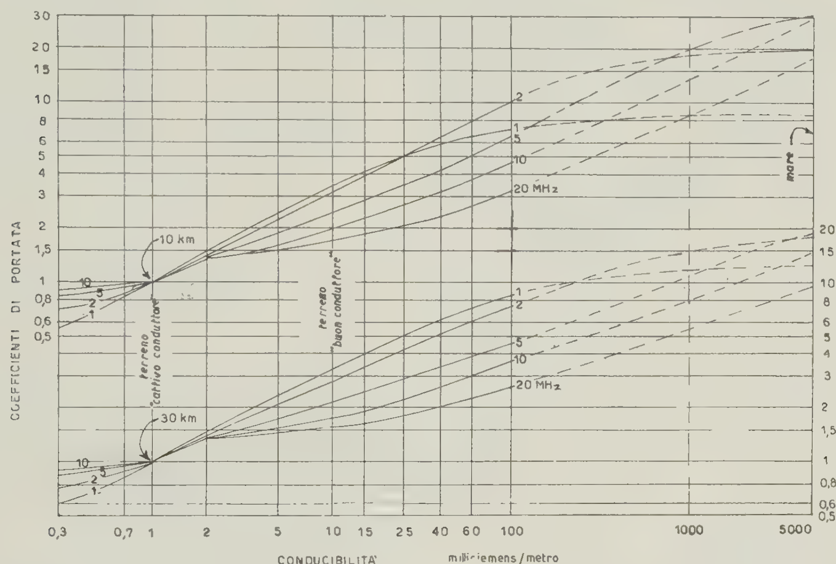


Fig. 1. – Coefficienti di portata su onda di superficie per diverse conducibilità del terreno. Le curve superiori si riferiscono ad una portata base di 10 km, quelle inferiori ad una portata base di 30 km, per terreno cattivo conduttore (1mS/m). Per le curve inferiori si leggano i coefficienti sulla scala di destra.

3. – Carte dei coefficienti di portata.

A prezzo di una minore precisione, è possibile tracciare una carta sulla quale si leggono direttamente, in corrispondenza alle zone che interessano, i coefficienti di portata. Le figure 2, 3 e 4 presentano, per frequenze rispettivamente di 2, di 5 e di 10 MHz, i coefficienti di portata che competono alle diverse zone del territorio nazionale.

Il metodo di rappresentazione è quello delle curve di livello.

Se il percorso del collegamento avviene lungo una curva di livello o nell'intervallo tra due di esse la lettura è immediata. Osserviamo p. e. che a 5 MHz (fig. 3) la portata nella zona tra Parma e Modena è doppia di quella che si ha vicino a Torino $\left(=\frac{4}{2}\right)$, ma è uguale a due terzi $\left(=\frac{4}{6}\right)$ di quella che si ha nella zona del delta del Po.

COEFFICIENTI di PORTATA delle STAZIONI RADIO in ITALIA per ONDA di SUPERFICIE

RIFERITI ALLA PORTATA DI 10 km SU TERRENO CATTIVO CONDUTTORE (1 mS/m)

a cura di S. SILLENI

2 MHz

Fig. 2. – Coefficienti di portata delle stazioni radio in Italia, per onda di superficie riferiti alla portata di 10 km su terreno cattivo conduttore. Frequenza di trasmissione 2 MHz.

Se il percorso del collegamento taglia più curve, un coefficiente medio è dato da:

$$C_m = \frac{d_1 + d_2 + \ldots + d_i}{\frac{d_1}{C_1} + \frac{d_2}{C_2} + \ldots + \frac{d_i}{C_i}}$$

in cui ai percorsi parziali $d_1 \ldots d_i$ competono i coefficienti $C_1 \ldots C_i$.

Questa relazione non è rigorosa; essa però, per piccole distanze, ha qualche giustificazione.

In generale, se ad una zona A si può attribuire un coefficiente C_A e ad una zona B il coefficiente C_B, si ha tra le portate P ed i coefficienti C la proporzione:

$$P_A : P_B = C_A : C_B$$

e quindi, nota la portata in A P_A, si può valutare la portata nella zona B

$$P_B = P_A \frac{C_B}{C_A} .$$

I coefficienti sono quelli calcolati per una portata base di 10 km su terreno da 1 m S/m (parte superiore della figura 1). Anche per portate 2 o 3 volte maggiori o minori gli errori non sono forti.

4. – Limiti di applicazione.

Nell'impiego di queste carte e del diagramma è indispensabile ricordare che esse sono valide *a parità di tutte le altre condizioni*, come:

- — antenne;
- — stagione;
- — affidamento e qualità di ricezione;
- — tipo di trasmissione;
- — frequenza;
- — disturbi;
- — personale;

e che esse sono valide per la propagazione di superficie, con esclusione dell'onda ionosferica.

Non si è tenuto conto dell'effetto della variazione della conducibilità del terreno d'impianto delle antenne; tale effetto, che appare secondario rispetto a quello della propagazione, dovrebbe agire nello stesso verso di questa, rendendo più ampia la variazione di portata quando il terreno di impianto è della stessa natura di quello che si trova fra le due stazioni.

Infine è necessario sottolineare che nelle carte i coefficienti sono stati calcolati come se la conducibilità del terreno non variasse tra 1 e 10 MHz, e con valori arbitrari della costante dielettrica. Misure della conducibilità e della costante dielettrica effettuate a frequenze fino a 20 MHz potrebbero dare risultati sensibilmente diversi (cfr. Appendice II).

5. – Impiego delle tavole.

Si possono presentare diversi casi, e precisamente:

I. Si dispone di dati di esperienza in una regione, e si desidera impiegare le stesse stazioni, con uguali antenne e a parità di altre condizioni, in un'altra regione.

II. Non si hanno dati di esperienza, ma si dispone della tabella di previsione per l'epoca dell'impiego.

Caso I. Per ciascuna condizione per la quale si hanno i dati dell'esperienza si risolva la proporzione:

$$P_A : P_B = C_A : C_B$$

in cui:

P_A è la portata ottenuta nella regione A

P_B è la portata che probabilmente si avrà nella regione B

C_A è il coefficiente, letto sulla carta, relativo alla regione A

C_B è il coefficiente relativo alla regione B.

Esempio: Una stazione di piccola potenza ha consentito un buon collegamento, in movimento, fino a 30 km nella zona tra Parma e Modena, sulla frequenza di 5 MHz. Si desidera prevederne la portata nella zona di Torino. Per la prima zona (fig. 3) si legge un coefficiente uguale a 4; per la seconda un coefficiente uguale a 2. Si ha quindi:

$$C_A = 4$$
$$C_B = 2$$
$$P_A = 30 \text{ km}$$

e perciò

$$P_B = P_A \frac{C_B}{C_A} = 30 \frac{2}{4} = 15 \text{ km}$$

La portata prevedibile nella zona di Torino risulta di 15 km (a parità di ogni altra condizione).



Fig. 3. – Coefficienti di portata delle stazioni radio in Italia, per onda di superficie, riferiti alla portata di 10 km su terreno cattivo conduttore. Frequenza di trasmissione 5 MHz.

Caso II. Per ciascuna condizione di ingresso della tabella di portata (tab. 1), si ottiene la portata sul terreno che interessa moltiplicando la portata tabulare per il coefficiente di portata letto sulla carta.

Esempio: Si desidera prevedere la portata in telegrafia di una stazione da 10 watt con antenna a stilo alta m 4,50 nella zona di Vercelli. Dalla tabella di previsione (settembre 1956) si ha, su terreno tipo (cattivo conduttore) con 5 MHz, di notte, la portata di km 14.

Per la zona di Vercelli il coefficiente di portata è uguale a 4 (dalla figura 3). La portata risulterà quindi:

$$4 \times 14 \text{ km} = 56 \text{ km}$$

Rifacendo il calcolo per 2 e 10 MHz (consultando anche le figure 2 e 4), si ottengono i valori seguenti:

frequenza MHz	portata tabulare km	coefficiente di portata	portata probabile km
2	12	6	72
5	14	4	56
10	17	3	51

Da questo esempio si vede che su terreno buon conduttore può essere conveniente impiegare frequenze più basse anche quando le tabelle di previsione sarebbero a favore di frequenze situate verso l'estremo alto della gamma dell'apparato.

* * *

In ciascuno dei casi trattati è possibile che non si disponga di una mappa con i coefficienti di portata, ma che si conosca la conducibilità del terreno. In tal caso è necessario leggere sul diagramma fig. 1 i coefficienti di portata, in corrispondenza alla conducibilità del terreno. Riprendendo l'esempio del caso II: si trova nella figura 5 che intorno a Vercelli la conducibilità è di 40 mS/m. In corrispondenza a questa conducibilità si leggono sulla figura 1 (parte superiore) i coefficienti di portata:

a 1 MHz $C = 5{,}8$
a 2 MHz $C = 6{,}4$
a 5 MHz $C = 4{,}2$
a 10 MHz $C = 3{,}2$
a 20 MHz $C = 2{,}3$

che in questo caso si conoscono con precisione maggiore, e per una gamma più ampia, di quanto trovato precedentemente.

Appendice I: metodo di calcolo.

Le curve della figura 1 sono state determinate per punti nel modo seguente:

Per alcuni tipi di terreno sono dati i valori dell'intensità di campo prodotta da una forza cimomotrice di 300 volt a diverse distanze e per diverse frequenze. Questi valori si trovano p.e. sul TM–11–499 ([12]) riferiti a « terreno cattivo » con conducibilità di 1 mS/m; « terreno buono » con conducibilità di 10 mS/m; « mare » dalla conducibilità di 5000 mS/m. Il « terreno cattivo » è assunto a base di calcolo anche in altri documenti come la tabella I, e consente una portata quasi minima. Ho adottato perciò quale riferimento l'intensità di campo ottenuta a 10 km (con f.c.m. di 300 volt) su terreno da 1 mS/m, e cercato sugli altri terreni a quale distanza si ottiene una uguale intensità di campo.

Il rapporto tra la nuova distanza e quella di 10 km è il coefficiente di portata cercato. Per altri valori è necessario interpolare o (tra 0,3 e 1 mS/m) estrapolare. Nel seguito preciso come è stata eseguita l'interpolazione o l'estrapolazione.

I simboli adottati sono:

- A attenuazione di Sommerfeld (fattore dell'intensità di campo)
- b angolo di fase del terreno (definito dalla relazione [3])
- d distanza a cui si ottiene l'intensità di campo minima necessaria (*metri*)
- E intensità di campo (V/m)
- E_p intensità di campo su terreno piano (V/m)
- F forza cimomotrice (V)
- f frequenza – *in MHz*
- F_s fattore dell'intensità di campo per la diffrazione (definito dalla relazione [2])
- p distanza numerica (definita dalla relazione [4])
- ε_r permittività relativa
- λ lunghezza d'onda *in metri*
- σ conducibilità – *in mS/m*

COEFFICIENTI di PORTATA delle STAZIONI RADIO
in ITALIA
per ONDA di SUPERFICIE

RIFERITI ALLA PORTATA DI 10 km SU TERRENO CATTIVO CONDUTTORE (1 mS/m)

a cura di S. SILLENI

10 MHz

Fig. 4. Coefficienti di portata delle stazioni radio in Italia, per onda di superficie, riferiti alla portata di 10 km su terreno cattivo conduttore. Frequenza di trasmissione 10 MHz.

L'intensità di campo è data, su terra piana, come è noto, da

$$E_p = \frac{F}{d} A \, . \qquad [1]$$

Secondo Burrows [3] l'intensità di campo su terra sferica si ottiene moltiplicando quella su terra piana per un « *fattore d'ombra* » (o *di diffrazione*) F_s. Si ha quindi su terra sferica

$$E = \frac{F}{d} A F_s \, . \qquad [2]$$

A sua volta A è funzione dell'angolo b e della « *distanza numerica* » p definiti da

$$\text{tang } b = \frac{(\varepsilon_r + 1) f}{18 \, \sigma} \qquad [3]$$

$$p = \frac{\pi f^2}{5{,}4} \frac{d}{\sigma} \cos b \, . \qquad [4]$$

Nella determinazione dei coefficienti di portata, ho ricalcolato in ciascun caso i fattori della propagazione su terra piana, interpolando invece il fattore di diffrazione, a vista in coordinate logaritmiche.

Poichè la frequenza è assunta quale parametro, si semplificheranno le relazioni ponendo

$$k = \frac{\pi f^2}{5{,}4} \qquad [5]$$

e quindi, dalle [4] e [5]

$$p = k \frac{d}{\sigma} \cos b \, . \qquad [6]$$

Indichiamo ora con l'indice 1 le condizioni di riferimento, e con l'indice 2 le condizioni per le quali si vuole determinare il coefficiente di portata. Sono dati

$$d_1 \quad \sigma_1 \quad \varepsilon_{r1}$$

e si calcolano direttamente

$$b_1 \; p_1 \; A_1 \; F_{s1}$$

Il campo deve essere uguale tanto sul terreno 1 quanto sul terreno 2

$$E_1 = E_2$$

cioè, sostituendo i valori dati nella [2]

$$\frac{F}{d_1} A_1 F_{s1} = \frac{F}{d_2} A_2 F_{s2}$$

e poichè F, a parità di potenza e di antenna, è la stessa, si ottiene

$$\frac{A_1 F_{s1}}{d_1} = \frac{A_2 F_{s2}}{d_2} \qquad [7]$$

Si osservi ora che tanto A quanto F_s sono funzione di d; e poichè ambedue sono esplicitate soltanto in forma grafica, risulta che in luogo di trovare direttamente d_2 dati ε_{r2} e σ_2 è più agevole risolvere il problema inverso: dare cioè d_2 e ricercare ε_{r2} e σ_2.

A tal fine fissiamo quindi d_2. Per interpolazione si troverà F_{s2} e dalla [7] si ricaverà A_2

$$A_2 = \frac{F_{s1}}{F_{s2}} \frac{d_2}{d_1} A_1 \, . \qquad [8]$$

In corrispondenza ad A_2, e per ogni valore di b, si leggerà un valore di p_2, da cui ricavare σ_2.

1ª soluzione

Una soluzione, di carattere generale, si ricava come segue.

Riprendiamo la [6], scritta per la condizione 2:

$$p_2 = k \frac{d_2}{\sigma_2} \cos b_2 \, . \qquad [9]$$

Dalla [9] si ricava

$$\frac{\sigma_2}{\cos b_2} = k \frac{d_2}{p_2} \, . \qquad [10]$$

È inoltre [3]

$$\text{tang } b_2 = \frac{(\varepsilon_{r2} + 1) f}{18 \, \sigma_2} \, . \qquad [11]$$

Si tien conto ancora dell'identità

$$1 + \text{tang}^2 b_2 = \frac{1}{\cos^2 b_2} \, . \qquad [12]$$

Quadrando la [10] e sostituendo i valori dati dalle [11] e [12] si ricava

$$\sigma_2 = \sqrt{\left[k \frac{d_2}{p_2}\right]^2 - \left[\frac{(\varepsilon_{r2} + 1) f}{18}\right]^2} \qquad [13]$$

che può essere risolta con successive approssimazioni di b.

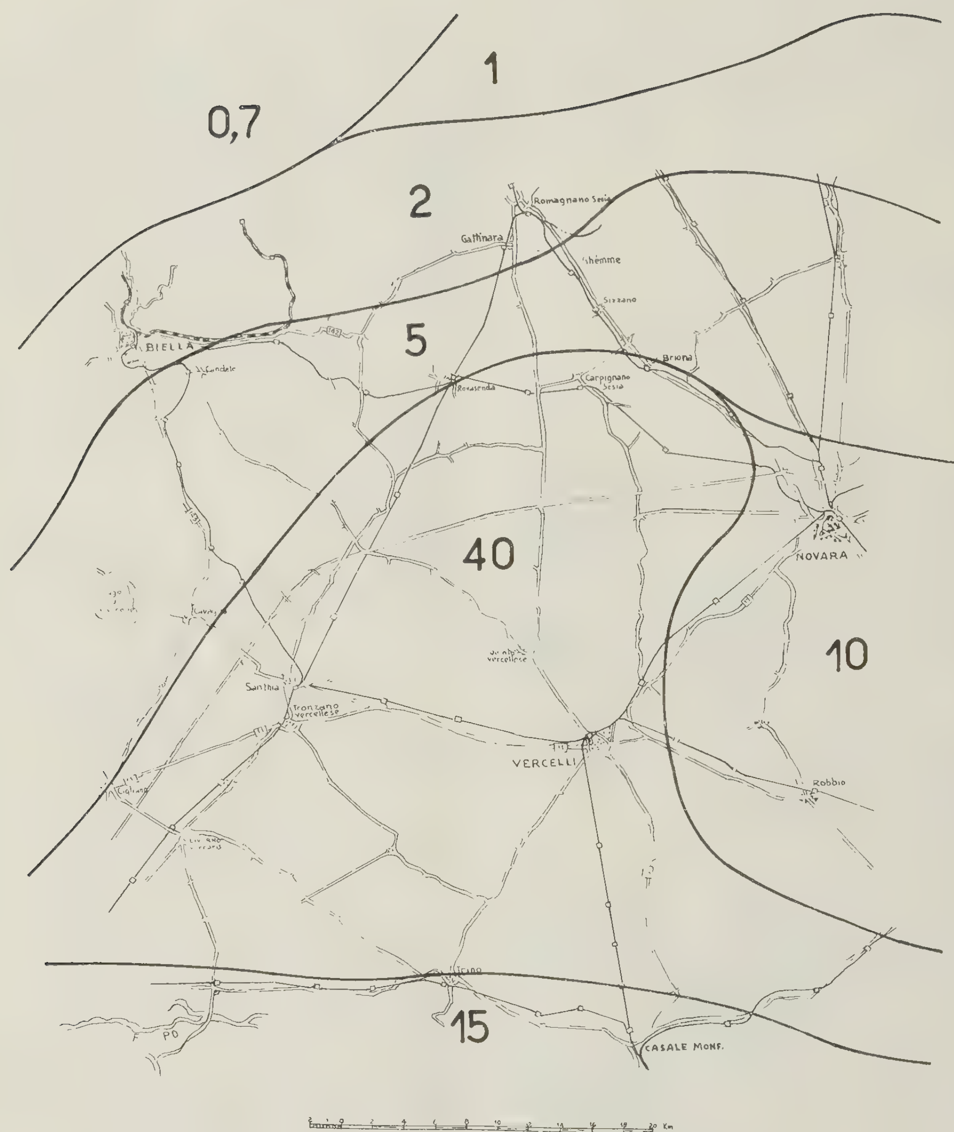


Fig. 5. - Rappresentazione a grande scala di una regione con l'indicazione della conducibilità del terreno espressa in mS/m. Con questa rappresentazione si eliminano numerosi errori di lettura inevitabili nella rappresentazione delle figg. 2, 3, 4.

2ª soluzione.

Quando p è grande (> 10) si ha

$$A \simeq \frac{1}{2\,p}\,. \qquad [14]$$

Se si può trascurare la curvatura terrestre, la [7] si riduce a

$$\frac{A_1}{d_1} = \frac{A_2}{d_2} \qquad [15]$$

da cui, con le sostituzioni indicate dalle [6] e [14] si ottiene

$$\frac{\sigma_1}{2\,k\,d_1^2\,\cos\,b_1} = \frac{\sigma_2}{2\,k\,d_2^2\,\cos\,b_2}$$

e da questa si ricava:

$$d_2 = d_1\,\sqrt{\frac{\sigma_2\,\cos\,b_1}{\sigma_1\,\cos\,b_2}}\,. \qquad [16]$$

Questa soluzione è particolarmente utile quando b è piccolo, perchè allora

$$\cos\,b_1 \simeq \cos\,b_2 \simeq 1$$

e quindi

$$d_2 = d_1\,\sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}}\,. \qquad [17]$$

3ª soluzione

Se b è grande si può approssimare

$$\cos\,b \simeq \frac{1}{\text{tang}\,b}$$

e quindi

$$\cos\,b = \frac{18\,\sigma}{(\varepsilon_r + 1)\,f}\,. \qquad [18]$$

Sostituendo questo valore di $\cos\,b$ nella [4] si ottiene

$$p = \frac{10\,\pi\,d\,f}{3\,(\varepsilon_r + 1)}\,. \qquad [19]$$

Se anche p è grande (> 10) vale la [14], ed infine se la curvatura è trascurabile, la [7] diventa

$$\frac{\varepsilon_{r1} + 1}{d_1^2} = \frac{\varepsilon_{r2} + 1}{d_2^2} \qquad [20]$$

da cui

$$d_2 = d_1\,\sqrt{\frac{\varepsilon_{r2} + 1}{\varepsilon_{r1} + 1}} \qquad [21]$$

soluzione valida per alte frequenze e basse conducibilità (terreno capacitivo).

In ciascun caso è stata applicata la soluzione più appropriata, ottenendo il diagramma riportato in fig. 1.

Appendice II: Valori assunti a base del calcolo.

Permittività.

Tanto nella figura 1 quanto nelle carte fig. 2-3-4 si introduce soltanto la *conducibilità* del terreno, mentre la *permittività* non appare presa in considerazione.

Alle frequenze più basse (1 ÷ 2 MHz) è di preminente importanza la conducibilità; la permittività è trascurabile [6] [7]. Le curve, analoghe a quelle della fig. 1, che si ottengono per queste frequenze assegnando diversi valori della permittività risultano tanto vicine fra loro da renderne praticamente impossibile la riproduzione. A frequenze più elevate (5 ÷ 20 MHz) la permittività non è più trascurabile, specialmente per piccoli valori (minori di 2 mS/m) della conducibilità.

Questi due parametri sono però in relazione abbastanza stretta fra loro; la ragione di ciò si trova nel fatto che ambedue crescono con il contenuto d'acqua nel terreno [7]. Nella tabella II sono riportati valori raccolti da diverse fonti [1] [4] [8] [12]. Gli stessi dati sono riportati graficamente nella fig. 6, che mette in evidenza la correlazione cui ho accennato.

Appare perciò lecito avere assunto per il calcolo le coppie rappresentate dalla linea continua nella stessa fig. 6. Tale linea è spezzata perchè un'unica retta o una curva si adattano male ai punti compresi fra 1 e 10 mS/m. L'effetto della scelta di una spezzata di riscontra nei punti angolosi delle curve di fig. 1. Il fatto che l'angolosità comincia ad essere notevole a 5 MHZ dimostra che, come detto dianzi, a questa frequenza si risente l'effetto della variazione di ε_r.

Tabella II. — Valori di ε_r e σ (millisiemens/metro)

	TM-11-499		Bremmer		Terman		Limiti dei valori misurati da Galligioni	
	ε_r	σ	ε_r	σ	ε_r	σ	ε	σ
mare	80	5000	80	4000	80	5000		
pascoli, colline basse, campagna . .	—	—	—	—	20	30	↑	100
terreno buon conduttore	15	10	—	—	—	—		
terreni pianeggianti, paludosi, con densa vegetazione	—	—	—	—	12	7,5		
pascoli, colline medie e boschi di territori montagnosi e di coste marine	—	—	—	—	13	6		
pascoli, colline medie e boschi con terreno fortemente argilloso . . .	—	—	—	—	13	4		
terreno medio	—	—	4	10	—	—	15	
terreni rocciosi	—	—	—	—	14	2		
terreni sabbiosi, asciutti, pianeggianti tipici di territori costieri . . .	—	—	—	—	10	2		
terreno cattivo conduttore	5	1	—	—	—	—		
città, aree industriali con media attenuazione.	—	—	—	—	5	1		
città, aree industriali con elevata attenuazione.	—	—	—	—	3	0,1	↓	0,3

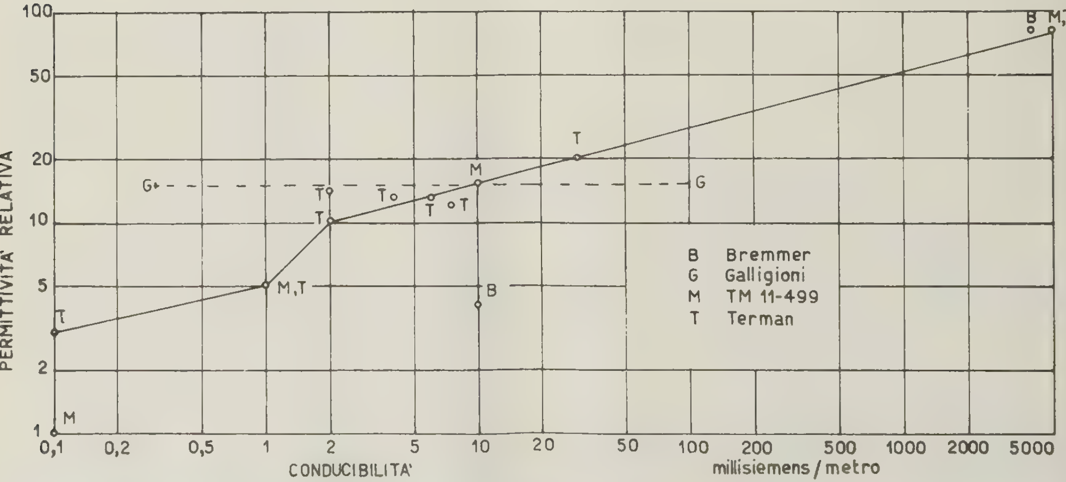


Fig. 6 - Permittività e conducibilità secondo diverse fonti. I terreni cui i valori si riferiscono sono menzionati nella tabella II. La linea continua rappresenta i valori adottati nel presente lavoro.

Conducibilità.

Le misure di conducibilità ([4]) assunte a base delle carte fig. 2-3-4 sono state fatte alle frequenze della radiodiffusione (tra 550 e 1600 kHz). Possiamo perciò ritenere che esse siano indipendenti dalla permittività.

Applicando però fino a 20 MHz i risultati di misure della conducibilità effettuate intorno ad 1 MHz si commette un certo errore. Dalle misure di Smith-Rose ([7]) si hanno i risultati che riporto in seguito, e che indicano le variazioni della conducibilità e della permittività tra 1,2 e 10 MHz (*).

frequenza MHz	conducibilità mS/m	permittività relativa
33,3	8,5	4,92
50	6,97	5,53
100	5,04	5,85

Si potrebbero eliminare tutti questi errori mediante l'effettuazione di misure dei parametri alle frequenze che interessano.

	conducibilità mS/m		permittività relativa		errore di portata
frequenza MHz	1,2	10	1,2	10	
Diversi campioni prelevati a 0,9 metri di profondità	0,12	0,56	9,5	7,5	+ 11 %
	0,31	1,2	12	8,5	+ 15 %
	1,3	2,1	11	8,0	+ 13 %
	17	32	70	33	+ 7 %
	61	89	130	85	— 3 %

La conducibilità cresce piuttosto rapidamente con la frequenza. D'altra parte la variazione di permittività avviene in verso opposto; quest'ultima prevale (a 10 MHz) per conducibilità non elevatissime e quindi, applicando a 10 MHz i valori misurati a 1,2 MHz, risulta che si commette un errore di portata generalmente in eccesso. L'errore non è superiore al 15%.

Per frequenze più elevate abbiamo le misure di Sacco e Barzilai ([5]), che al crescere della frequenza indicano un andamento della conducibilità discendente, mentre la permittività continua a crescere. L'errore a 20 MHz potrebbe quindi essere poco maggiore di quello che si ha sui 10 MHz.

(*) Le coppie di valori date da Smith-Rose non sono state considerate nella tabella II e nella figura 6, trattandosi di risultati di misure in laboratorio che si scostano notevolmente (la permittività appare considerevolmente in eccesso) dai valori ottenuti sul terreno da diversi altri Autori. Questa è però la sola fonte accessibile che fornisce dati atti a valutare l'effetto della variazione di frequenza in questo campo.

Variazioni stagionali.

Il Barfield ([2]) ha misurato per 13 mesi la conducibilità di un terreno, ottenendo valori compresi tra gli estremi di 1,7 e 4,0 mS/m. Dal diagramma di fig. 1 si ricava che ciò corrisponde a variazioni di portata comprese fra 1:1,56 (per 1 MHz) e 1:1,18 (per 20 MHz), Queste variazioni comprendono condizioni estreme, come gelo, neve, caldo secco, alluvione. È opportuno ricordare che le variazioni citate sono quelle dovute alla sola natura del terreno. Altre variazioni stagionali di portata sono dovute alla diversa intensità dei disturbi atmosferici, per cui le previsioni del tipo di quelle della tabella I ([10]) cambiano da un mese all'altro. Le misure ([4]) assunte a base delle carte di fig. 2-3-4 sono state fatte d'estate; quindi in generale la portata risulta calcolata in difetto, ad eccezione dell'eventualità di gelo. Sotto 0 °C la conducibilità diminuisce con un brusco gradino ([7]); d'altra parte con il clima mediterraneo il gelo interessa il terreno a profondità molto minori di quelle di penetrazione delle onde hertziane quì considerate.

Complessivamente l'errore potrà essere al massimo di 36% — generalmente in difetto — intorno a 1 MHz, dovuto alle sole cause stagionali; e dell'ordine del 23% intorno a 20 MHz, dovuto alla variazione di conducibilità con la frequenza insieme alle cause stagionali. È quindi dello stesso ordine dell'errore di arrotondamento dovuto alla scelta dei valori indicati nelle carte.

Fattore di diffrazione.

Il fattore di diffrazione F_s dipende, in modo complicato dalla distanza e dai parametri del terreno. Poichè era possibile averlo come dato per i tre casi considerati nel TM-11-499 (cfr. Appendice I) ho ritenuto sufficiente interpolare piuttosto che rifare i calcoli, che avrebbero richiesto successive approssimazioni, non potendo separare le variabili.

Per bassi valori della conducibilità, per i quali è stata fatta l'estrapolazione, la diffrazione non interviene date le piccole portate.

Guadagno di altezza.

Non ho considerato guadagno di altezza, raramente applicabile a stazioni campali che operano su queste frequenze.

RIASSUNTO

La portata delle stazioni radio campali dipende da diversi fattori. La determinazione di questi fattori è tuttora incerta; ma quando si hanno dati di esperienze precedenti è possibile ottenere migliori previsioni, considerando il contributo di una o due variabili mentre gli altri parametri rimangono costanti. Nel caso della propagazione per onda di superficie sono importanti la natura e la forma del terreno.

In questa nota vengono dati coefficienti di portata, in funzione della conducibilità del terreno, e partendo da portate base di 10 e di 30 km su « terreno cattivo conduttore » ($\sigma = 10^{-3}$ siemens/metro) per frequenze da 1 a 20 MHz. Sono discusse ipotesi sulla costante dielettrica del terreno.

Da questi coefficienti, e dalla conducibilità del terreno già misurata, sono ricavate carte che forniscono i coefficienti di portata in Italia, per frequenze di 2, di 5, e di 10 MHz. Vengono discusse le approssimazioni nell'uso di queste carte, mostrando che gli errori non superano il 36% della portata.

ABSTRACT

The range of field radio stations depends from several factors. Determination of these factors is yet uncertain; but when in possession of data from previous experience it is possible to obtain better predictions, considering the contribution of one or two variables, whilst other parameters stay constant. In case of propagation by ground wave, the type and the form of ground are important.

In this paper coefficients of range are given, as a function of ground conductivity, and starting from basic ranges of 10 km and of 30 km on "poor ground" ($\sigma = 10^{-3}$ mho/meter), for frequencies from 1 to 20Mc/s. Assumptions in regard of dielectric constant of the ground are discussed.

From these coefficients, and from measured ground conductivity, maps showing range coefficients in Italy are given, for frequencies of 2, of 5 and of 10 Mc/s. Approximations in the use of these maps are discussed, showing errors to be not more than 36% in range.

BIBLIOGRAFIA

(1) BREMMER, A., *Terrestrial Radio Waves – Theory of Propagation.* Amsterdam, 1949.

(2) BARFIELD, R. H., *Some Measurements of the Electrical Constants of the Ground at Short Wavelenghtss by the Wave-Tilt Method,* « Jour. I.E.E. », V. LXXV, p. 214-220, 1934.

(3) BURROWS, C. R., and GRAY, M. C., *The Effect of the Earth's Curvature on Ground-Wave Propagation.* «Proc. I.R.E.», V. XXXIX, p. 16-24, Genn. 1941.

(4) GALLIGIONI, G., *Rilievo della conduttività del terreno in Italia.* « A.F. », V. XX, p. 119-127, Giu.-Ago. 1951; la carta delle conduttività è riportata anche in « L'Elettrotecnica », V. XXXIX, p. 33, Genn. 1952.

(5) Sacco, L. e Barzilai, G., *Sulla misura delle costanti elettriche del suolo alle altissime frequenze.* « Rassegna P.T. », V. XII, p. 597-605, 1940.

(6) Silleni, S., *Su alcuni fattori geofisici nelle radiocomunicazioni.* « Annali di Geofisica », V. VIII, p. 135-148, Genn. 1955.

(7) Smith-Rose, R. L., *Electrical Measurements on Soil with Alternating Currents.* « Jour. I.E.E. », V. LXXV, p. 221-237, 1934.

(8) Terman, F. E., *Radio Engineers' Handbook,* McGraw Hill, New York, 1943.

(9) U. S. Federal Communication Commission, *Standards of Good Engineering Practice concerning Standard Broadcast Stations,* Washington, 1947.

(10) U. S. Signal Corps Radio Propagation Agency, *Short Distance Radio Propagation Charts for Use in the Mediterranean Area.* Pubbl. mensile.

(11) U. S. War Department, *TM–11–486 = Electrical Communication Systems Engineering,* Washington 1945, Traduzione italiana pubbl. 5027 del Ministero Difesa-Esercito, Roma, 1953.

(12) U.S. War Department, *TM–11–499 = Radio Propagation.* Washington, 1950.

Una nota sul Vento Isallobarico

F. DI BENEDETTO

Secondo Brunt e Douglas (1), il vento isallobarico $\vec{v}_I$ può essere espresso dalla seguente formula:

$$\vec{v}_I = -\frac{1}{\lambda^2 \varrho} \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} \qquad [1]$$

nella quale $\lambda = 2\,\omega \sin\varphi$ è il parametro di Coriolis, ω è la velocità angolare della Terra e φ è la latitudine; $\vec{\nabla}_H$ è il nabla orizzontale di Hamilton e $\frac{\partial p}{\partial t}$ è la variazione locale della pressione.

Questa formula fu ottenuta con alcune ipotesi semplificatrici che non ripeteremo. Dalle osservazioni statistiche delle componenti del vento isallobarico in svariate situazioni anticicloniche (2) effettuate da Möller e Sieber (3), si notò che il vento isallobarico era diretto tangenzialmente alle isallobare, anzichè lungo il gradiente isallobarico, secondo l'equazione [1].

Ertel (4) diede una spiegazione teorica dei risultati di Möller e Sieber basata sull'ipotesi che il vento obbedisse al campo della pressione soltanto dopo un certo tempo, per ragioni di inerzia.

Questa questione è ancora aperta a critiche per il fatto che le ricerche statistiche introducono errori notevoli, in quanto le componenti del vento isallobarico dànno un valore medio piccolissimo. D'altra parte, l'equazione fondamentale del vento geostrofico e l'equazione della « perturbazione » (isallobare) non sono *entrambe* in equilibrio.

Sotto questa ipotesi daremo una soluzione per il vento isallobarico e faremo vedere che questa soluzione è intermedia fra quella di Brunt e Douglas e quella di Ertel.

Infatti, l'equazione fondamentale del moto *ageostrofico* è:

$$\vec{D}'_H + \vec{G}'_H = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad [2]$$

dove $\vec{D}'_H$ è la forza deviante e $\vec{G}'_H$ il gradiente barico orizzontale relativo al moto *perturbato* e $\vec{v}$ la velocità risultante.

Ora, è noto che:

$$D'_H = -\lambda\,(\vec{k} \wedge \vec{v}) \qquad [3]$$

dove $\vec{k}$ è il versore verticale e

$$\vec{G}'_H = -\frac{1}{\varrho} \vec{\nabla}_H\, p_R \qquad [4]$$

dove ϱ è la densità e p_R è la pressione risultante.

Possiamo considerare $\vec{v}$ composto dal vento geostrofico $\vec{v}_g$ (noto) e dal vento isallobarico $\vec{v}_I$ (incognito), di modo che

$$\vec{v} = \vec{v}_g + \vec{v}_I \qquad [5]$$

D'altra parte, la pressione risultante p_R è composta dalla pressione p relativa al flusso geostrofico e dalla *pressione* $\partial p / \partial t$ dovuta alla sovrapposizione delle isallobare. In altre parole:

$$p_R = p + \frac{\partial p}{\partial t}\,. \qquad [6]$$

Sostituendo la [5] e la [6] nella [3] e nella [4] e queste ultime nella [2], otteniamo:

$$- \lambda (\vec{k} \wedge \vec{v}_g) - \frac{1}{\varrho} \vec{\nabla}_H p - \lambda (\vec{k} \wedge \vec{v}_I) - \\ - \frac{1}{\varrho} \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{d \vec{v}_g}{dt} + \frac{d \vec{v}_I}{dt} . \qquad [7]$$

Questa equazione diventa:

$$- \lambda (\vec{k} \wedge \vec{v}_I) - \frac{1}{\varrho} \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} . \qquad [8]$$

Infatti, i primi due termini nella [7] soddisfano alla seguente equazione relativa al vento geostrofico:

$$\vec{v}_g = \frac{1}{\lambda \varrho} (\vec{k} \wedge \vec{\nabla}_H p) \qquad [9]$$

e, quindi, scompaiono; d'altra parte, supponiamo con Brunt e Douglas che $d \vec{v}_I / dt = 0$ e $\vec{\nabla}_H \vec{v}_g \times \vec{v}_g = 0$. In altri termini, trascuriamo l'accelerazione dovuta al vento isallobarico (secondo termine al secondo membro della [7] ed il termine avvettivo nello sviluppo della variazione individuale del vento geostrofico (primo termine al secondo membro della [7]).

Derivando l'equazione [9] parzialmente rispetto al tempo, otteniamo:

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} = \frac{1}{\lambda \varrho} \left(\vec{k} \wedge \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} \right) . \qquad [10]$$

Sostituendo la [10] nella [8]:

$$\lambda (\vec{k} \wedge \vec{v}_I) + \frac{1}{\varrho} \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} = - \\ - \frac{1}{\lambda \varrho} \left(\vec{k} \wedge \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} \right) . \qquad [11]$$

Isoliamo $\vec{v}_I$, moltiplicando vettorialmente la [11] per il versore $\vec{k}$. Ora, poichè risulta:

$$\vec{k} \wedge (\vec{k} \wedge \vec{v}_I) = - \vec{v}_I$$

e $$\vec{k} \wedge \left(\vec{k} \wedge \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} \right) = - \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t}$$

otteniamo:

$$\vec{v}_I = \frac{1}{\lambda \varrho} \left(\vec{k} \wedge \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} \right) - \frac{1}{\lambda^2 \varrho} \vec{\nabla}_H \frac{\partial p}{\partial t} . \qquad [12]$$

Questa equazione mostra che il vento isallobarico (vettore) è composto da due vettori diretti rispettivamente lungo la tangente alle isallobare e lungo il gradiente isallobarico (vedi fig. 1).

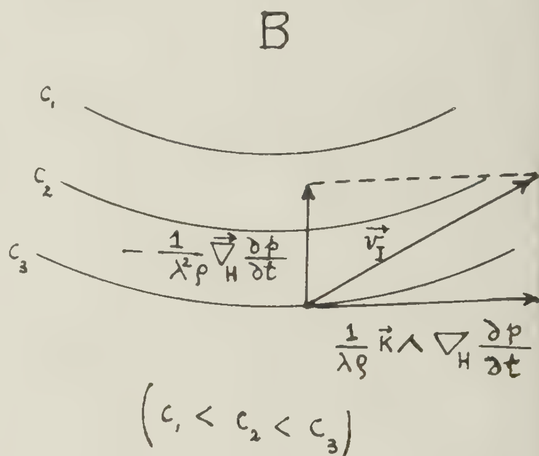


Fig. 1.

Indicando con α l'angolo fra il gradiente isallobarico ed il vento isallobarico (*angolo di deviazione*) risulta:

$$t_g \, \alpha = \lambda = 2 \omega \sin \varphi \qquad [13]$$

Questo risultato è concorde con quello relativo ai moti geostrofici con attrito esterno, per i quali, come è noto, l'angolo di deviazione del vento reale è proporzionale al parametro λ.

RIASSUNTO

L'equazione del moto orizzontale, dovuto al vento geostrofico e ad un campo di isallobare, in forma vettoriale, conduce ad una espressione del vento isallobarico che può considerarsi come una soluzione intermedia fra quella fornita da Brunt e Douglas e quella di Ertel. L'angolo di deviazione del vento isallobarico dalla direzione del gradiente isallobarico risulta eguale al parametro di Coriolis. Questo risultato concorda, come ordine di grandezza, con quello relativo ai moti con attrito esterno.

ABSTRACT

By considering the horizontal equation of motion due to a superposition of isallobars on a geostrophic wind field, in vectorial form, an expression is obtained for the isallobaric wind which shows that Brunt and Douglas' formula and Ertel's formula for the isallobaric wind are limiting solutions. The deviation of the isallobaric wind from the direction of the isallobaric gradient is equal to the Coriolis parameter. This result is in agreement with the one relative to horizontal motion under external friction.

BIBLIOGRAFIA

(1) BRUNT, D., e DOUGLAS, C. K. M. Mem., *Roy. Met. Soc.*, v. 3, n. 22, 1928.

(2) BERSON, F. A., *Met. Zeit.*, v. 56, n. 329, 1939.

(3) MÖLLER, F., e SIEBER, P., *Ann. Hydr.*, v. 65, n. 312, 1937.

(4) ERTEL, H., *Methoden und Probleme der dynamischen Meteorologie*, « Erg. Mathematisk und Grenzgebiete », v. 5, n. 3, Verlag J. Springer, Berlin, 1938.

Variazioni stagionali e non stagionali della densità elettronica ionosferica

F. MARIANI

INTRODUZIONE.

Nello studio dell'andamento temporale della densità elettronica nella ionosfera un posto assai importante è occupato dal problema della variazione di periodo 12 mesi ben evidente nei dati sperimentali. La prima e più semplice risposta che si è data al problema è stata di attribuire tale variazione all'alternarsi della vicenda stagionale: come immediata conseguenza di ciò risulterebbe uno sfasamento di 6 mesi nell'andamento delle densità elettroniche osservate nell'emisfero Nord e nell'emisfero Sud; in effetti se ciò è sostanzialmente verificato nel caso degli strati E ed F_1 non altrettanto può dirsi per lo strato F_2. Vari autori (1) (2) per interpretare il comportamento di f_oF_2 hanno dovuto supporre l'esistenza di una variazione « annuale » pure di periodo 12 mesi ma in identica fase nei due emisferi e di ampiezza sensibilmente indipendente dal ciclo delle macchie solari. In pratica i risultati di Berkner e Wells e di Eckersley sono essenzialmente basati sull'analisi dei dati ionosferici osservati (a mezzogiorno) a Washington e a Watheroo per un periodo di circa 3 anni (1935-1937).

In effetti le ulteriori conoscenze da allora acquisite sulla struttura dello strato F_2 e la scarsità dei dati da essi analizzati, relativi a due soli Osservatori, diversi per latitudine geografica (oltre che per longitudine) e per latitudine magnetica, inducono a rivedere l'intera questione: oggi le osservazioni ionosferiche sono effettuate in gran numero di Osservatori e si estendono a periodi di tempo assai più lunghi, e pertanto appare utile riconsiderare in modo approfondito e sistematico e, per quanto possibile, conclusivo il problema delle variazioni stagionali e non stagionali della densità elettronica negli strati ionosferici, con particolare riguardo allo strato F_2.

Paragrafo 1. Dati sperimentali e loro metodo di analisi.

Per quanto riguarda i dati ionosferici ci siamo serviti dei valori mediani mensili raccolti dal National Bureau of Standards di Washington negli «Ionospheric data», limitandoci a quelli relativi alle ore 00 e 12 (locali) per ciascun Osservatorio. Gli Osservatori che abbiamo scelto sono elencati nella tabella 1 nella quale sono pure riportati i valori (arrotondati) delle coordinate geomagnetiche, dell'inclinazione magnetica misurata al suolo e delle coordinate geografiche; la scelta degli Osservatori è stata fatta in base al criterio della continuità (oltrechè della bontà) dei dati onde garantire al massimo l'attendibilità dei risultati; in due soli casi (Canberra e Washington) si ha, in tutto il periodo di tempo considerato, un numero abbastanza rilevante di valori mancanti, che peraltro nel caso di Washington, trattandosi dello strato F_1, è stato possibile interpolare senza troppo margine di errore.

L'uso di valori mediani ci è parso preferibile a quello di valori medi, oltrechè per ovvie ragioni pratiche, per il fatto che ciò che prima d'ogni altra cosa interessa è l'andamento « normale » non perturbato della ionosfera, che meglio appare appunto dai valori mediani. In quanto al metodo di analisi ci è parso inapplicabile allo strato F_2 il metodo usato da Berkner e Wells, essen-

Tabella 1

Osservatorio	Coordinate geomagnetiche Lat.	Coordinate geomagnetiche Long.	Inclinazione magnetica	Coordinate geografiche Lat.	Coordinate geografiche Long.	Epoca iniziale	Valori interpolati f_oF_2 ora 12	Valori interpolati f_oF_2 ora 00	f_oF_1	f_oE
Resolute Bay	83 N	289 E	85 N	74.7 N	94.9 O	1–1953	—	—		
Reykjavik	70 »	71 »	76 »	64.1 »	22 »	1–1953	—	—		
Point Barrow	68 »	241 »	80.5 »	71.1 »	156.4 »	1–1953	—	3		
Anchorage	61 »	258 »	73 »	61.2 »	149.8 »	1–1953	—	—		
Lindau	53 »	94 »	66.5 »	51.6 »	10.1 E	12–1947	3	3		3
Friburgo	50 »	90 »	64 »	48.1 »	7.8 »	1–1947	1	1		
Washington	50 »	350 »	71.5 »	39 »	77.5 O	12–1947	—	—	11	—
San Francisco	44 »	298 »	62.5 »	37.4 »	122.2 »	11–1947	—	—		
White Sands	42 »	317 »	62 »	32.6 »	106.5 »	11–1947	—	—		—
Baton Rouge	41 »	334 »	63 »	30.5 »	91.2 »	11–1947	—	—		
Wakkanai	35 »	206 »	60 »	45.4 »	141.7 E	2–1948	1	1		
Tokyo	26 »	206 »	49.5 »	35.7 »	139.9 »	10–1947	—	—		2
Yamagawa	21 »	197 »	45 »	31.2 »	130.6 »	10–1947	—	—		
Maui	21 »	267 »	38 »	20.8 »	156.5 O	11–1947	—	—		2
Delhi	19 »	139 »	43.5 »	28.6 »	77.1 E	7–1947	—	—		
Bombay	10 »	144 »	26 »	19 »	73 »	7–1947	1			
Madras	4 »	150 »	11 »	13.1 »	80 »	7–1947	—	—		
Guam	3 »	212 »	14 »	13.5 »	144.9 »	1–1953	—	—		
Huancayo	0.6 S	353 E	4 N	12 S	75.3 O	7–1947	—	—		
Leopoldwille	3 »	83 »	33.5 S	4.4 »	15.2 E	1–1953	—	—		
Singapore	10 »	173 »	16 »	1.3 N	103.8 »	1–1953	—	—		
Rarotonga	21 »	274 »	38.5 »	21.3 S	159.8 O	8–1947	2	2		1
Johannesburg	27 »	91 »	62.5 »	26.2 »	28 E	10–1947	1	1		2
Brisbane	36 »	227 »	57 »	27.5 »	153 »	9–1947	—	—	1	2
Watheroo	41 »	185 »	64 »	30.3 »	115.9 »	10–1947	2	2		2
Canberra	44 »	225 »	65 »	35.3 »	149 »	9–1947	7	7		5
Christchurch	48 »	248 »	68.5 »	43.6 »	172.7 »	10–1947	1	1		—
Hobart	52 »	224 »	72 »	42.8 »	147.4 »	9–1947	1	1		5
Decepcion	52 »	7 »	56.5 »	63 »	60.5 O	1–1953	3	1		
Port Lockroy	53 »	4 »	58 »	64.9 »	63.5 »	1–1953	—	—		

Tabella 2

Schema	Coefficienti							Residui percentuali di onde con periodo													
	$2a_0$	$a_{\pm1}$	$a_{\pm2}$	$a_{\pm3}$	$a_{\pm4}$	$a_{\pm6}$	$a_{\pm8}$	2	3	4	5	6	8	10	12	16	20	24	32	64	∞
A	$^1/_6$	$^1/_6$	$^1/_8$	$^1/_{12}$	$^1/_{24}$			0	0	0	– 4	0	20	40	54	71	80	86	91	96	100
B	$^1/_4$				$-^1/_4$		$^1/_8$	0	37	0	–11	37	100	73	37	0	–11	–12	–10	– 4	0
C	$^1/_6$		$^1/_6$		$^1/_8$	$^1/_{12}$	$^1/_{24}$	100	0	0	– 4	0	0	– 4	0	20	40	54	71	91	100

zialmente basato sull'uso di sviluppi in serie doppia di Fourier, rispetto alle variabili tempo e latitudine geografica, delle densità elettroniche massime in quanto, essendo lo strato fortemente soggetto al controllo del campo magnetico terrestre occorrerebbe anche prendere in considerazione per lo meno la latitudine magnetica; ma in tal caso non sarebbero più consentite le semplificazioni determinate dalla considerazione di coppie di Osservatori ubicati simmetricamente rispetto all'equatore geografico, come appunto è stato possibile ai predetti autori.

In effetti, tenuto conto che la parte preponderante delle variazioni sia stagionali sia non stagionali di densità elettronica mostra periodo 12 mesi, abbiamo usato il metodo di analisi periodale di Vercelli [3], allo scopo di isolare la componente periodica di periodo 12 mesi nell'andamento temporale dei dati sperimentali: dalle successioni delle frequenze critiche desunte dagli « Ionospheric data », abbiamo dedotto quelle di $(f_0 F_2)^2$, $(f_0 F_1)^4$ e $(f_c E)^4$; tali quantità, che d'ora in poi indicheremo con N, allorchè ci si riferisca alle ore 12 e si assumano come ipotesi la stazionarietà dell'equilibrio ioni-elettroni e quali processi di scomparsa degli elettroni l'attaccamento per lo strato F_2 e la ricombinazione per gli strati F_1 ed E, risultano approssimativamente proporzionali alle intensità di ionizzazione.

Il metodo di analisi adottato, più lungo ad applicarsi di quello adottato da Berkner, ci consente di isolare in grandezza e fase l'onda di periodo 12 mesi, che d'ora in poi indicheremo con N_{12}. Senza entrare nei dettagli del metodo, per i quali rinviamo senz'altro ai lavori di Vercelli, qui diremo solo che, sostituendo a ciascun valore delle successioni dei valori mediani mensili di N una combinazione lineare simmetrica con opportuni coefficienti dei valori a destra e a sinistra di quello prescelto, abbiamo formato dapprima (mediante la combinazione A di tabella 2) le corrispondenti successioni perequate e quindi, da queste, le successioni costituenti la componente N_{12} (mediante la combinazione B) e l'andamento medio o secolare (mediante la combinazione C). Conviene rilevare che la selezione operata sui dati lascia nella componente N_{12}, con ampiezza confrontabile a quella dell'onda sinusoidale di periodo 12 mesi, le onde sinusoidali di periodo 8 e 10 mesi, le quali però sono presumibilmente nulle o trascurabili per ragioni di carattere fisico, tranne eventualmente qualche caso eccezionale. In effetti la N_{12} è risultata sostanzialmente composta dalla sola onda sinuosidale di periodo 12 mesi: sola eccezione l'andamento di N_{12} alle ore 12 a Delhi che mostra una periodicità di circa 8 mesi. Nel seguito sarà pertanto giustificato assumere la N_{12} come contenente la sola periodicità di 12 mesi.

Paragrafo 2. Andamento della componente N_{12} nello strato F_2.

I risultati della analisi dei dati sperimentali sono graficati nelle figg. 1 e 2, che danno gli andamenti di N_{12} rispettivamente alle ore 12 e alle 00.

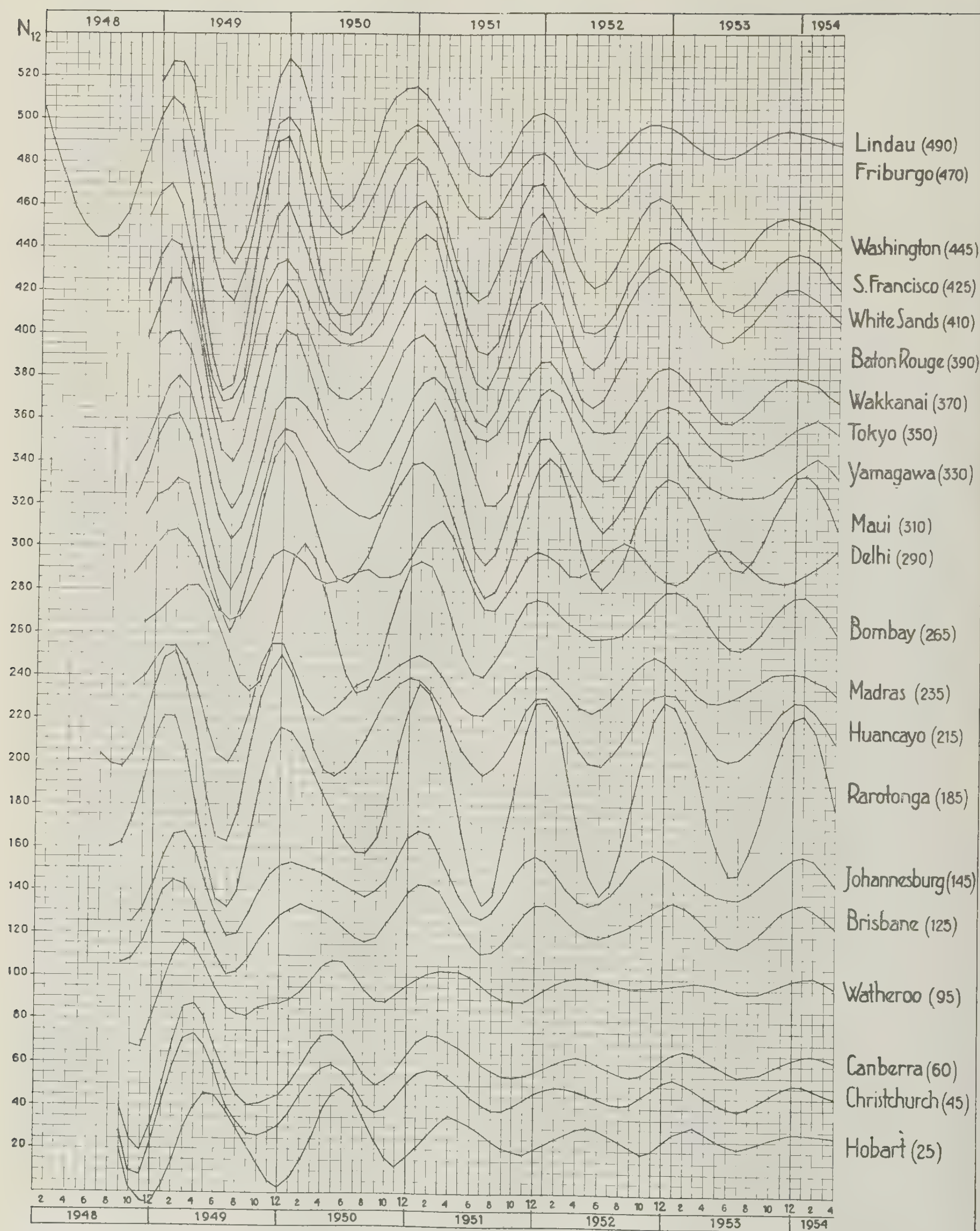


Fig. 1. - Andamento di N_{12} nello strato F_2, a mezzogiorno. In questa e nelle successive fig. 2, 3, 4, 5, 8 i mesi da Gennaio a Dicembre sono numerati da 1 a 12; in questa e nelle successive fig. 2 e 3 i numeri tra parentesi accanto ai nomi degli Osservatori indicano l'ordinata cui corrisponde lo zero di ciascun grafico.

I vari grafici sono ordinati secondo la latitudine geomagnetica di ciascun Osservatorio. Dall'esame degli andamenti di N_{12} alle ore 12 (fig. 1) si deducono immediatamente, ove si eccettui l'Osservatorio di Delhi di cui si è già detto al paragr. 1, le seguenti notevoli caratteristiche:

1. – L'ampiezza di N_{12} è, a parità di latitudine, nettamente maggiore nell'emisfero Nord che nell'emisfero Sud (fatta eccezione per il caso di Maui).

2. – Nell'emisfero Nord, le epoche di massimo e di minimo tendono leggermente ad anticipare passando dal periodo di alta attività a quello di bassa attività solare e passando da latitudini più basse a latitudini più alte.

3. – Nell'emisfero Sud, fino alla latitudine di Brisbane, gli andamenti di N_{12} sono sostanzialmente in fase con quelli dell'emisfero Nord; a latitudini Sud maggiori si manifesta, nel periodo in cui è notevole l'attività solare cioè fin verso il 1952, una graduale tendenza dell'epoca di massimo e di minimo a posticipare al crescere della latitudine: alla latitudine di Hobart non si raggiunge ancora la completa opposizione di fase rispetto all'emisfero Nord; peraltro, nel successivo periodo di minima attività solare, la fase di N_{12} appare sensibilmente uguale nei due emisferi.

4. – In generale la N_{12} va decrescendo al diminuire della attività solare; tra le latitudini *geografiche* di S. Francisco e di

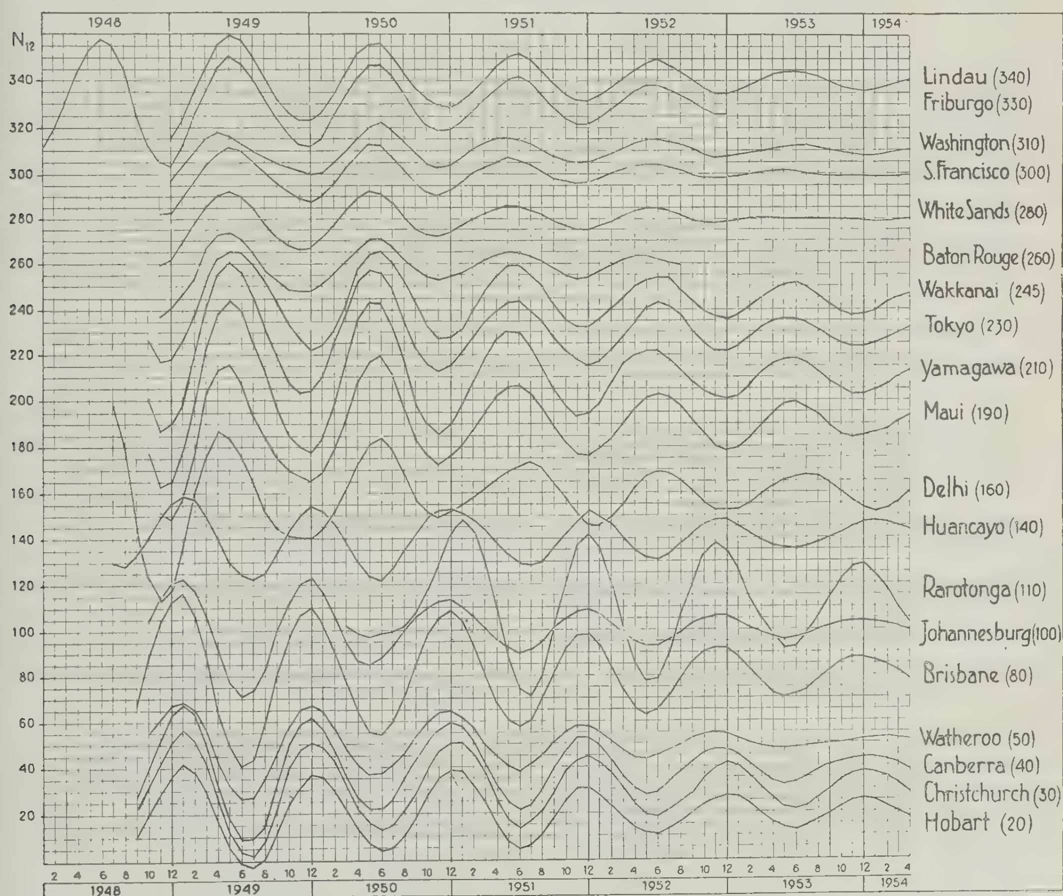


Fig. 2. – Andamento di N_{12} nello strato F_2, a mezzanotte.

Brisbane, eccezion fatta per l'Osservatorio di Bombay, si nota una temporanea sensibile diminuzione di ampiezza in un periodo centrato intorno al giugno 1950.

In quanto agli andamenti di N_{12} alle 00 (fig. 2) si deducono le seguenti caratteristiche:

5. – L'ampiezza di N_{12}, a parità di latitudine, è, con poche eccezioni, sensibilmente uguale nei due emisferi.

6. – Le epoche di massimo e di minimo tendono leggermente a posticipare passando dal periodo di alta attività al periodo di bassa attività solare nell'emisfero Nord; ad anticipare nell'emisfero Sud.

7. – La fase di N_{12} cambia approssimativamente di 180° attraversando la fascia equatoriale; i dati di cui abbiamo potuto disporre non ci permettono di stabilire se si debba pensare all'equatore geografico o a quello geomagnetico come limite di separazione; nel periodo di minima attività solare lo sfasamento di N_{12} ai due lati della fascia equatoriale diviene esattamente 180°.

8. – In generale la N_{12} va decrescendo « regolarmente » al diminuire della attività solare; non c'è più traccia della temporanea diminuzione di ampiezza di N_{12} intorno al giugno 1950.

Altre osservazioni notevoli che si possono fare in merito al comportamento di insieme, sia diurno che notturno, di N_{12} sono:

9. – Negli Osservatori a latitudine magnetica Sud maggiore o uguale a quella di Brisbane l'ampiezza di N_{12} è maggiore alle 00 che alle 12 quasi sistematicamente tranne, eventualmente, nel periodo di massima attività solare; nettamente minore alle 00 che alle 12 è invece la N_{12} nell'emisfero Nord.

10. – È ben manifesto un controllo geomagnetico della N_{12} sia negli andamenti diurni che in quelli notturni; sono tra l'altro ben visibili dei comportamenti « regionali »: per es. la depressione della N_{12} alle 12 intorno al giugno 1950, la sua notevole attenuazione alle 00 negli Osservatori di Washington, San Francisco e White Sands in tutto il periodo di tempo esaminato, i cui grafici appaiono « irregolarmente » distribuiti disponendoli in ordine di latitudine geografica.

11. – Nell'Osservatorio di Rarotonga la N_{12} ha ampiezza nettamente maggiore che a Huancayo e a Johannesburg, laddove nell'Osservatorio di Maui situato a latitudini geografica e geomagnetica simmetriche di quelle di Rarotonga l'ampiezza della N_{12} non appare sensibilmente diversa che a Yamagawa e a Bombay (alle ore 12) o a Yamagawa e a Delhi (ore 00).

A complemento dell'analisi dei dati sperimentali fatta sopra, può essere interessante avere qualche ulteriore informazione relativa a Osservatori situati alle alte latitudini o in prossimità dell'equatore: data la relativa brevità dei periodi in cui si hanno dati sperimentali ci limiteremo ad esaminare gli andamenti temporali dei valori mediani mensili di N per trarre qualche sia pure grossolana deduzione: nella fig. 3 sono appunto riportati in ordine di latitudine geografica i grafici di N relativi al periodo gennaio 1953-dicembre 1955 in un certo numero di Osservatori tipici, rispettivamente alle ore 12 (caso A) e alle 00 (caso B).

Dalla fig. si traggono le seguenti osservazioni:

Alle ore 12: *a*) a latitudini Nord superiori a quelle del circolo polare artico l'andamento di N, anche se di difficile interpretazione, non mostra la tendenza a raggiungere valori massimi intorno al solstizio invernale e minimi intorno al solstizio estivo; la latitudine di Reykjavik (64° N) può considerarsi di transizione in quanto pochi gradi più a Sud (ad Anchorage, 61° N) appare in maniera distinta la presenza di una componente N_{12} massima d'inverno e minima in estate;

b) a latitudini prossime all'equatore geografico è ben evidente la tipica oscillazione di periodo 6 mesi: l'alternarsi di minimi principali e secondari sembra suggerire la presenza di una componente N_{12} massima circa intorno al solstizio di dicembre, negli Osservatori di Guam e di Leopoldville, mentre nell'Osservatorio di Singapore, il mas-

N

1953 1954 1955

A

Resolute Bay (190)
Point Barrow (180)
Reykjavik (150)
Anchorage (135)
Guam (65)
Singapore (-25)
Leopoldville (-25)
Decepcion (15)
Port Lockroy (-10)

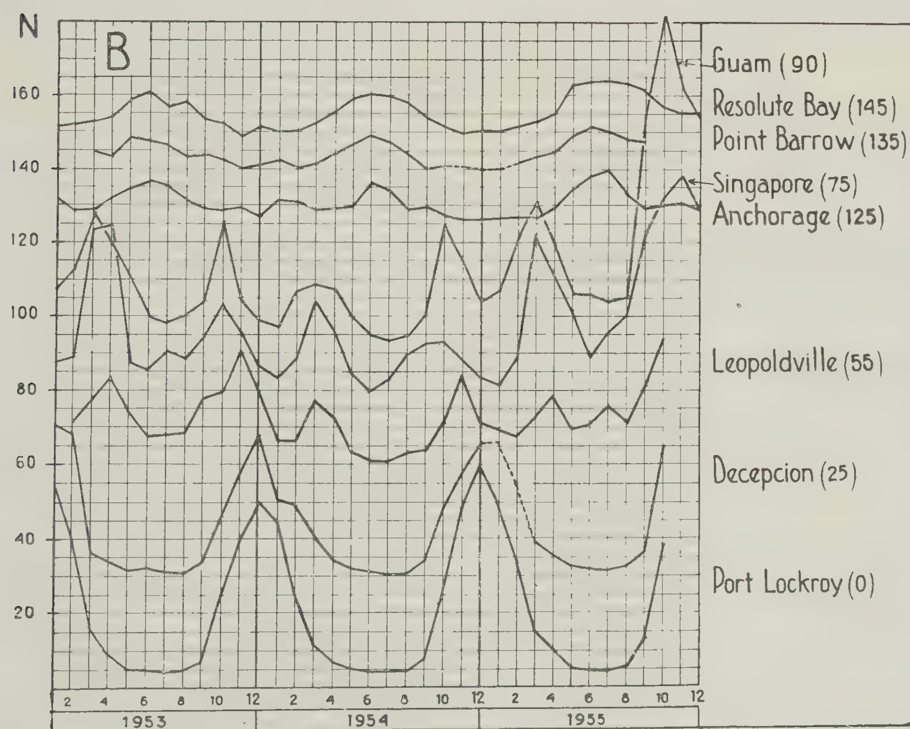


Fig. 3. – Andamento di N nello strato F_2, a mezzogiorno (caso A) e a mezzanotte (caso B). I tratti interpolati sono tratteggiati.

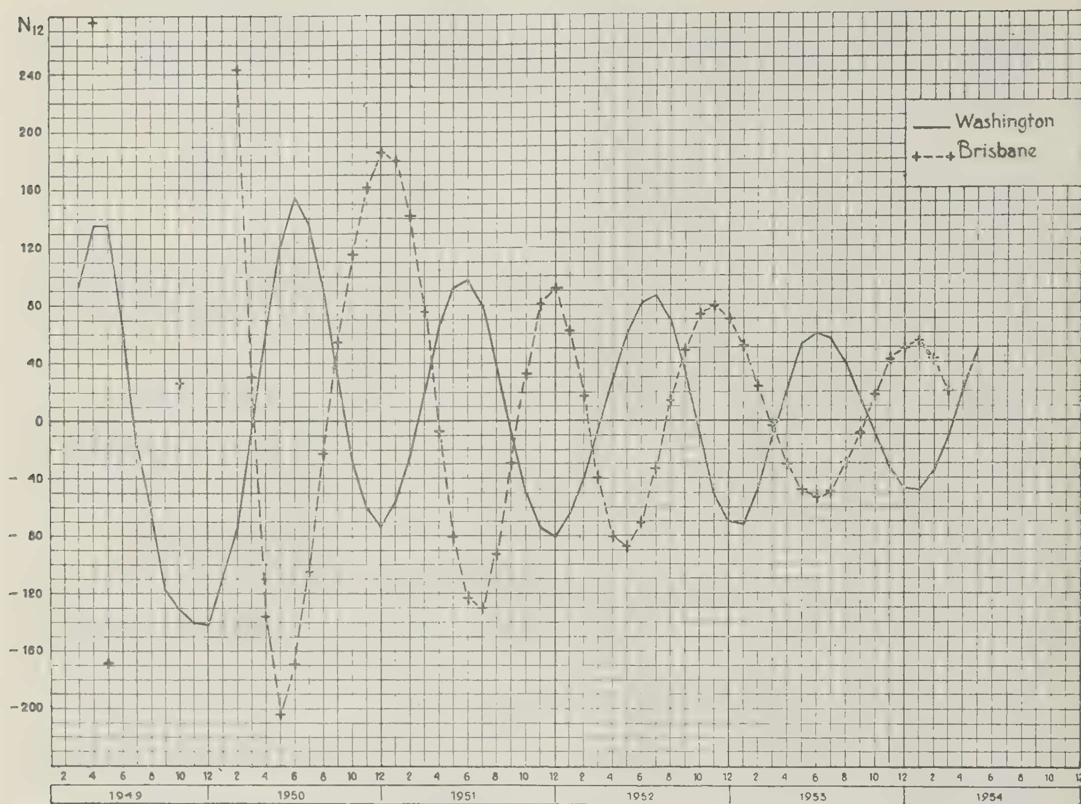


Fig. 4. – Andamento di N_{12} nello strato F_1, a mezzogiorno.

simo della eventuale N_{12} sembrerebbe cadere al solstizio di giugno;

c) a latitudini Sud prossime al circolo polare antartico è ancora presente una componente di periodo sei mesi e una componente N_{12} massima al solstizio di dicembre.

Alle ore 00: *d*) a latitudini Nord superiori ai 60° è ben evidente la presenza di una componente N_{12} massima al solstizio di giugno e minima in quello di dicembre, rappresentante cioè la « normale » variazione stagionale;

e) a latitudini prossime all'equatore geografico resta ben individuata una componente di periodo sei mesi mentre la eventuale componente N_{12}, se c'è, non può che essere assai piccola;

f) a latitudini Sud prossime al circolo polare antartico si ha un solo e assai netto massimo al solstizio di dicembre, cioè nell'estate locale, e un minimo intorno al solstizio di giugno; per di più, i valori di N risultano, intorno al solstizio di dicembre, maggiori di quelli corrispondenti alle ore 12.

Paragrafo 3. Andamento della componente N_{12} negli strati F_1 ed E, a mezzogiorno.

Premettiamo che l'esame dei dati sperimentali relativi agli strati F_1 ed E ha come scopo principale quello di controllare talune loro caratteristiche sostanzialmente già note allo scopo di vagliare l'attendibilità dei risultati ottenuti nel paragrafo 2 applicando il metodo di analisi periodale di Vercelli alle successioni di $(f_o F_2)^2$.

Nel caso dello strato F_1, data la circostanza che di solito d'inverno esso non è osservabile confondendosi con lo strato F_2, abbiamo studiato i dati sperimentali di due

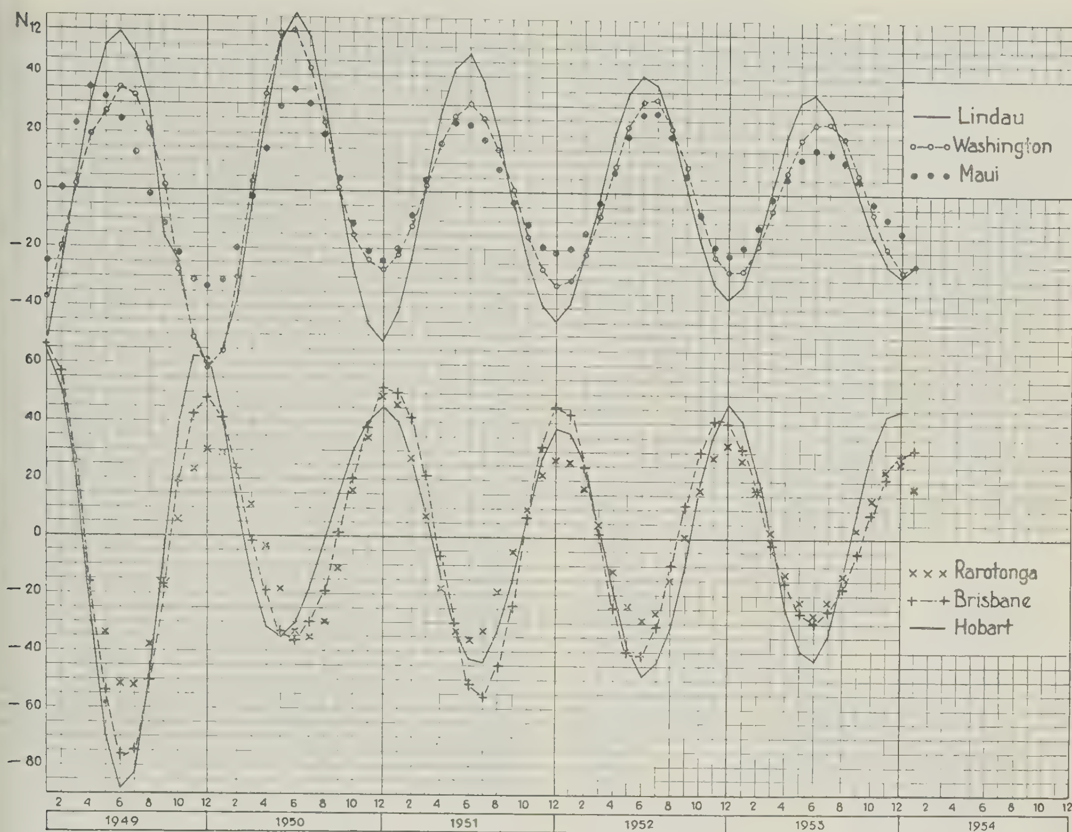


Fig. 5. – Andamento di N_{12} nello strato E, a mezzogiorno.

soli Osservatori (Washington e Brisbane) che, sia pure con vari valori mancanti, hanno una successione pressochè continua di valori mediani mensili di $f_o F_1$. D'altra parte, quale osservazione di carattere generale, conviene notare che non sempre è facile valutare la effettiva frequenza critica dello strato F_1 e che, per di più, delle riserve sono state avanzate da vari autori (4) (5) sul significato fisico di $f_o F_1$. Appaiono comunque confermate dalla fig. 4 la sostanziale opposizione di fase negli andamenti di N_{12} nei due emisferi e la posizione dei massimi e dei minimi intorno ai mesi solstiziali; quanto alle ampiezze, esse sono dello stesso ordine di grandezza nei due Osservatori, tranne che intorno al 1949 allorchè l'ampiezza di N_{12} a Brisbane risulta $2 \div 3$ volte maggiore che a Washington (alcuni valori di N_{12} a Brisbane, non appaiono nella fig. perchè corrispondenti a ordinate non contenute nel grafico).

Nel caso dello strato E le successioni dei valori di $f_o E$ sono pressochè continuative in numerosi Osservatori. Nella fig. 5 sono riportati gli andamenti della componente N_{12} per 6 Osservatori; nella fig. 6 invece abbiamo riportato, in funzione della latitudine geografica λ, il valore medio annuo $\overline{\cos\chi_o}$ di $\cos\chi_o$ (curva A) e l'ampiezza della componente di periodo 12 mesi del $\cos\chi_o$ (curva B), χ_o essendo l'angolo zenitale del sole al mezzogiorno locale.

Per quanto riguarda la componente N_{12} essa presenta una netta opposizione di fase nei due emisferi; i massimi e i minimi, per tutti gli Osservatori analizzati, cadono nettamente nei mesi solstiziali; quanto alle ampiezze della N_{12} esse crescono più o meno sistematicamente al crescere della latitudine

in discreto accordo qualitativo con quanto risulta dalla fig. 6: non si può però dire che l'accordo quantitativo sia soddisfacente, soprattutto nell'emisfero Sud ove le ampiezze risultano, a parità di latitudine, maggiori che nell'emisfero Nord.

Abbiamo voluto studiare un altro aspetto del comportamento fisico dello strato E: precisamente abbiamo valutato, per ciascun Osservatorio, la media N^* della successione dei

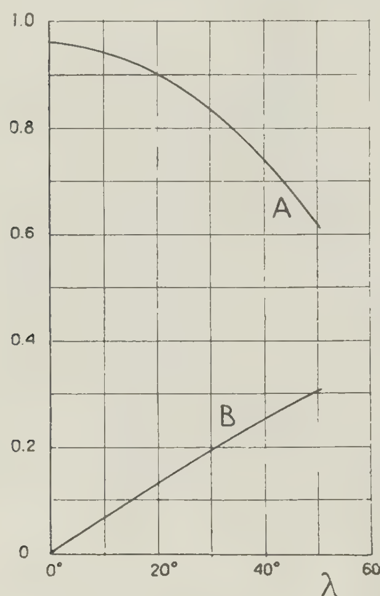


Fig. 6.

valori mensili $\overline{N}$ dell'asse medio di $(f_o E)^4$ alle 12 nel periodo gennaio 1950-dicembre 1953, che abbiamo confrontata con i valori di $\overline{\cos \chi_o}$. I rapporti $N^* / \overline{\cos \chi_o}$, indicati nella tabella 3, appaiono approssimativamente costanti al variare della latitudine: le loro differenze vanno attribuite, a nostro avviso, a più o meno lievi differenze locali del gradiente di temperatura q; come pure, eventualmente, a variazioni locali nella dipendenza della intensità di ionizzazione dalla attività solare; quanto al primo punto risulta ([6]) che la intensità di ionizzazione alla quota di massima intensità elettronica è proporzionale a $(\cos \chi)^{1 + \frac{kq}{mg}}$ ove m è la massa dell'elettrone, k la costante di Boltzmann e g l'accelerazione di gravità: i risultati della tabella sembrano coerenti con l'ipotesi di un gradiente positivo di temperatura maggiore nell'emisfero Nord che nell'emisfero Sud; in effetti, allo stato attuale delle conoscenze, si può dire che esiste una certa asimmetria delle temperature al suolo essendo in media l'emisfero Sud più caldo che l'emisfero Nord. Quanto alla influenza esercitata dalla attività solare, se, in linea di prima approssimazione, assumiamo tra la successione dei valori $\overline{N}$ e $\overline{R}$ dell'andamento secolare di N e del numero di Wolf R una relazione lineare del tipo $\overline{N} = N_o \, [1 + a\overline{R}]$, con N_o e a costanti indipendenti dal tempo, si ha evidentemente $N^* = N_o \, [1 + a \, R^*]$ ove R^* indica la media della successione dei valori $\overline{R}$; se si assumono per a i valori dedotti in altra nota ([7]) per i vari Osservatori e si elimina dal rapporto $N^* / \overline{\cos \chi_o}$ la dipendenza da $\overline{R}$ dividendolo per $1 + a \, R^*$ le differenze tra i due emisferi tendono ad accentuarsi. Resterebbe pertanto esaltata l'importanza della diversità del gradiente di

Tabella 3

Osservatorio	N^*	$N^* / \overline{\cos \chi_o}$
Lindau	84.5	145.8
Washington	113.6	153.7
Tokyo	127.5	163.7
White Sands	133.7	165.4
Maui	150	168.7
Rarotonga	154.5	173.7
Johannesburg	158.9	184.6
Brisbane	155.4	182.9
Watheroo	122.8	150.4
Canberra	130.5	166.2
Hobart	118.6	167.9
Christchurch	106.9	133.7

temperatura per l'interpretazione delle differenze locali tra le previsioni della teoria della fotoionizzazione e i risultati sperimentali. Tale problema tuttavia esula dai limiti che ci siamo imposti in questa nota; esso rimane aperto per quando saranno note maggiori informazioni sulla distribuzione geografica delle temperature alle quote intorno ai 100 km.

Paragrafo 4. Discussione dei risultati del paragrafo 2.

I risultati ottenuti applicando il metodo dell'analisi periodale ai dati sperimentali relativi agli strati F_1 ed E sono nel complesso sufficientemente regolari e concordi con le previsioni della teoria, così da far ritenere il metodo ben applicabile ai dati relativi allo strato F_2: i risultati del paragrafo 2 hanno pertanto un effettivo significato fisico come, d'altra parte, risulta anche dalla sostanziale sistematicità con cui nei vari Osservatori si riproducono e gradualmente variano le caratteristiche della componente N_{12}.

Nel seguito, a fine di discussione, assumeremo la N_{12} composta di due componenti di periodo 12 mesi, l'una, indicata con $N_{12}{}^{s}$, rappresentante la variazione normale di tipo stagionale, in opposizione di fase negli emisferi Nord e Sud, e l'altra, indicata con $N_{12}{}^{a}$, rappresentante la parte principale, sinusoidale, della presunta variazione di tipo non stagionale, in ugual fase nei due emisferi, supposta da Berkner e Wells. Per la componente stagionale $N_{12}{}^{s}$ considereremo nella discussione, per maggiore generalità, i due casi che essa sia maggiore d'estate che d'inverno (come dovrebbe aversi qualora valesse la teoria classica di Chapman) oppure che sia minore d'estate e maggiore d'inverno (come si ottiene per es. con certi schemi in cui si assume una diminuzione con la quota del coefficiente di ricombinazione ioni-elettroni).

In considerazione del fatto che la $N_{12}{}^{s}$ raggiunge i suoi valori estremi nei mesi solstiziali e che i massimi e i minimi dell'andamento della componente N_{12} sono pure centrati intorno ai mesi solstiziali, tranne la tendenza che hanno, a latitudini prossime a quelle di Hobart nei mesi solstiziali e durante il periodo di maggiore attività solare, a subire una progressiva variazione di fase al crescere della latitudine Sud (tendenza che peraltro non sembrerebbe presente in Osservatori a latitudini maggiori di Hobart), si può fondatamente assumere che la $N_{12}{}^{a}$ raggiunge anch'essa i suoi valori estremi nei mesi solstiziali con qualche eventuale spostamento di entità dipendente dalla attività solare, dalla latitudine, ecc.

A priori la componente $N_{12}{}^{a}$ potrà ritenersi di origine siderale oppure determinata, con qualche particolare ma peraltro poco o affatto conosciuto meccanismo, nella nostra stessa atmosfera. In ogni caso già un esame sommario delle figg. 1 e 2 mostra che la $N_{12}{}^{a}$ deve essere di ampiezza pressochè dello stesso ordine di grandezza della $N_{12}{}^{s}$; e del resto anche i risultati di Berkner e Wells suggeriscono questa possibilità.

I caso. La componente $N_{12}{}^{a}$ è di origine siderale.

Si può osservare a priori che non sembra probabile che una eventuale radiazione siderale sia capace di produrre effetti così notevoli: però l'ipotesi non può senz'altro escludersi e, d'altra parte, è stata espressa (²) la possibilità di una correlazione della variazione annuale con il cosidetto rumore di Jansky (⁸).

Per quanto più sopra si è detto in merito alla posizione dei massimi e dei minimi di $N_{12}{}^{a}$, se la radiazione siderale proviene in una ben determinata direzione da una sorgente localizzata, tale direzione dovrà approssimativamente corrispondere a una ascensione retta di 6^h o di 18^h (v. fig. 7); supporremo per semplicità, in un primo momento, che la declinazione della sorgente sia intorno a $0°$ (è in sostanza il caso del rumore di Jansky, la cui sorgente, indicata con $\times$ nella fig., sembra avere una declinazione di circa $-10°$).

Se l'ascensione retta fosse 6^h la radiazione risulterebbe massima, nell'emisfero Nord, a mezzogiorno durante l'estate e a mezzanotte durante l'inverno; viceversa se l'ascensione fosse 18^h. Naturalmente la intensità ricevuta sulla Terra dipenderebbe dalla effettiva declinazione della sorgente e dal luogo di osservazione.

Nel complesso un'esame delle fig. 1 e 2 potrebbe suggerire un accordo di fase a mez-

zanotte tra le componenti $N_{12}{}^{s}$ e $N_{12}{}^{a}$. Ciò porterebbe a localizzare la sorgente intorno ad ascensione retta di 6^h: esaminiamo più dettagliatamente tale possibilità: nella fig. 8 le linee continue rappresentano l'andamento di $N_{12}{}^{s}$ e le linee tratteggiate quella di $N_{12}{}^{a}$ (arbitrariamente scelta con ampiezza pari alla metà di quella di $N_{12}{}^{s}$).

Alle 00 potrebbero allora valere i casi A' e B', rispettivamente nell'emisfero Nord e Sud: risulterebbero allora una maggiore

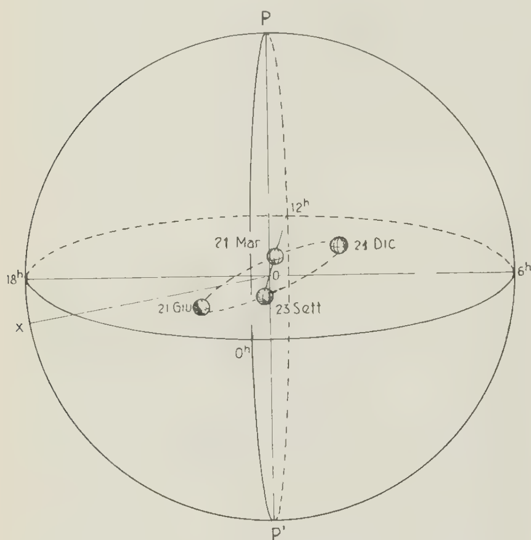


Fig. 7. – Sfera celeste e posizione della Terra: O è il sole, P e P' i poli celesti.

ampiezza di N_{12} a Sud che a Nord e un'opposizione di fase dalle due parti della fascia equatoriale; scomparirebbe così la approssimativa simmetria di ampiezza nei due emisferi. Quanto al comportamento di N_{12} alle 12, essa risulterebbe effettivamente più grande nell'emisfero Nord (caso A) che nell'emisfero Sud (caso B) ma sarebbero errate le fasi per l'emisfero Nord, in contrasto netto con gli andamenti sperimentali di N_{12}. Con tanto maggior ragione, contrastano con l'esperienza le eventualità rappresentate rispettivamente nell'emisfero Nord e Sud dai casi C' (ore 00), C (ore 12) e D' (ore 00), D (ore 12).

Non è difficile convincersi, tenendo sempre presente la fig. 8, come più contrastante con i fatti sperimentali risulti l'ipotesi che la ascensione retta della eventuale sorgente sia di 18^h; infatti a mezzogiorno, nell'emisfero Nord, non potrebbe che valere il caso C' ma allora nell'emisfero Sud sarebbe errata almeno fino alla latitudine di Brisbane, la fase di N_{12} e, per di più, di notte, l'andamento di N_{12} avrebbe fase sbagliata in ambedue gli emisferi e ampiezze diverse, a parità di latitudine Sud e Nord.

Ad analoghe conclusioni negative si giungerebbe assumendo per la componente siderale ampiezza maggiore che per la componente stagionale perchè allora in ogni caso la N_{12} risulterebbe in fase in ambedue gli emisferi sia alle 00 che alle 12; e così pure si giungerebbe a conclusioni negative se assumessimo per la $N_{12}{}^{s}$ ampiezza maggiore alle 12 che alle 00.

Se da ultimo lasciamo cadere la limitazione a valori prossimi a 0°, posta alla declinazione della eventuale sorgente, ci si convince ancora, con ragionamenti del tutto analoghi a quelli fatti sopra, che in ogni caso si va a cadere in contraddizione con parte dei risultati sperimentali.

In definitiva ci sembra che vada allora esclusa l'eventualità che la componente $N_{12}{}^{a}$ sia di origine siderale.

II caso. La componente $N_{12}{}^{a}$ è un effetto di origine terrestre.

Se si esclude senz'altro l'effetto « non stagionale » determinato dalla variazione della distanza Terra-Sole (distanza che è minima al solstizio di dicembre e massima in quella di giugno), effetto di periodo 12 mesi, di ugual fase nei due emisferi, ma trascurabile data la sua esiguità (l'irradiazione solare ai due solstizi differisce di solo qualche percento), non rimane altra possibilità che attribuire la componente $N_{12}{}^{a}$ a qualche causa agente nella stessa atmosfera terrestre.

Invero Berkner e Wells cercarono di esaminare l'effetto di possibili cause di effetti non stagionali apparenti tra cui principalmente quelli dovuti a differenze nel rapporto tra temperatura estiva e invernale alle quote interessate, alla sovrapposizione invernale degli strati F_1 e F_2, alla inomogeneità dei dati sperimentali giungendo però a conclu-

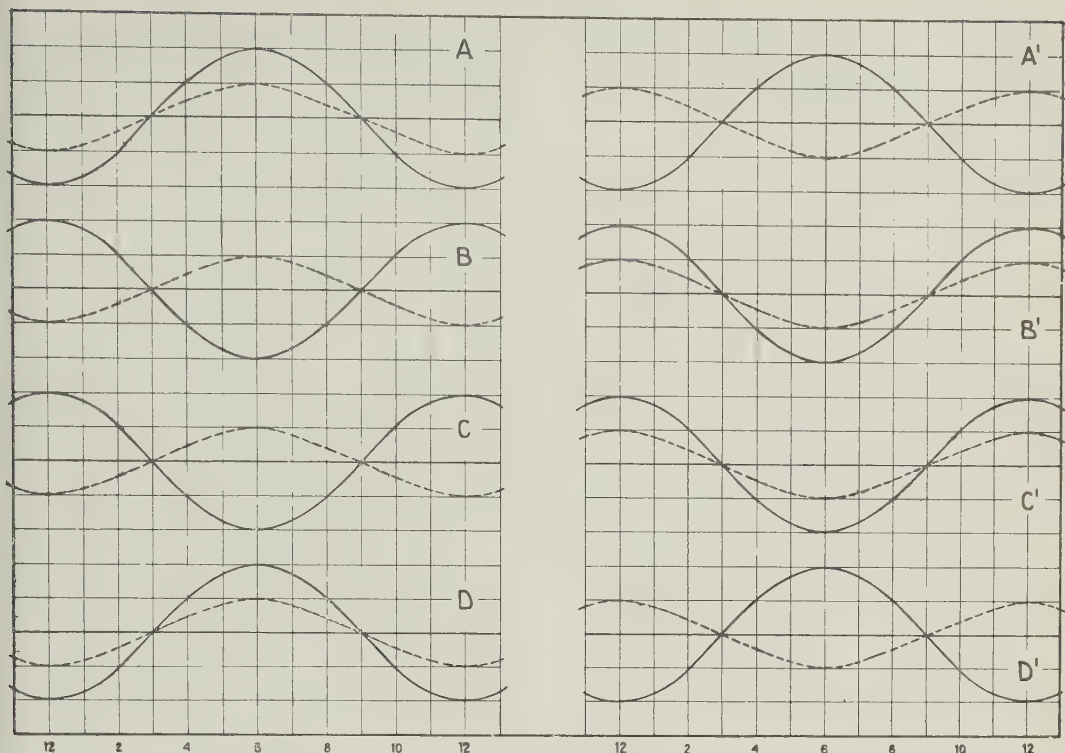


Fig. 8.

sioni favorevoli a un effettivo significato fisico della variazione non stagionale.

Viene allora quasi spontaneo di pensare ai fenomeni di circolazione nell'alta atmosfera e all'effetto provocato su di essi dal campo magnetico terrestre, in conseguenza del quale gli strati ionosferici possono essere soggetti a spostamenti secondo la verticale la cui entità va considerata funzione del posto e dell'ora nonchè della stagione (o forse, meglio e più genericamente, della declinazione solare). In tale ordine di idee è stata elaborata da Martyn [9] la teoria delle maree di cui qui ricordiamo taluni aspetti: se il campo delle velocità dei venti orizzontali associati con le maree atmosferiche è irrotazionale, ammettendo pertanto che la velocità derivi da un potenziale espresso da una serie di armoniche sferiche della forma

$$V = \Sigma \, \Sigma \, A_n^\sigma \, Q_n^\sigma \operatorname{sen} \left[\sigma(\lambda + t) - \alpha_n^\sigma\right] \qquad [1]$$

ove Q_n^σ è l'armonica di ordine σ e grado n, A_n^σ la corrispondente ampiezza, λ è la longitudine, t il tempo riferito a un meridiano fisso e α_n^σ l'angolo di fase, si perviene alla seguente espressione per la velocità di deriva v (drift velocity) lungo la verticale degli elettroni ionosferici

$$v = \frac{\omega^2}{a(\nu^2 + \omega^2)(4 - 3 \operatorname{sen}^2 \vartheta)} \cdot \sum_{\sigma=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^\sigma \left\{ 2\sigma \left(\cos^2 \vartheta - \frac{\sigma}{n(n+1)} \right) Q_n^\sigma - Q_n^{\sigma+1} \operatorname{sen} 2\vartheta \right\} \operatorname{sen} \left[\sigma(\lambda + t) - \alpha_n^\sigma\right] \qquad [2]$$

ove a è il raggio terrestre, ν la frequenza media di collisione tra ioni e molecole o atomi dell'aria, ω la velocità angolare di rotazione della terra, ϑ la colatitudine.

Nell'ambito di tale schema, attribuendo la causa delle « anomalie » della variazione diurna e annua di $f_o\, F_2$ alla presenza dei due soli

Nella fig. 9 sono riportati i grafici delle funzioni f_1^1, f_2^1, f_2^2, f_3^3 essendosi posto, in generale,

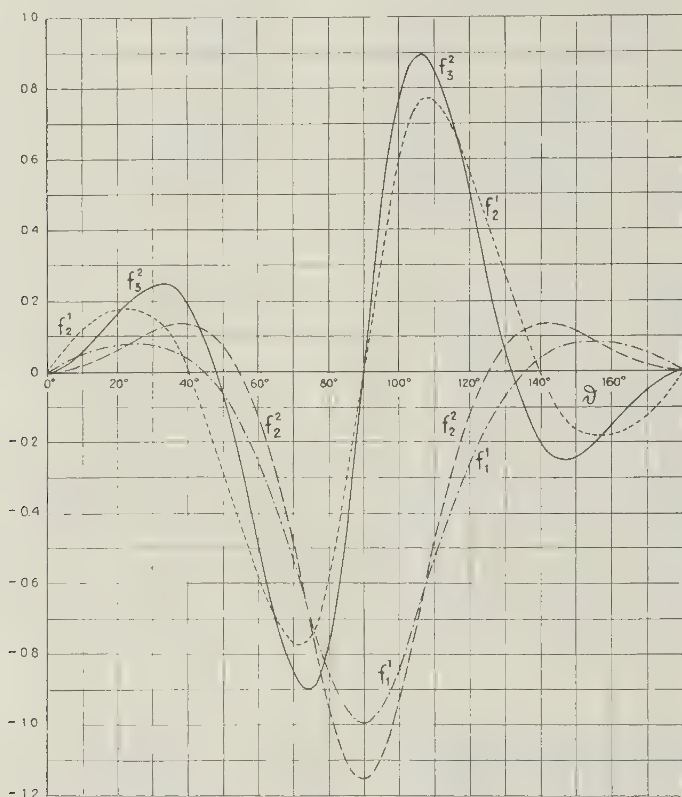


Fig. 9.

termini Q_2^2 e Q_3^2 nella [1], rappresentanti l'uno una variazione semidiurna in accordo di fase nei due emisferi e l'altro una variazione semidiurna di fase opposta e assegnando convenientemente gli angoli di fase α_2^2 e α_3^2, Martyn ha ritenuto possibile interpretare gli andamenti di $f_o\, F_2$ negli Osservatori di Cape York, Brisbane, Canberra e Hobart.

Adottanto le vedute della teoria di Martyn, può apparire ragionevole almeno a prima vista interpretare i risultati mostrati in questa nota, prendendo in considerazione un ulteriore effetto di periodo 24 ore, determinato dalla presenza nella [1], con ampiezza non trascurabile, di termini del tipo Q_n^1.

$$f_n^\sigma = \frac{1}{4 - 3\,\mathrm{sen}^2\,\vartheta} \left[2 \frac{(n-\sigma)!}{(n+\sigma)!} \right]^{1/2} \cdot$$
$$\cdot \left\{ 2\,\vartheta \left(\cos^2 \vartheta - \frac{\sigma}{n\,(n+1)} \right) Q_n^\sigma \right.$$
$$\left. - \; Q_n^{\sigma+1}\, \mathrm{sen}\, 2\,\vartheta \right\} \qquad [3]$$

ove $\left[2 \dfrac{(n-\sigma)!}{(n+\sigma)!} \right]^{1/2}$, fattore di normalizzazione di Schmidt, permette una grossolana normalizzazione delle varie armoniche; tali funzioni forniscono la legge di variazione della ampiezza di velocità con la colatitudine.

Nella fig. 10 sono invece graficati i termini correttivi $f_1^{1'}$, $f_2^{1'}$, $f_2^{2'}$, $f_3^{2'}$ che vanno aggiun-

ti alle ampiezze di velocità f_1^1, f_2^1, f_2^2, f_3^2, calcolati per il caso $\lambda = 68°$ Ovest, in cui cioè ci si ponga sul meridiano passante per il polo magnetico Nord; tali termini aggiuntivi sono dovuti alla non coincidenza dell'asse già indicate da Martyn e

$$f_1^{1'} = 0.202 \frac{\operatorname{sen}(\vartheta - \Phi)}{4 - 3 \operatorname{sen}^2 (\vartheta - \Phi)} \operatorname{sen} 2\vartheta \qquad [6]$$

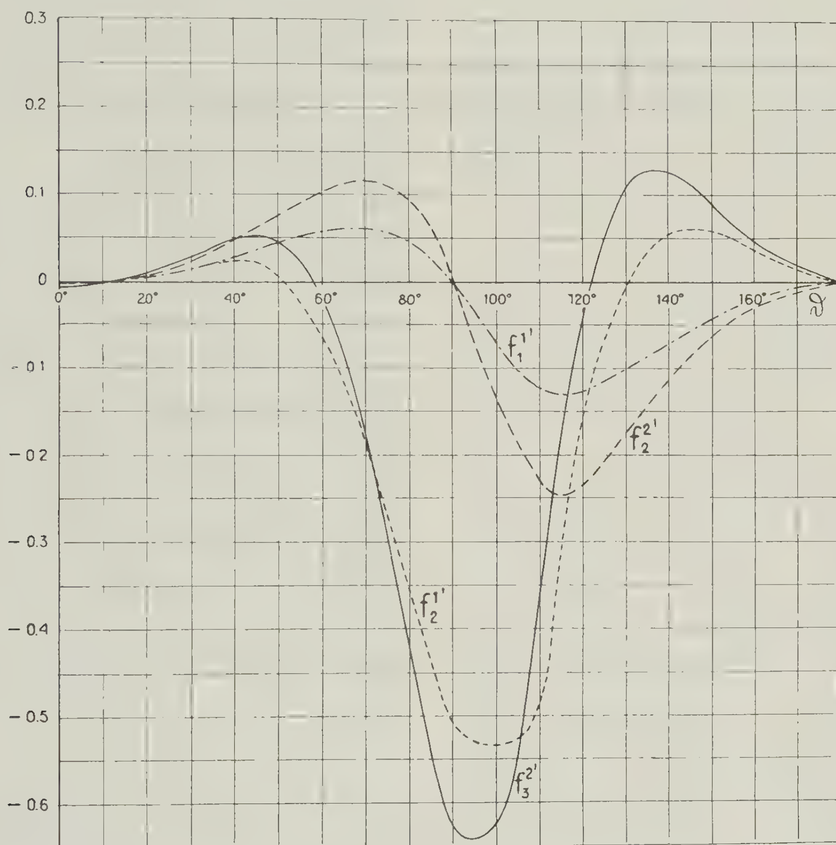


Fig. 10.

del dipolo magnetico terrestre con l'asse geografico; essi, indicando con Φ (= 11°25') l'angolo formato dall'asse del dipolo con l'asse geografico, si scrivono rispettivamente nella forma

$$f_2^{2'} = 0.116 \frac{\operatorname{sen}(\vartheta - \Phi)}{4 - 3 \operatorname{sen}^2 (\vartheta - \Phi)} \cdot \cos\vartheta\,(4 - 3\cos 2\vartheta) \qquad [4]$$

$$f_3^{2'} = 0.0326 \frac{\operatorname{sen}(\vartheta - \Phi)}{4 - 3 \operatorname{sen}^2 (\vartheta - \Phi)} \left(\frac{9}{4} \operatorname{sen}^2 2\vartheta + 13\cos 2\vartheta - 9\cos^2 2\vartheta\right) \qquad [5]$$

$$f_2^{1'} = 0.117 \frac{\operatorname{sen}(\vartheta - \Phi)}{4 - 3 \operatorname{sen}^2 (\vartheta - \Phi)} \operatorname{sen}\vartheta \cdot (7 - 12 \operatorname{sen}^2 \vartheta) \qquad [7]$$

da noi calcolate direttamente a partire dai risultati generali della teoria dinamo di Schuster (10) e Chapman (11). Come si vede l'entità dei termini correttivi è assai sensibile, e principalmente nel caso delle Q_2^1 e Q_3^2 cioè dei termini « stagionali »; tuttavia l'effetto delle correzioni è essenzialmente quello di spostare il piano di simmetria delle

velocità dal piano equatoriale geografico al piano equatoriale geomagnetico; anzi, questa ultima conclusione vale del tutto in generale, per la forma analitica stessa delle velocità corrispondenti a ciascuna armonica e dei corrispondenti termini correttivi, qualunque sia il termine Q_n^σ della [2] che si consideri; in altre parole appare poco probabile che gli andamenti della componente N_{12} possano essere nel loro insieme chiariti nello schema semplice offerto dalla [1]: nei futuri sviluppi della teoria andranno introdotti ulteriori perfezionamenti capaci di interpretare le riscontrate asimmetrie.

Paragrafo 5. Conclusioni.

Si può senz'altro ritenere provata la presenza di un effetto non stagionale nella densità elettronica massima dello strato F_2, sopratutto di giorno, interessante i due emisferi ma, assai probabilmente, in diversa misura. Accogliendo, sia pure con le dovute cautele, le deduzioni che si possono trarre dalla fig. 3, ci sembra di poter interpretare la « normalità » del comportamento di N_{12} oltre il circolo polare artico, con massimi estivi e minimi invernali, come una conseguenza della progressiva diminuzione della componente orizzontale del campo magnetico terrestre, ormai quasi nulla a quelle latitudini; infatti appunto a tale componente è dovuta, per effetto dei movimenti orizzontali della atmosfera, l'insorgere di una forza verticale che trasporta verso l'alto o verso il basso, a seconda delle particolari condizioni, gli strati ionosferici determinando così addensamenti o rarefazioni della densità elettronica che possono arrivare a mascherare il « normale » andamento stagionale. Questo punto di vista sembra confermato dal fatto che alle alte latitudini Nord appare più conveniente ordinare gli Osservatori secondo la latitudine geografica che quella geomagnetica: si può per es. osservare che la latitudine geografica di Reykjavik è di parecchi gradi inferiore a quella di Point Barrow, laddove invece quella geomagnetica è superiore. È interessante notare che anche Sato [12] ha messo in evidenza che a dette latitudini la $f_0 F_2$ è soggetta a un rimarcabile controllo geografico. Quanto alle più alte latitudini Sud, non è possibile svolgere considerazioni analoghe, poichè alle latitudini geomagnetiche di Decepcion e Port Lockroy la componente orizzontale del campo magnetico è ancora abbastanza grande, cosicchè occorrerà ancora attendere ulteriori dati sperimentali per trarre qualche ulteriore conclusione; per il momento il fatto più significativo è la constatazione che le densità elettroniche nell'estate locale sono maggiori alle 00 che alle 12.

Conviene da ultimo notare che anche in favore di un diverso comportamento dei due emisferi vanno interpretati altri risultati sperimentali: ci riferiamo alla maggiore « sensibilità » dell'emisfero Nord alla attività solare, di cui daremo notizia in una successiva nota e alla netta asimmetria tra i due emisferi nella ampiezza della oscillazione semi-annuale (cioè di periodo 6 mesi) della pressione al suolo segnalata da Schwerdtfeger e Prohaska [13]; e così pure Sato [12] ha riscontrato che il rapporto tra densità elettronica a mezzogiorno al solstizio invernale e al sostizio estivo è nettamente maggiore nell'emisfero Nord che nell'emisfero Sud, specialmente a medie latitudini.

In definitiva ci sembra di poter dire che per la corretta interpretazione della variazione non stagionale di N_{12} nello strato F_2 si debba considerare la distorsione provocata, per es. secondo un meccanismo del tipo di quello di Martyn, dal campo magnetico della Terra sulla circolazione nell'alta atmosfera, circolazione che, probabilmente, ha caratteristiche sensibilmente asimmetriche nei due emisferi; e anzi, se si accettano tali vedute, lo studio degli scostamenti delle densità elettroniche dai loro valori « normali » può gettare qualche luce sui fenomeni di circolazione generale dell'atmosfera a quote superiori ai 200 km.

Roma, 10 settembre 1956

RIASSUNTO

Dall'esame comparato degli andamenti della componente N_{12} di periodo 12 mesi presente nella successione dei valori mediani mensili della densità elettronica massima nello stra-

to F_2, in circa 20 Osservatori situati tra le latitudini geografiche 52° N e 43° S, estesa agli anni 1949-1954 si deduce che la N_{12} stessa presenta a mezzogiorno un andamento press'a poco in accordo di fase tra le latitudini magnetiche di 53° N e 35° S mentre a mezzanotte la fase cambia nettamente di 180° al passaggio dell'equatore. Tale comportamento anomalo della N_{12} può interpretarsi, almeno a prima vista e grossolanamente, pensando alla presenza, accanto alla « normale » componente di ionizzazione a carattere stagionale, di una componente non stagionale, a quella sovrapposta, avente pure periodo un anno ma in identica fase dei due emisferi.

Quanto agli strati F_1 ed E si constata che essi hanno caratteristiche sostanzialmente stagionali.

Una dettagliata discussione degli andamenti di N_{12} nello strato F_2 mostra come improbabile l'ipotesi che la eventuale componente non stagionale vada attribuita a qualche agente ionizzante proveniente da fuori del sistema solare ovvero alla variazione annuale della distanza Terra-Sole, maggiore d'estate che d'inverno; non senza fondamento appare invece l'ipotesi che le rilevate differenze di comportamento di N_{12} di giorno e di notte possano essere connesse con i fenomeni di circolazione generale dell'alta atmosfera.

ABSTRACT

A comparative study of the component N_{12} of twelve months period, present in the series of the median monthly values of the maximum electron densities in the F_2-layer, for about 20 Observatories located between the geographical latitudes 52° N and 43° S, during the years 1949-1954, shows that its behaviour at noon exhibits a substantial phase-agreement between the geomagnetic latitudes 53° N and 35° S; at midnight, instead, the component N_{12} exhibits a phase-shift of 180° at the two sides of the equator.

With regard to the F_1 and E layers one sees that they exhibit only seasonal characteristics.

At first sight, the behaviour of N_{12} in the F_2 layer could be attributed to a non-seasonal component having a twelve months period but the same phase in the two hemispheres superposed to the normal seasonal component: however the detailed analysis of the noon and midnight behaviours of N_{12} in the F_2-layer leads to the conclusion that the eventual non-seasonal component cannot be attributed neither to a radiation source external to the solar system nor to the annual variations of the Sun-Earth distance, greater during summer and smaller during winter.

At this stage of our knowledges, one could accept the view of a connection of the features of N_{12} in the two hemispheres with the phenomena of general circulation in the high atmosphere.

BIBLIOGRAFIA

(1) Berkner, L. V. - Wells, H. W., *Terr. Magn.* **43**, 15 (1938).

(2) Eckersley, T. L., *Terr. Magn.* **45**, 25 (1940).

(3) Vercelli, F., *Ric. Scient.* **5**, I-364 (1934).
— Memoria CCLXXXV del R. Comitato Talassografico 1940.

(4) Dominici, P. - Mariani, F., *Ann. Geofis.* **8**, 103 (1955).
— Suppl. N. Cim. **4**, 1589 (1956).

(5) Rawer, K., *C. R. Acad. Sci.* (Paris) **240**, 331 (1955).

(6) Mariani, F., *Ann. Geofis.* 8, 59 (1955).

(7) — *Ann. Geofis.* in corso di stampa.

(8) Jansky, K. G., *P.I.R.E.* **21**, 1387 (1933) e **23**, 1158 (1935).

(9) Martyn, D. F., *Proc. Roy. Soc.* **189**, 241 (1947).

(10) Schuster, A., *Phyl. Trans.* A **208**, 163 (1908).

(11) Chapman, S., *Phyl. Trans.* A **218**, 1 (1919).

(12) Sato, T., *J. Geomagn. Geoelect.* **6**, 99 (1954).

(13) Schwerdtfeger, W. - Prohaska, F., *J. Met.* **13**, 217 (1956).

Direttore: Prof. ENRICO MEDI

Prof. Pietro Caloi - *Responsabile*

Tipografia Pio X – Roma – Via degli Etruschi, 7

La struttura della crosta terrestre, con particolare riguardo alle zolle continentali, quale risulta dallo studio dei terremoti e delle grandi esplosioni *(Eurasia)* (*)

P. CALOI

1. – Spessore dello strato del « granito ».

a) *Nello studio dei terremoti europei (continente).*

È noto che lo strato del « granito » (o delle onde *Pg*) è stato scoperto da A. Mohorovičić. Si credeva allora che la crosta terrestre consistesse essenzialmente di questo solo strato, a cui Mohorovičić assegnò la profondità di 57 km; tale spessore era ritenuto costante.

Successivamente (1923), Conrad — con la scoperta dello strato delle onde P^* (strato del basalto o del gabbro) — venne a suddividere la crosta terrestre in due strati sovrapposti. Allo strato più esterno — del « granito » — Conrad assegnò lo spessore di 40 km.

Prescindiamo qui dai valori dello strato del granito, comunque influenzati dal sistema alpino o appenninico. Di essi diremo altrove.

I valori successivi ottenuti per lo strato del « granito » nell'Europa centrale furono contrastanti. Schmerwitz, nel 1938, riportò a 50 km di profondità la superficie di Mohorovičić, negando l'esistenza dello strato del granito.

Nel 1934-35 però, Hiller, per due diversi terremoti della Svevia, aveva trovato valori per lo strato del « granito » dell'ordine di 20-22 km. Tale valore meritava conferma.

Nel 1943 Caloi (1), in un lungo studio condotto con nuovi metodi di calcolo, su 17 terremoti centro-europei, giunse, fra l'altro, alla conclusione che lo strato del « granito » in corrispondenza del Württemberg aveva la profondità di 18-20 km, il che costituiva un valore notevolmente più piccolo di quanti precedentemente ottenuti per l'Europa centrale e confermava sostanzialmente quello indicato da Hiller. Il valore

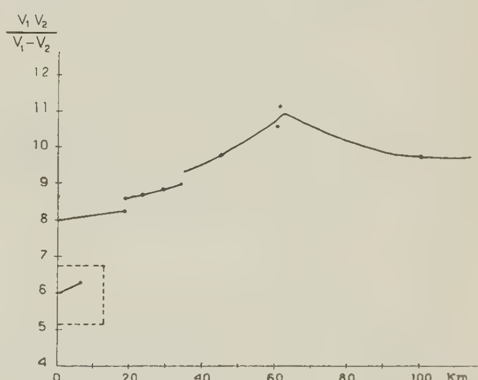


Fig. 1. – Variazione di k con la profondità. Il primo salto brusco si osserva alla profondità di 18 km. Il tratto nel riquadro tratteggiato si riferisce ai sedimenti della Val padana.

suddetto risultò dall'applicazione di un metodo statistico ai terremoti accennati, metodo che consentiva la determinazione contemporanea delle coordinate ipocentrali e della grandezza

$$k = \frac{V_1 \cdot V_2}{V_1 - V_2}, \quad V_1 = \text{velocità onde long.} \quad V_2 = \text{velocità onde trasv.}$$

Il valore di k risultò dipendente dalla profondità ipocentrale, come è provato dalla fig. 1. Appare chiaro che verso i

(*) Comunicazione presentata all'XI Assemblea Generale dell'U.G.G.I. (Toronto, 1-14 Settembre 1957).

18-20 km di profondità, il valore di k subisce un salto brusco. A tale profondità, quindi, cessa il così detto strato del « granito ».

Il risultato, che portava ad un valore sensibilmente inferiore a quello comunemente ammesso per la zona, presentava garanzie di attendibilità sia perchè il metodo usato prescindeva dagli errori dei tempi

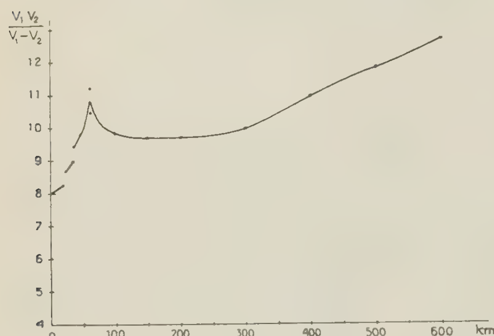


Fig. 2. – Il valore di k subisce una flessione in corrispondenza dell'astenosfera.

d'osservazione, sia per l'applicazione a numerosi terremoti, sia perchè la maggior parte di detti terremoti aveva avuto origine nella zona in questione ed erano stati registrati da stazioni limitrofe (fig. 3).

b) *Nelle grandi esplosioni.*

Scriveva H. Bouasse, nel suo « Séismes et sismographes » (²), a questo riguardo: « La littérature sur le sujet est vaste: elle prouve uniquement l'extrême discordance des resultats... ». E ancora: « .... plus forte est l'explosion et plus faible la distance, plus la vitesse enregistrée est grande *ceteris paribus*; ce qui prouve simplement qu'on enregistre una phase plus voisine du *vrai début* à mesure que croit l'amplitude du phénomène ». E più oltre: « Recommencer des expériences dont on sait depuis quarante-cinq ans (egli scriveva nel 1927) qu'elles donneront n'importe quoi, c'est perdre son temps... Au voisinage de l'explosion, ces phénomènes, essentiellement *locaux*, sont déterminés par le terrain; à grande distance on ne peut que retrouver les resultats fournis par les séismes: la nature nous en fournit une telle abondance qu'il est bien inutile d'en fabriquer d'artificiels: pour intenses qu'ils nous paraissent, ce sont jeux d'enfant devant les séismes naturels, au surplus avec un épicentre trop exactement superficiel pour qu'ils se propagent à grande distance ».

A parte i « giochi da ragazzi » che oggi — purtroppo — non sono più tali, le conclusioni di Bouasse non sono poi tanto paradossali. Lo stanno a provare per es. i discordanti risultati ottenuti da varî ricercatori, in occasione della grande esplosione di Helgoland.

Restano sempre due grosse difficoltà nello studio delle grandi esplosioni: una — quella rilevata da Bouasse — derivante dalla superficialità dell'origine, e che si traduce in una più o meno notevole perturbazione da parte degli eterogenei strati più esterni; l'altra che insorge dall'azione dell'attrito interno, particolarmente sensibile in detti strati, e che viene esaltata dai brevi periodi destati dalle esplosioni. Pertanto, solo per notevoli distanze i dati forniti dalle grandi esplosioni possono condurre a valori attendibili; per le grandi distanze o per le riflessioni da grandi profondità.

È di queste che noi riferiremo qui i risultati.

Diremo più avanti dell'esplosione di Helgoland, i cui risultati riguardano sostanzialmente la Germania settentrionale.

A me interessa qui particolarmente l'elaborazione dei dati relativi alle esplosioni d'Haslach, nella Selva Nera meridionale, del 28 e 29 Aprile 1948, essendo questa zona limitrofa a quella interessata dai 14 terremoti da me studiati nel 1943. L'elaborazione è stata compiuta da due gruppi di ricercatori: Rothé e Peterschmitt (³) per la Francia; Reich, Schulze e Förtsch (⁴) per la Germania. Gli uni hanno trovato per la profondità della superficie limitante inferiormente il granito il valore di 18 km; gli altri 20-21 km.

L'accordo con i valori da me ottenuti nel 1943 non potrebbe essere più soddisfacente: ecco un caso in cui i risultati di elaborazioni di registrazioni sismiche e registrazioni per esplosioni praticamente coincidono.

Va quì fatta una doverosa osservazione: le registrazioni causate da esplosioni appaiono sempre di difficile interpretazione, dato

l'ininterrotto seguito di impulsi da cui sono caratterizzate.

Un altro valore per lo strato del granito è stato ottenuto — sempre per la zona in questione — da H. Reich (5), studiando le riflessioni profonde conseguenti a grosse esplosioni provocate in Blaubeuren (vicino a Ulm) il 4 Marzo e il 10 Maggio 1952 e registrate con apparecchi *Prakla*. La superficie riflettente, limitante inferiormente lo strato del granito, è risultata a km 20 di profondità. Anche in questo caso quindi accordo perfetto con il valore da me ottenuto nel 1943, studiando 14 terremoti verificatisi nella zona.

Questa stretta concordanza di valori, ottenuta in epoche diverse, con metodi completamente diversi (*Studio di terremoti*, 1943; *Sismica a rifrazione*, 1948; *Sismica a riflessione*, 1953) per lo spessore dello strato del granito, nella stessa zona, dà un carattere di grande attendibilità al valore ottenuto,

18 — 20 km

Questo valore, del resto, deve ripetersi in vaste zone del continente europeo.

Sempre con il metodo della sismica a riflessione gli ungheresi J. Gálfi e L. Stegena (6) hanno trovato, sperimentando nel 1955 presso Hajduszoboszlò (20 km a sud-ovest di Debrecen), una riflessione profonda, proveniente da una superficie riflettente alla profondità di 21-22 km, considerata come la superficie limite inferiore dello strato del granito.

È ancora da osservare che, con estese ricerche condotte con metodi della sismica a rifrazione e a riflessione, attraverso vaste zone che, da una regione a Nord del Lago Issik–cul, si dirigono ai due estremi, orientale e occidentale del lago Balcash, lungo profili di 400-450 km, geofisici russi (7) hanno trovato (nel 1955-1956) per lo strato del granito spessori medi dell'ordine di 15-20 km. Se poi ricordiamo che dalla dispersione subìta dalle onde di Love nel tragitto Turkestan-Roma (8), lo spessore medio dello strato del granito è risultato di 18 km ca, dobbiamo concludere che non è azzardato ritenere essere questo l'ordine di grandezza dello spessore del «granito» in vaste zone di pianori continentali.

c) *Lo strato del «granito» ai margini del continente.*

Procedendo verso la Germania settentrionale e verso le isole britanniche, lo strato del «granito» va gradatamente scemando. I risultati ottenuti con la sismica a rifrazione da Wiechert, Angenheister e Brockamp (1924-25-1929) conducevano ad un valore di 8 ± 2 km presso Göttingen. L'elaborazione della grande esplosione di Helgoland condusse Schulze e Förtsch (10) al valore da 6 ± 1 a 5 ± 1 km, Willmore (9) a 6-6,7 km, Mintrop (11) a 4 km. Ad ogni modo, verso settentrione resta confermata una sensibile diminuzione dello spessore dello strato del «granito». Del resto, Rothé e Peterschmitt, nell'elaborazione dell'esplosione di Haslach, sono pervenuti a valori che decrescono dal luogo dell'esplosione verso Strasburgo.

Questa tendenza all'assottigliamento dello strato continentale del «granito» procedendo verso l'Oceano Atlantico era già stata rilevata da Jeffreys nello studio di due terremoti inglesi: egli ottenne allora (1920) un valore di una diecina di km. Con i metodi della sismica a riflessione, Maurice N. Hill in una zona di mare ad occidente dell'Irlanda (Banco di Rockall e banco di Porcupine) ottenne spessori dello strato del «granito» di 3 km circa. Ai margini dello zoccolo continentale, lo strato del «granito» è quindi notevolmente assottigliato. Ciò giustifica le conclusioni tratte da Caloi, Marcelli e Pannocchia nel 1950-1952 (12 13), che — in uno studio su un terremoto originante dalla dorsale atlantica — lo danno pressochè mancante in corrispondenza del bacino atlantico.

Le zone montuose e le grandi valli richiedono una trattazione a parte.

2. – Lo strato (o gli strati) seguenti quello del «granito», col quale formano la crosta terrestre, è stato investigato sia nello studio di terremoti, sia in quello di grandi esplosioni.

a) Per quanto concerne lo studio dei terremoti, Conrad — a cui si deve la scoperta dell'onda P^* — assegnò allo strato del basalto (o del gabbro, come si preferisce oggi) la profondità di 40 km ca. Successivamente, Schmerwitz, negò l'esistenza di detto

strato, ammettendo tutt'al più l'esistenza di « lenti » di basalto distribuite nella crosta terrestre in modo più o meno accidentale, e in essa isolate.

Nel 1943 Caloi — nello studio di 17 terremoti centro-europei [1] — assegnò allo strato del granito una profondità media di 18-20 km e alla crosta, nel suo complesso, uno spessore di 34-35 km. Si tratta, come si è visto, di una vasta zona a Nord delle Alpi, fra la Svizzera settentrionale, la Selva Nera e la Baviera. Il metodo è quello che ha permesso la determinazione dello spessore del « granito » e si basa sul valore statistico che assume la grandezza

$$k = \frac{V_1 \cdot V_2}{V_1 - V_2} .$$

Anche qui si prescinde dal sistema alpino e dalla zona a sud delle Alpi.

b) Per la stessa zona si sono ottenuti valori, per le stratificazioni seguenti il granito, anche nello studio nelle registrazioni provocate da esplosioni. Nello studio delle già citate esplosioni di Haslach, Reich, Schulze e Förtsch [4] ottennero un valore di 31 km ca. per la profondità media della superficie di Mohorovičić, leggermente inferiore a quello da me ottenuto, ma con tendenza a sprofondare verso il sistema alpino.

Per la stessa zona (precisamente, nei pressi di Ulm), H. Reich [5] ottenne, con la sismica a riflessione, un valore di 28 km circa, che costituisce, sostanzialmente, un buon accordo con i valori precedentemente ottenuti per il Württemberg.

Sempre nello studio di registrazioni tratte dalla sismica a rifrazione o a riflessione, nelle due grandi zone che dal lago Balcash convergono verso l'alto piano dei Kirghisi (lago Issuk-cul), già citate, sperimentatori russi [7] hanno ottenuto valori per la profondità della superficie di Mohorovičić, varianti fra 40 e 60 km, alquanto maggiori quindi di quelli avuti per l'Europa centrale.

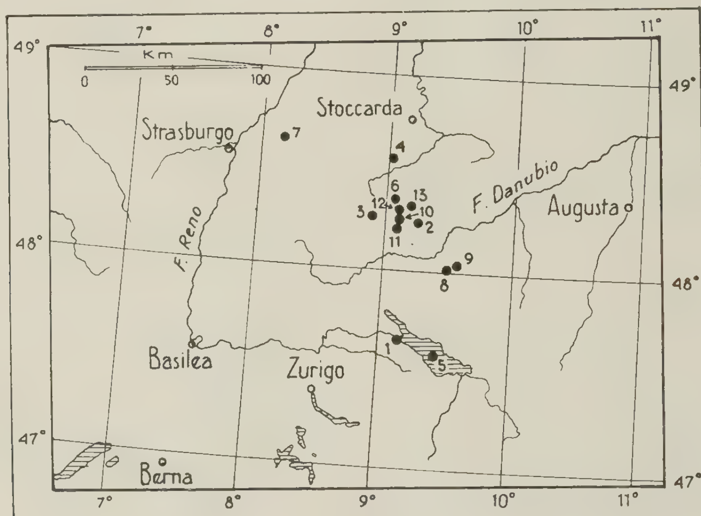


Fig. 3

c) Procedendo a Nord dell'Europa centrale (Germania meridionale – Svizzera settentrionale), per la quale — come si è visto — si hanno valori la cui attendibilità è forse la più elevata che si riscontri in qualsiasi altra parte del mondo, come si verifica per lo spessore dello strato del granito, anche per il secondo strato si hanno valori decrescenti, in modo però molto più lieve. Per l'esplosione di Helgoland, Reich, Shulze e Förtsch [11] ottengono, per la superficie di Mohorovičić un valore di 26-27 km, in corrispondenza della Germania settentrionale, mentre Willmore ottiene 27-30 km. Procedendo verso l'Atlantico, con il metodo della dispersione prima ricordato, Caloi,

Marcelli e Pannocchia (12-13) hanno calcolato uno spessore di 17-19 km, che costituirebbe il fondo dell'Oceano, al di sotto dei sedimenti sciolti.

Per quanto riguarda il secondostrato — almeno nel tratto continentale — avremo modo di vedere che esso — in realtà — risulta di due stratificazioni sovrapposte.

3. – Venendo alle velocità di propagazione delle onde longitudinali e trasversali nella crosta terrestre, non si può non rilevare una certa disparità nei valori ottenuti nelle numerose ricerche.

Per quanto riguarda le onde proprie dello strato del granito, si va da 5,0 km/sec a 5,8 km/sec, sia nello studio di terremoti, sia in quello di esplosioni. Per lo strato del basalto, si passa da 6,1 a 6,7.

A Nord del sistema alpino (al quale qui solamente ci riferiamo) si sono avuti i seguenti valori

Regioni	Terremoti	Esposioni	Gabbro	
			Terr.	Esplos.
Württemberg	5,5–5,7 (Caloi) 5,6 (Hiller)	6,0 (Reich e Coll. Rothé e Coll.)	6,5 (Caloi)	6,55
Helgoland		5,4 (Reich e Coll.) 5,5 (Willmore)		6,2–6,6 (Reich e Coll.)
(Germania settentrionale)		5,2 (Mintrop) 5,1 (Schulze)		6,5 Willmore 6,4 Mintrop
altre zone fra Germania e Cecoslovacchia		5,54 (Karnik, Marek)		6,4 Schulze
Sud lago Balcash	5.5 (Rozova)	5.5 (Gamburcev)	6.0 (Rozova)	6,4 (Gamburcev)

I valori della velocità — sempre per le onde longitudinali — al di sotto della superficie di Mohorovičić è — in media — di 8,0 km/sec e varia fra 7,8 e 8,2 km/sec.

RIASSUNTO

Non sempre i risultati dell'interpretazione delle registrazioni provocate da terremoto hanno coinciso — per una data regione — con quelli dedotti da grosse esplosioni. Anzi, spesso furono contrastanti. Bonasse attribuiva senz'altro il contrasto al fatto che le registrazioni relative ad esplosioni erano difettose, per deficienza di energia in giuoco. E — almeno per la sua epoca — non aveva torto. Negli ultimi anni l'energia sviluppata dalle esplosioni è stata enormemente aumentata, così da consentire attendibilità all'inizio delle registrazioni.

Esistono pero altre difficoltà, che si riferiscono soprattutto all'interpretazione delle fasi successive.

Ad ogni modo, specie sulla base dei risultati ottenuti recentemente in America nella registrazione di grosse esplosioni, sembrava che i dati forniti dalla Sismologia dovessero essere più o meno modificati. Qui si prova che ciò non risponde a verità, almeno per quanto si riferisce al continente auro-asiatico, dove non esistono sostanziali contrasti fra dati forniti dalle ricerche sismologiche e quelli ottenuti dalle grandi esplosioni. Per quanto concerne il valore medio della stratificazione del così detto « granito », lo spessore di 18-20 Km ottenuto da Caloi nel 1943 è stato confermato sia da successive ricerche sismologiche sia dallo studio delle grandi esplosioni (studio condotto da francesi, tedeschi, ungheresi e russi principalmente), come valore predominante in gran parte del continente euro-asiatico, fatta esclusione dei bordi continentali — dove risulta decisamente meno potente — e dei sistemi di montagne, dove forse assume valori più piccoli (almeno come risulta nelle Alpi meridionali). Anche la velocità media di 5,7 Km/sec. ottenuta con gli studi sismici è confermata dalle grandi esplosioni, le quali — in conformità con i dati sismici — forniscono pure valori alquanto minori (5,1 Km/sec).

Vengono riassunti i risultati ottenuti nelle due vie, con particolare riguardo all'Europa centro-meridionale.

ABSTRACT

Not always the results of the interpretation of registrations provoked by earthquakes coincide, in a given region, with those deduced from big explosions. In fact, they ore often in contrast. Bonasse attributed this contrast simply to the fact that the registrations caused by explosions were defective owing to the insufficiency og the energy at play. He was probably right, in any case, for his times. During the recent years, however, the energy obtainable from explosions has been increased enormously and, thus, such registrations are reliable at the outset.

There are, however, other difficulties which concern, in particular, the interpretation of subsequent stages.

In any case, and especially in view of the results obtained recently in America with the registration of big explosions, it seemed that the data supplied by Sesmology would have to be more or less modified. On these pages, it is demonstrated that this does not correspond to the truth. Not, in any case, on the Euro-Asian Continent where no substantial discrepancies exist between the data supplied by seismologic investigations and the data obtained from big explosions. As regards the average thickness of the stratification of the so-called " granite " the figure obtained by Caloi in 1943 (18-20 kilometres) has been confirmed both by the subsequent seismic research and by the study of big explosions (carried out principally by French, German, Hungarian, and Russian scientists) as the thickness predominant on most of the Euro-Asian Continent. The edges of the Continent (where it is decidedly less mighty) are to be excluded together with mountain ranges where it is probably more modest (judging from the southern Alps, at least). Also the average speed of 5,7 kilometres per second ascertained by means of seismic research has been confirmed by big explosions which, in conformity with seismic data, also give considerably lower figures (5,1 kilometres per second).

A summary of the results obtained with the two methods, with particular reference to central-southern Europe, is supplied.

BIBLIOGRAFIA

(1) CALOI, P., *Caratteristiche sismiche fondamentali dell'Europa centrale, quali risultano dallo studio di 17 terremoti centroeuropei*, « Boll. Soc. Sism. It. », **XL**, (1942).

(2) BOUASSE, H., *Séismes et sismographes*, « Delagrave », Paris, 1927.

(3) ROTHÉ, J. P. - PETERSCHMITT, E., *Étude séismique des explosions d'Haslach*, « Ann. Inst. Phys. Globe », **V**, **13**, (1950).

(4) REICH, H. - SCHULZE, G. A. - FÖRTSCH, O., *Das geophysikalische Ergebnis der Sprengung von Haslach im südlichen Schwarzwald.* « Geol. Rundschau », **XXXVI**, (1948.).

(5) REICH, H., *Über seismische Beobachtungen der* Prakla *von Reflexionen aus grossen Tiefen bei den grossen Steinbruch-Sprengungen in Blaubeuren am 4. März und am 10. Mai 1952.* « Geol. Jahrb. », Band 68, Hannover, 1953.

(6) GALFI, J. - STEGENA, L., *Nagymélységü reflexiok Hajduszoboszlo vidékén.* « Geofiz. Közlem », **4**, Budapest, 1955.

(7) GAMBURCEV G. A. - VEIZMAN, P. S. - TULINA, I. V., *La struttura della crosta terrestre nella regione del Tian-Scian settentrionale, secondo i dati del sondaggio sismico di profondità.* «Acc. delle Scienze URSS », **105**, 1, (1955).

(8) PERONACI, F., *Determinazione del valore medio dello spessore dello strato di granito per i tragitti Turkestan-Europa.* « Ann. di Geofisica », **III**, (1950).

(9) WILLMORE, P. L., *Seismic experiments on the North German explosions, 1946 to 1947.* « Phil. Trans. R. Soc. », **CCXLII**, 1949.

(10) SCHULZE, G. A., FÖRTSCH, O., *Die seismischen Beobachtungen bei der Sprengung auf Helgoland am 18. April 1947 zur Erforschung des tieferen Untergrundes.* « Geol. Jahrb. », Band 64, Hannover, 1950.

(11) REICH, H. - FÖRTSCH, O. - SCHULZE, G. A., *Results of seismic observations in Germany on the Heligoland explosion of April 18, 1947.* « Geophys. Research », **XVI**, 2, (1951).

(12) CALOI, P. - MARCELLI, L. - PANNOCCHIA, G., *Ancora sulla velocità di propagazione delle onde superficiali per tragitti subatlantici.* « Ann. di Geofisica », **III**, 2, (1950).

(13) CALOI P. - MARCELLI, L., *Onde superficiali attraverso il bacino dell'Atlantico*, «Ann. di Geof. », **V**, 3, (1952).

Caratteristiche della crosta terrestre dalle Alpi agli Appennini (*)

P. CALOI

Questa vasta zona esige una trattazione a sè.

Gli studi sui terremoti alpini hanno portato alla conclusione che le Alpi sono caratterizzate da terremoti determinati da frattura. Studi particolari su terremoti alpini sono stati condotti specialmente da Hiller, Gräfe, Caloi, Schmerwitz.

Alcuni di detti terremoti hanno interessato le Alpi meridionali. Un'estesa ricerca è stata riservata al forte terremoto del Cansiglio dell'18-X-1936 (1).

Per quanto si riferisce alla stratificazione della crosta terrestre, con metodi diversi sono giunto — in relazione alla zona citata — ai seguenti risultati:

	«granito»	*gabbro (basalto)*
Cansiglio	35 km	10 km

In corrispondenza delle Alpi meridionali quindi la superficie di Mohorovičić risulta ad una profondità di 45 km circa. Gräfe ottenne — per la zona del Tirolo — valori sensibilmente più forti (48 km per il solo strato del granito); ma non sono da escludere, nella sua trattazione, errori di interpretazione, derivanti anche dalle particolari caratteristiche del terremoto da lui studiato.

Ad ogni modo, sembra assodato che, al di sotto del sistema alpino, nel suo complesso la crosta terrestre presenti uno spessore sensibilmente più grande che nel tavolato continentale. Il sistema delle Alpi avrebbe cioè le così dette « radici ». Sono esse essenzialmente costituite dal « granito », o piuttosto, dallo strato intermedio? A prima vista, sembrerebbe vera la prima ipotesi, sebbene recenti esperienze, compiute nelle Alpi meridionali (proprio nei pressi del Cansiglio) tendano a mettere in discussione questa alternativa.

Il primo lavoro sulle caratteristiche sismiche degli Appennini fu compiuto nel 1940 (3-4) e fu dedicato al terremoto dell'Appennino tosco-romagnolo dell'11 Febbraio 1939. Caloi ottenne per lo spessore del granito — per la zona interessata dal terremoto — il valore di 25 km circa. Per la Garfagnana (Alpi Apuane) E. Rosini (5) ottenne un valore di circa 30 km per lo spessore del « granito » e di 15 km circa per quello del « gabbro » (basalto).

Per la Toscana, lo strato del « granito » risulterebbe pertanto da 25 a 30 km (dagli Appennini alle Alpi Apuane), mentre come per le Alpi — la superficie di Mohorovičić risulterebbe a 45 km ca.

Altre ricerche sono state condotte su terremoti avvenuti nell'Italia centrale, con particolare riguardo al Gran Sasso d'Italia, dove lo strato del « granito » è risultato di spessore pari a 25 km ca (6), mentre il basalto (o gabbro) sembra raggiungere spessori alquanto più grandi.

Come per le Alpi che — sulla base di ricerche condotte da Caloi (7) — presentano il massimo spessore in corrispondenza del Tirolo, così gli Appennini sembrano presentare lo spessore massimo in corrispondenza del Gran Sasso d'Italia (8).

(*) Comunicazione presentata all'XI Assemblea Generale dell'U.G.G.I. (Toronto, 1-14 Settembre 1957).

Tra i due sistemi di montagne accennati si estende la valle del Po. Un forte terremoto avvenuto in detta valle — nella zona di Lodi — nel 1951, in circostanze di luogo e di estrinsecazione del tutto eccezionali, ha consentito il rilevamento di preziosi elementi circa la costituzione profonda della crosta terrestre in corrispondenza della Val Padana (9). Riassumo qui di seguito i risultati ottenuti, per quanto concerne lo spessore delle stratificazioni — valori medi, naturalmente —:

	Spessori Km
sedimenti alluvionali	4–6
granito	10
intermedio	7
gabbro?	11

L'esistenza di tre strati sovrapposti (oltre allo strato alluvionale) in corrispondenza della Valle del Po pone il problema della saldatura con le limitrofe stratificazioni montagnose a Nord e a Sud. La crosta terrestre consiste davvero di due soli strati in corrispondenza delle Alpi e degli Appennini? Ciò è molto improbabile, per due motivi almeno.

1. – Ho provato, studiando le onde $C_{i,j}$ che nascono alla base delle stratificazioni della crosta, che esse sono — nelle zone continentali — di tre tipi ($C_{0,1}$; $C_{1,1}$; $C_{2,1}$), corrispondenti cioè a tre superficie di discontinuità (10) (fig. 1).

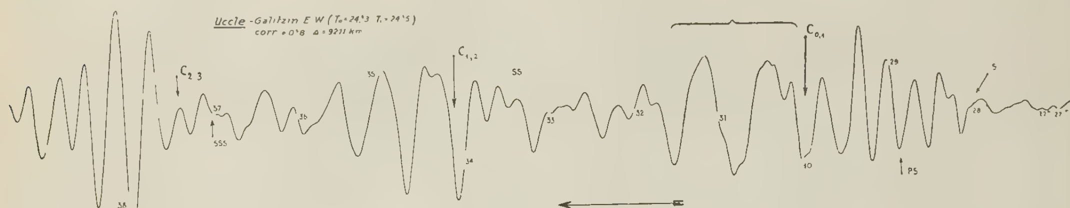


Fig. 1.

A Salò e a Trieste, ai margini meridionali del sistema alpino, nonchè a Bologna, ai margini settentrionali dell'Appenino Tosco-emiliano, vengono registrati frequentemente i tre tipi accennati di onde $C_{i,j}$.

2. – Nel Febbraio 1957 ebbi occasione di registrare nella Valle del Vajont (affluente del Piave), con l'ausilio di un vibrografo « Askania », le vibrazioni destate dall'esplosione di una mina di circa 20 q. d'esplosivo. A circa 4,5 sec. dall'inizio (fig. 2), si ebbe la registrazione di chiare oscillazioni, attribuibili a riflessione sulla sottostante superficie di discontinuità. Poichè la velocità per le onde Pg nella zona è dell'ordine di 5,7 km/sec, ne consegue per detta superficie di discontinuità la profondità di 13 km ca. Osserviamo che, il forte terremoto del Cansiglio dell'8-X-1936 ebbe a verificarsi una quindicina di chilometri più a Sud, ad una profondità di 17 km circa.

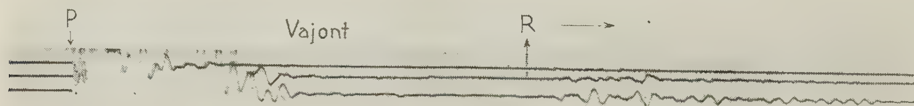


Fig. 2. – Registrazione di una grossa esplosione nella zona di Longarone (1/9 circa dell'originale).

È quindi probabile che lo strato del « granito », il cui spessore fu valutato per la zona in 35 km, risulti in realtà di due strati sovrapposti: lo strato esterno del « granito » — spessore di 15 km ca. — seguito dallo strato intermedio di 20 km circa (fig. 3). In tal modo la continuità delle stratificazioni profonde, almeno verso il

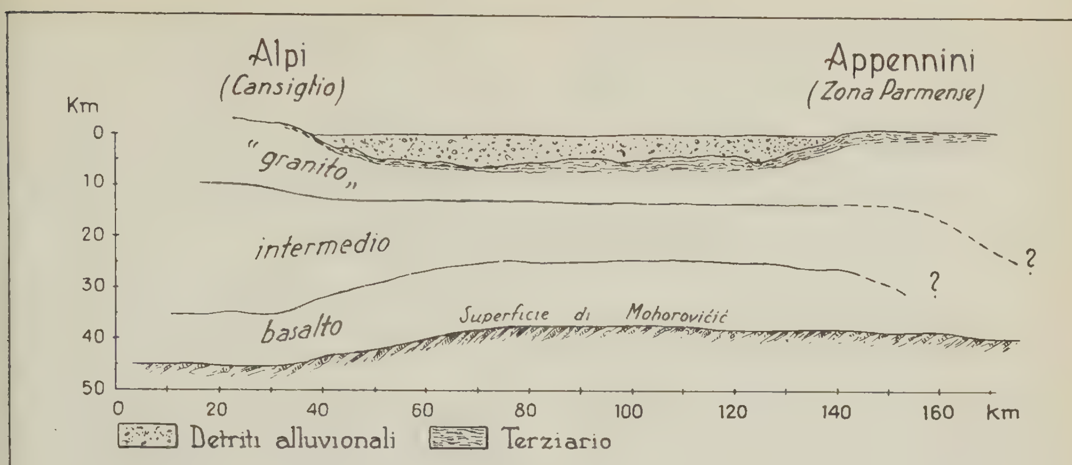


Fig. 3

sistema alpino, può ritenersi effettiva: la « radice » delle Alpi — ameno per la zona del Cansiglio — sarebbe costituita dagli strati basaltici, mentre lo strato del « granito » vi figurerebbe piuttosto sollevato, nei riguardi dei valori medi attribuibili a detta stratificazione nella zona continentale in genere.

RIASSUNTO

Il problema delle « radici » delle montagne è ancora controverso. La loro esistenza è stata confermata da Gutenberg per la catena del Nevata e da Caloi per le Alpi e gli Appennini. Altri hanno negato la loro realtà. Sembra però ormai fuori di dubbio che in corrispondenza dei sistemi di montagne la crosta terrestre presenta i massimi spessori.

Anche le esperienze condotte su grandi esplosioni — specie quelle compiute dai russi — conducono alla stessa conclusione.

Restava piuttosto da stabilire quale delle tre stratificazioni costituenti la crosta terrestre costituisce la così detta « radice ». In un primo tempo, per quanto concerne le Alpi, sembrava che il « granito » costituisse la vera e propria radice. Recenti esperienze, condotte nelle Alpi meridionali (a Nord del Cansiglio) provano pero che — quello precedentemente considerato come strato unico, consiste realmente di due strati sovrapposti: il « granito » e lo strato intermedio. Lo strato esterno del granito ha uno spessore di 13 Km. ca., inferiore quindi alla media continentale di questo strato: pertanto nelle Alpi meridionali almeno — la « radice » risulta costituita dallo strato intermedio.

Per l'Appennino è probabile una soluzione analoga: ad ogni modo, anche in corrispondenza dell'Appennino centrale la crosta terrestre si presenta con uno spessore complessivo nettamente superiore a quello ammesso per le zone continentali.

Nel lavoro sono pure riportate le caratteristiche sismiche fondamentali della Valle padana.

ABSTRACT

The problem of the " roots " of mountains is still a controversial one. Their existence has been confirmed by Gutenberg as regards Nevada and by Caloi as regards the Alps and the Apennines. Others have denied their existence. It seems, however, an undoubted fact that beneath mountain ranges the earth's crust is endowed with maximum thickness.

Studies of big explosions, especially those accomplished by Russian scientists, have also led to the same conclusion.

It remained, nevertheless, to establish which of the three stratifications making up the earth's crust constitutes the so-called " root ". At first, as far as the Alps are concerned, it seemed that " granite " constitutes a root true and proper. Recent experiments conducted in

the southern Alps (north of Cansiglio) have shown, however, that what had been previously considered a single stratum, consists in reality of two strata situated one above the other: the "granite" and the intermediate stratum. The outer stratum of granite is about 13 kilometres thick and, thus, it is thinner than the average continental stratum. Thus, at least in the southern Alps, the "root" appears to consist of the intermediate stratum.

A similar solution is probable in the case of the Apennines; in any case, beneath the central Apennines too the earth's crust appears to have an average thickness quite definitely greater than that accepted in the case of continental areas.

The present study lists also the fundamental seismic features of the Valley of the Po.

BIBLIOGRAFIA

(1) Caloi, P., *Ricerche su terremoti ad origine vicina. Scosse del Cansiglio dell'Ottobre 1936.* « Ricerca Scientifica », **IX**, (1938).

(2) — *Caratteristiche sismiche fondamentali dell'Europa centrale.* « Boll. Soc. Sismol. It. », **XL**, (1942),

(3) — *Il terremoto dell'Appenino tosco-romagnolo dell'11 Febbraio 1939.* « La Ric. Scientifica », **X**, (1939).

(4) — *Caratteristiche sismiche dell'Appennino tosco-romagnolo.* « La Ric. Scientif. », **XI**, (1940).

(5) Rosini, E., *Il terremoto della Garfagnana del 15 Ottobre 1939.* « La Ric. Scient. », **XI**, (1940).

(6) Di Filippo, D. - Marcelli, L., *Uno studio del terremoto del Gran Sasso d'Italia del 5 Settembre 1950.* « Annali di Geofis. », **IV**, (1951).

(7) Caloi, P., *Sulla velocità di propagazione delle onde P* e sullo spessore dello strato del granito nell'Europa centrale.* « La Ric. Scient. », **XI**, (1940).

(8) Di Filippo, D. - Marcelli, L., *Tempi di tragitto delle onde P* e spessore dello strato del granito nell'Italia Centrale.* « Ann. Geofis. », **IV**, (1951).

(9) Caloi, P. - De Panfilis, M. - Di Filippo, D. - Marcelli, L. - Spadea, M. C., *Terremoti della Val Padana del 15-16 Maggio 1956.* « Ann. Geofis. », **IX**, (1956).

(10) Caloi, P., $C_{i,j}$. « Ann. Geofis. », **VIII**, (1955).

Sulla dispersione delle onde sismiche nell'ambito delle altissime frequenze (*)

P. CALOI

1. – Dal 1949 sto conducendo, per conto di una Società Idroelettrica (la Società Adriatica di Elettricità di Venezia), alcune ricerche di carattere geofisico, con particolare riguardo alle caratteristiche elastiche della roccia in diverse strette di valli alpine e prealpine, e al comportamento di grandi dighe di sbarramento sotto l'azione del bacino idrico, della temperatura o di altre cause.

La liberalità dell'Ufficio Studi di detta Società mi consente di condurre le ricerche in modo da trarne il massimo profitto, anche dal punto di vista strettamente scientifico.

Ciò sta dando i suoi frutti, sotto forma di risultati che vado riassumendo da qualche anno e che via via esporrò successivamente.

Qui mi limito ad accennare ad uno di tali risultati, che ritengo di particolare interesse per i riflessi che esso ha sulla natura non esclusivamente elastica del materiale costituente la crosta terrestre.

2. – In parecchie valli alpine ho avuto occasione di determinare la velocità di propagazione delle onde sismiche, destate da piccole esplosioni, lungo brevi tragitti che, nel loro insieme, venivano a costituire l'inviluppo di una sezione trasversale di una valle.

Altri tragitti riguardavano brevi tratti longitudinali della valle stessa, dai bordi esterni al fondo.

Devo precisare che l'interpretazione delle registrazioni veniva fatta *singolarmente* e le velocità calcolate caso per caso, senza mediare cioè mediante dromocrone. Le distanze prese in esame variavano fra 50 e 200 m circa, in media. Oltre alle velocità, venivano annotati anche i periodi delle onde longitudinali e trasversali.

3. – L'esame dei dati ottenuti ed elaborati mi ha condotto alle seguenti considerazioni:

a) In alcune valli delle Prealpi (Valle del Mis: presso Belluno, in prossimità della valle del Cordevole —, Valle dell'Ambiesta: affluente del Tagliamento, nei pressi di Tolmezzo —, Val Gallina: affluente del Piave, nei pressi del lago di Santa Croce —, Valle del Glagnò: affluente del Fella, nei pressi di Carnia —, Val Cellina ecc.), le velocità di propagazione osservate per le onde longitudinali non superano mai i 5 km/sec e possono assere anche sensibilmente inferiori a tale limite.

Inoltre, i periodi associati non scendono mai al di sotto di 1/100 di secondo e possono essere invece sensibilmente superiori.

Si tratta generalmente di valli poco profonde e relativamente larghe, nelle quali il lavoro dell'erosione non appare eccessivamente penetrante.

b) In altre valli invece si sono ripetutamente osservati valori altissimi per la velocità di propagazione delle onde longitudinali: valle del Lumiei: affluente del Tagliamento, sopra Ampezzo carnico —, alta valle del Chiarzò, in località Zermula: affluente del But-Tagliamento, nei pressi di Paularo —, valle del Vinadia: affluente

(*) Comunicazione presentata all'XI Assemblea Generale dell'U.G.G.I., (Toronto, 1-14 Settembre 1957).

del Tagliamento —, valle del Piave: nei pressi di Pieve di Cadore —, valle del Vajont: affluente del Piave, nei pressi di Longarone —, valle del Maè: affluente vere forre penetranti nel vivo della montagna (vedasi il Vajont, Zermula, il Lumiei, ecc.). Inoltre sono sovrastate da montagne quasi sempre di quota elevata.

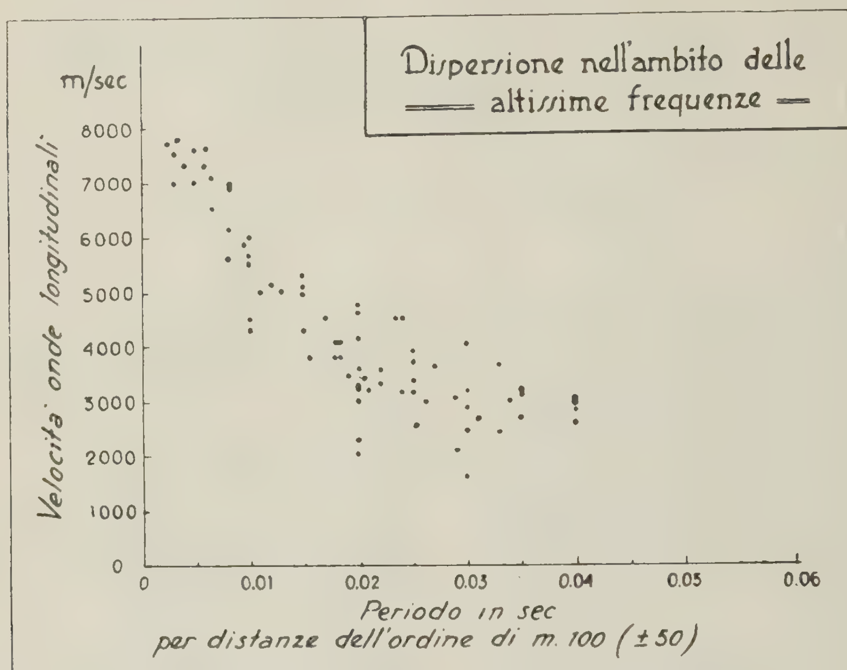


Fig. 1

del Piave, nei pressi di Forno di Zoldo —, Marmolada: ad oltre 2600 m di quota, nei pressi del Pian dei Fiacconi —, Valle del Leno (Vallarsa): affluente dell'Adige, nei pressi di Parrocchia di Vallarsa —, Cordevole, presso Caprile, —, Travignolo, presso Belladonna (Rolle), ecc.

Le velocità in dette valli possono raggiungere valori di 7-7,5 km/sec ed anche superiori.

I periodi associati non superano 0,005 sec e possono arrivare a 0,002 sec.

I valori citati vengono generalmente osservati sul fondo valle (Pieve di Cadore, Zermula, Vajont, Valle del Leno ecc.) od anche su pareti a picco (Vajont, Lumiei, Maè, ecc.) od anche in alta montagna, alla base di ghiacciai (Marmolada).

Si tratta generalmente di valli profonde, strette, nelle quali l'erosione ha compiuto poderosi lavori di penetrazione, creando

4. – Qui sorge spontanea una domanda. Gli elevatissimi valori osservati per la velocità delle onde longitudinali (e trasversali) hanno reale consistenza? E, in questo caso, come possono conciliarsi con i valori forniti dagli studi sismici, condotti su terremoti che hanno interessato le stesse zone?

Sulla bontà e fedeltà delle registrazioni posso dare le massime garanzie; come sul calcolo dei tempi di trasmissione, misura delle distanze, ecc. Inoltre, va sottolineato che — appunto per l'eccezionalità dei valori in più parti trovati — le esperienze vennero ripetute più volte, nelle stesse condizioni e nei stessi luoghi, a distanza di anni: sempre con gli stessi risultati.

D'altronde, in ricerche sismologiche precedenti, condotte su terremoti che riguardano la zona interessata in modo specifico (terremoto del Bellunese dell'8-VI-1934, forte terremoto del Cansiglio (¹) del 18-X-

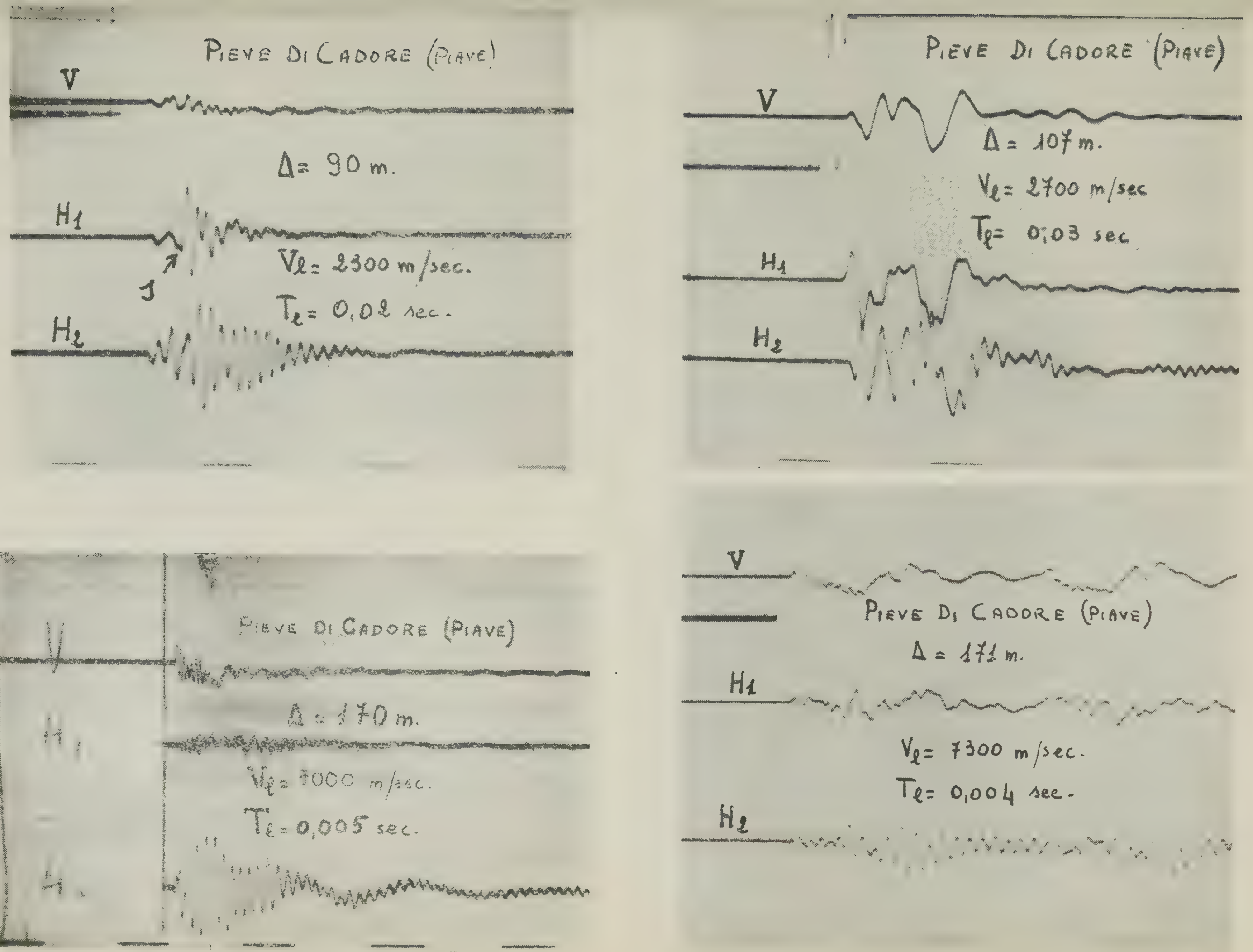


Fig. 2. – Dispersione (impropriamente detta anarmale) nella stretta del Piave a Pieve di Cadore.

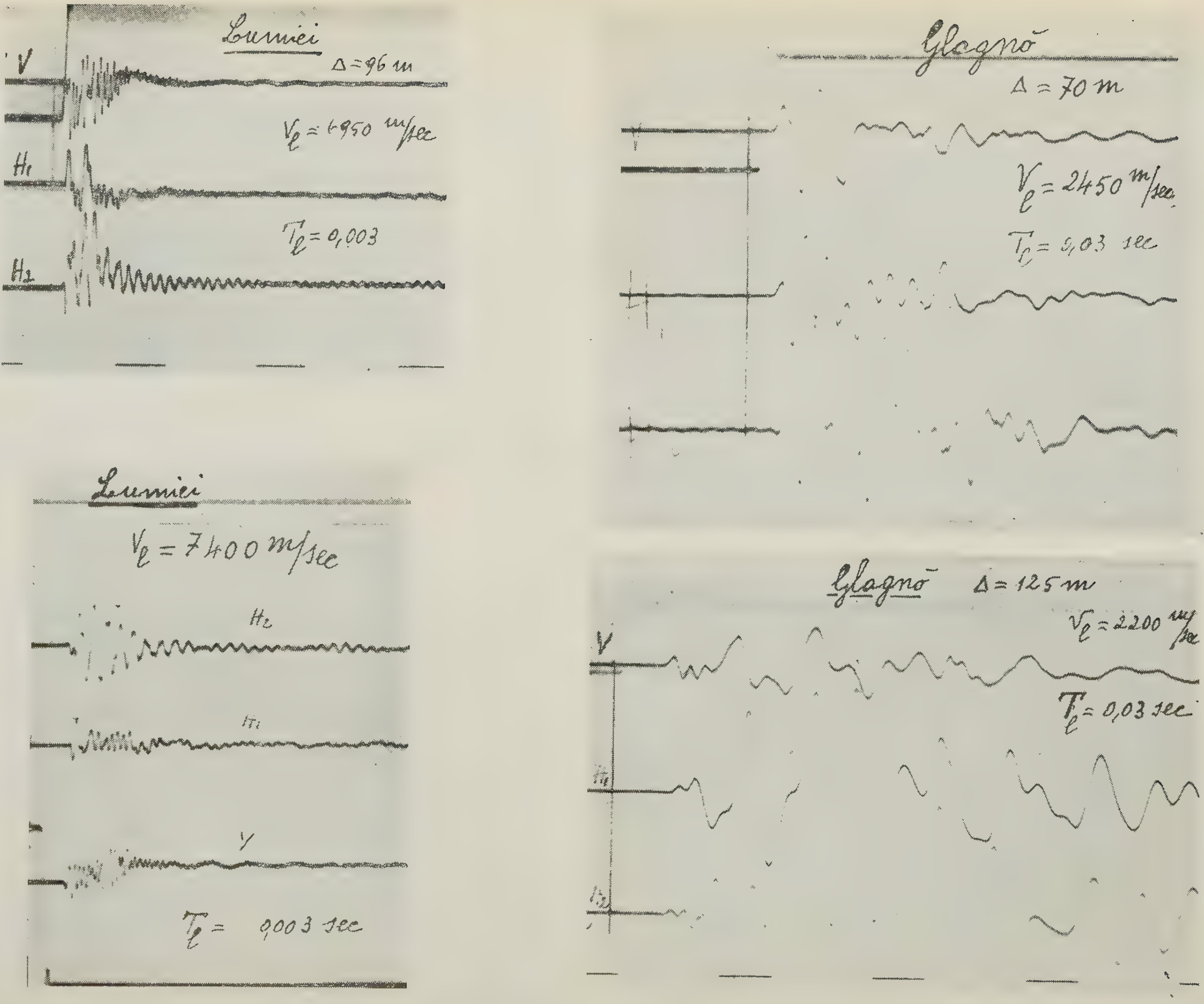


Fig. 3. – Dispersione in due diversi valli dell'alta Carnia

1936, ecc.), la velocità delle onde Pg è risultata concordemente di 5.7 km/sec., ben inferiore quindi a quelle sopra riportate.

Valori, come quelli sopra riportati, sono caratteristici dello strato-base della crosta terrestre, a profondità medie di 30 km, mentre, nel caso in esame, sono stati osservati in superficie.

Va ancora tenuto presente che le osservazioni di cui sopra non hanno carattere accidentale o di esclusività di una zona ristretta: esse interessano località sparse su una vasta regione alpina: da Zermula, nelle Alpi Carniche, a Vallarsa nelle Prealpi trentino-veronesi.

I valori elevatissimi riportati, con riferimento alla base delle valli prealpine od alpine od alle alte quote, più denudate dall'erosione, mal si conciliano, evidentemente, con quelli tratti dalle ricerche sismologiche vere e proprie. La sismologia prova che tali valori si riscontrano per profondità dell'ordine di 30 km almeno: sono, in altri termini, caratteristici delle più basse stratificazioni della crosta terrestre.

Tali stratificazioni d'altronde, non possono pensarsi affioranti in corrispondenza delle Alpi, nell'ambito delle quali numerose ricerche sismologiche hanno mostrato velocità medie dell'ordine di 5,7 km/sec.

D'altra parte, l'esistenza di quei valori non può essere messa in dubbio. Deve pertanto intervenire un'« effetto » che ne consenta una spiegazione. E qui un fatto innegabile va subito sottolineato: *le massime velocità osservate sono associate alle massime frequenze.* Ciò ho avuto modo di constatare non sporadicamente, bensì *sistematicamente.* Le figg. 1-5 ne forniscono un saggio evidentissimo. Questo assodato, restava da vedere quale teoria contempla un effetto del genere, per i piccoli periodi. Malgrado il vento di fronda che taluno ha agitato recentemente su di essa, sono stato costretto — ancora una volta — a far ricorso alla teoria della propagazione in mezzi elastici, che ammettono attrito interno (firmo-elasticità). Con essa, avevo già spiegato (²), fra l'altro, come avviene l'estinzione delle onde di Rayleigh, con risultati in pieno accordo con l'osservazione.

Ho fatto ricorso alla stessa teoria, con le opportune modifiche, suggerite dal fatto che qui si tratta di onde spaziali. A questo riguardo, soccorre un lavoro di Kubotera (³). Partendo dalla teoria sviluppata da Toda per mezzi firmo-elastici, si trova che la velocità V_P delle onde longitudinali viene impressa da

$$V_P^2 = \frac{1}{\varrho K_S} + \frac{4}{3}\,\frac{\mu}{\varrho}\,\frac{\omega^2 \tau^2}{1+\omega^2 \tau^2}\,, \quad [1]$$

essendo ϱ la densità, K_S la compressibilità statica, μ la rigidità, τ il tempo di rilassamento per tensioni tangenziali e $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, essendo T il periodo dell'onda.

La velocità delle corrispondenti onde trasversali è espressa da

$$V_S^2 = \frac{\mu}{\varrho}\,\frac{\omega^2 \tau^2}{1+\omega^2 \tau^2}\,. \quad [2]$$

In entrambe le espressioni, la velocità dipende da ω.

Se k è il coefficiente di attenuazione dipendente dalla firmoviscosità del mezzo, partendo dal modello di Toda, Kubotera ottiene la seguente relazione approssimata fra k e le costanti viscoelastiche:

$$k = \frac{2}{3}\,\frac{1}{V_P}\left(\frac{V_S}{V_P}\right)^2 \frac{1}{\tau}\,. \quad [3]$$

Il valore di k è stato da me determinato per le onde di Rayleigh e — per i grandi periodi — è risultato conforme a quello dato dalle osservazioni. Mancavano confronti con i brevi periodi: dai risultati ottenuti da Kubotera appare evidente la validità della teoria anche per i più piccoli periodi. Come del resto appare chiaro dai valori calcolati da Kubotera (pag. 32), per i periodi molto piccoli (quali sono quelli che si osservano nelle registrazioni delle esplosioni) i valori di k relativi alle onde longitudinali e a quelle di Rayleigh sono dello stesso ordine di grandezza. Pertanto nella [3], per la determinazione di τ relativo ad un dato periodo, mi sono valso dei corrispondenti valori di k, a suo tempo da me calcolati (²).

Tenendo conto dei valori elevati che ω assume nel caso delle esplosioni, la velocità delle onde longitudinali nelle esplosioni potrà essere espressa da:

$$V_{P\,es.}^2 = \frac{1}{\varrho K_S} + \frac{4}{3}\,\frac{\mu}{\varrho}\,.$$

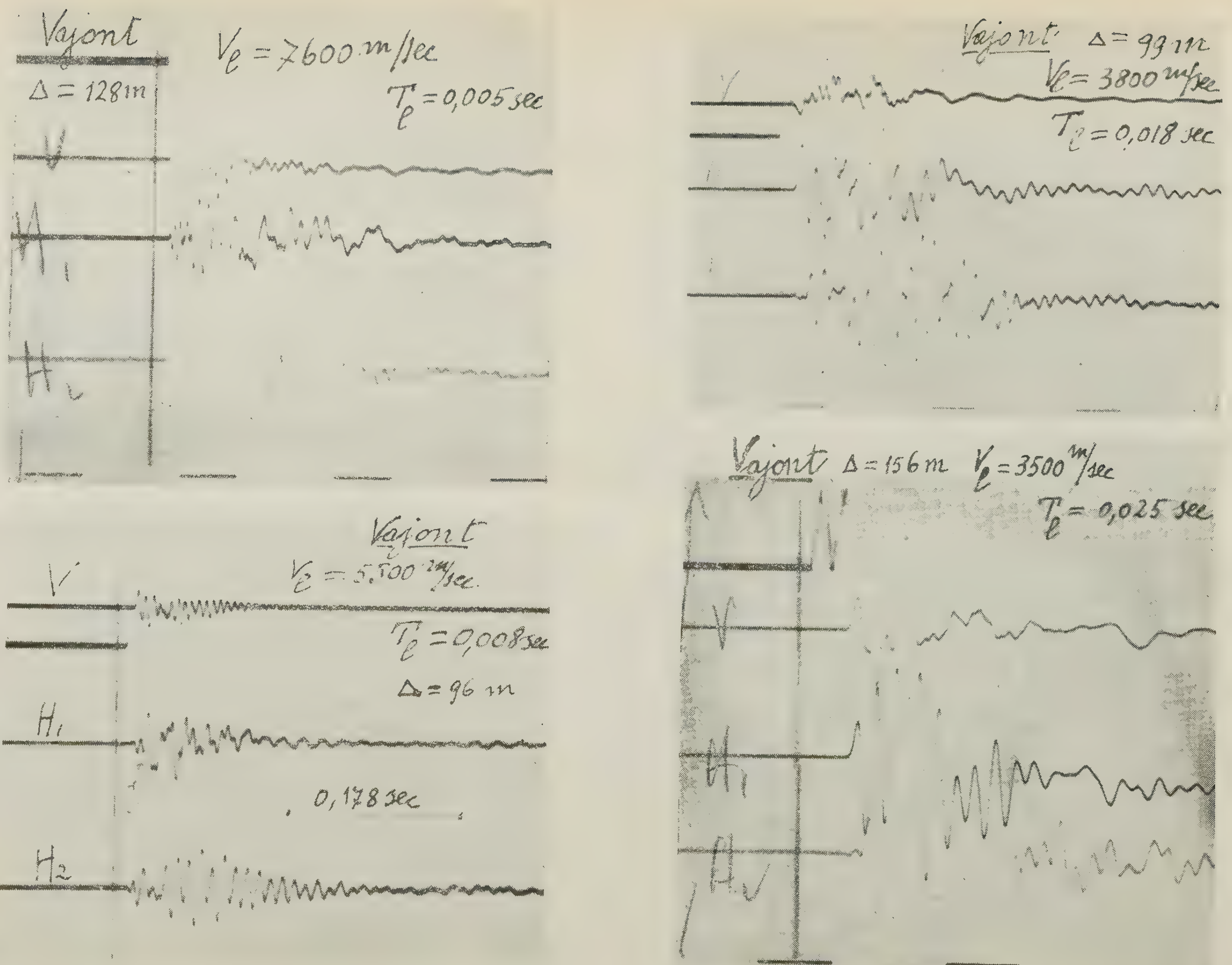


Fig. 4. – Dispersione nella stretta del Vaiont, dal fondo valle al margine superiore.

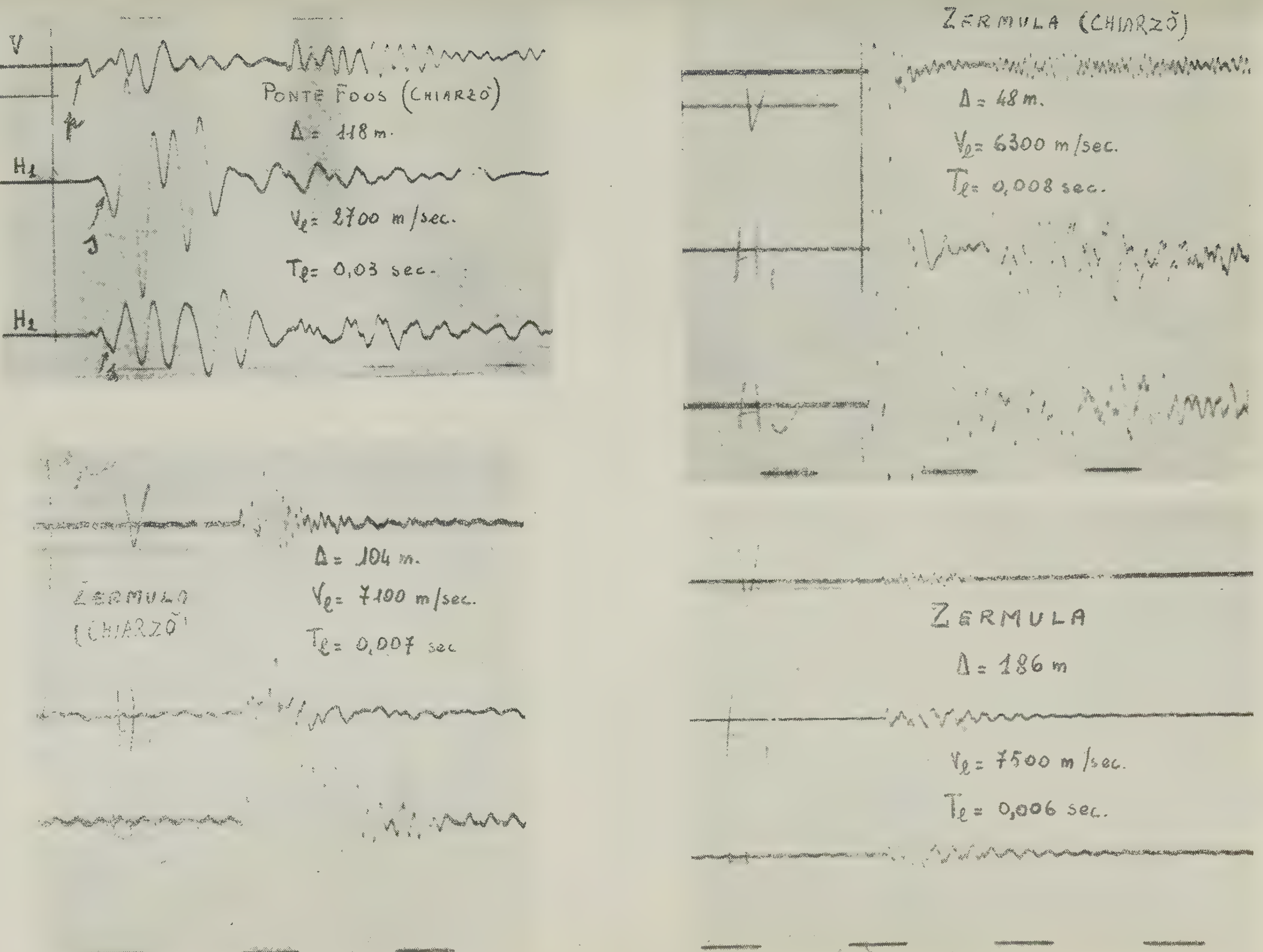
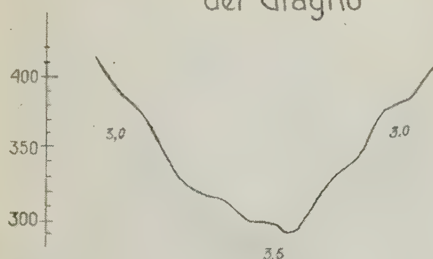
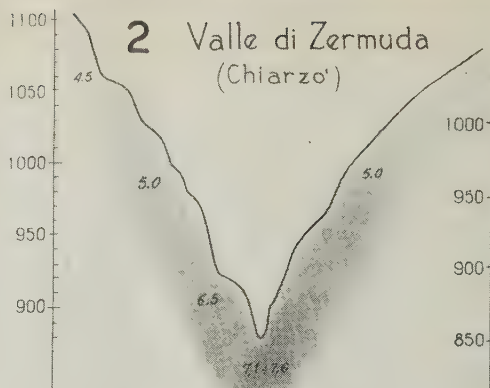
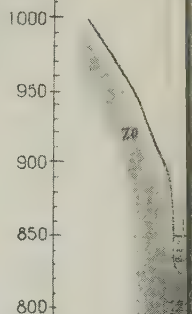
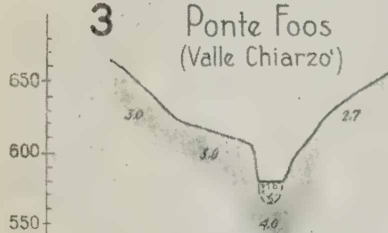


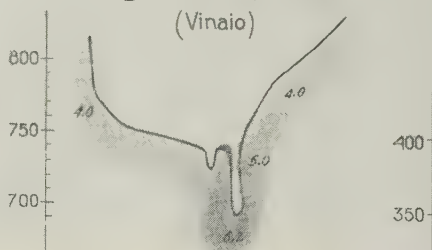
Fig. 5. – Dispersione in due valli vicine nell'alta Carnia.

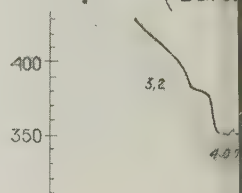
















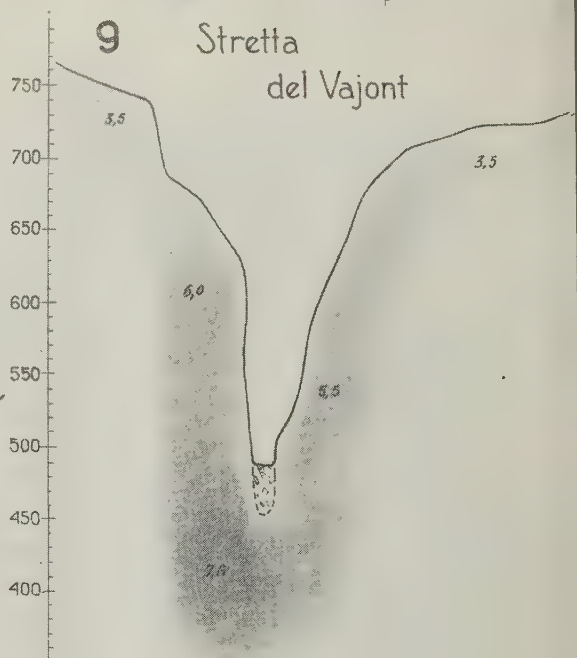
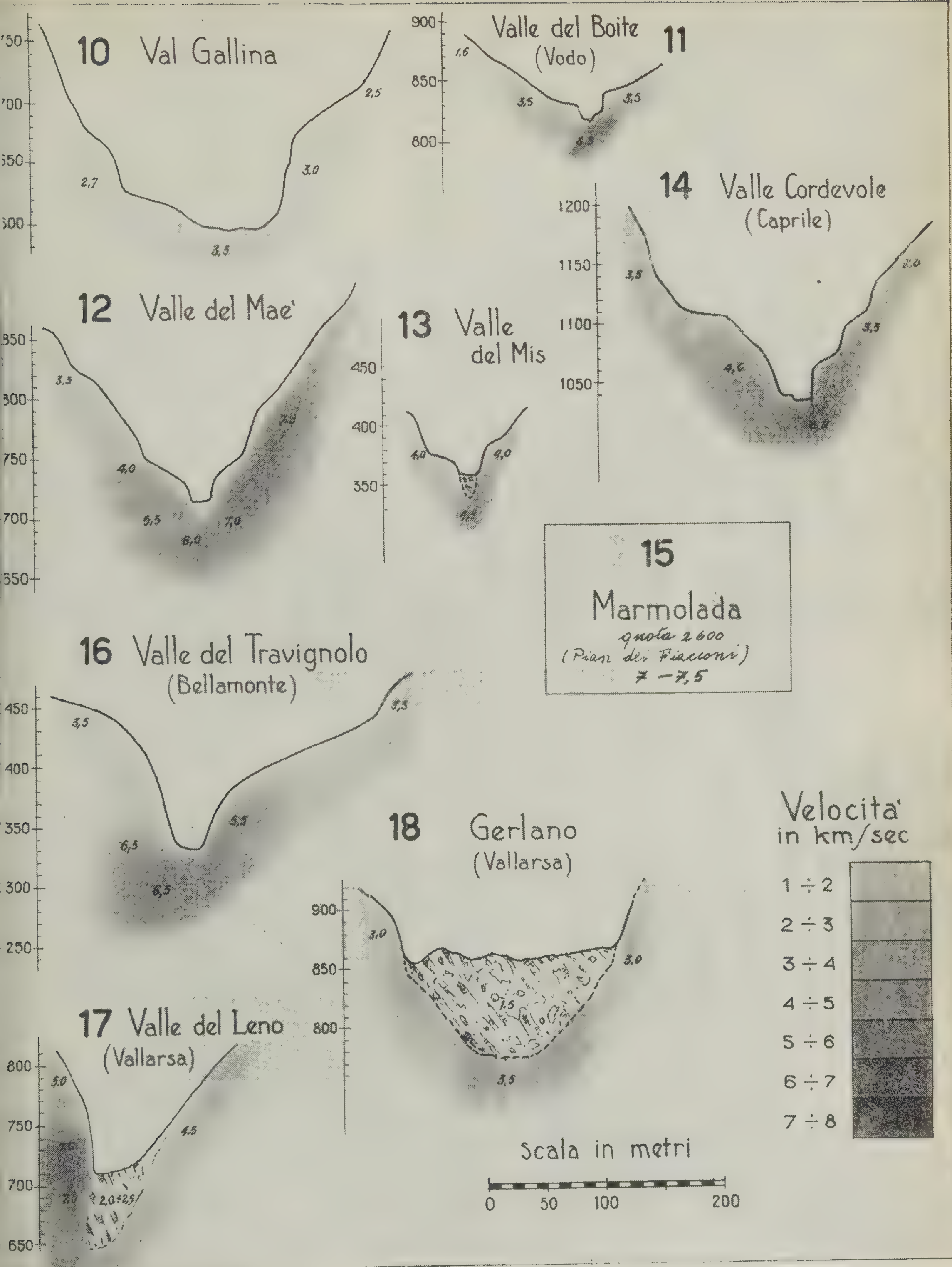


Fig. 6. – Valli nelle Alpi centro-orient



furono eseguite esperienze geosismiche.

Possiamo pertanto legare le velocità delle onde longitudinali, quali si osservano nei terremoti naturali e nelle esplosioni, con la relazione

$$V^2_{P\,\mathrm{sis.}} = V^2_{P\,\mathrm{es.}} - \frac{4}{3}\,\frac{\mu}{\varrho}\,\frac{1}{1+\omega^2\tau^2}\,, \quad [4]$$

dove $\frac{\mu}{\varrho}$ esprime il quadrato della velocità delle onde trasversali destate da esplosioni.

Ho applicato la [3] e la [4]. Mi limito a riportare qui i risultati relativi alle massime frequenze, come quelli che più ci interessano.

le esperienze e le valli in corrispondenza delle quali sono stati osservati i valori per le velocità, ivi riportate (nel loro valore medio).

La teoria della firmo-elasticità, come si è visto, spiega come i valori massimi osservati (intorno ai 7 km/sec) siano riportabili ai valori *sismologici*, propri dello strato del « granito ».

Tale strato quindi, in molte località delle Alpi e delle Prealpi, si trova pressochè affiorante, anche a grandi quote (Marmolada), mentre in altre, le registrazioni ottenute lo danno alla profondità di 2-3 km (Mis, Travignolo, ecc.).

	V_P	
	Calcolanti	*Osservanti* (*tenendo conto effetto attrito interno*)
Lumiei (valle e fondo valle)	6.9	5.7
	6.9	5.7
	6.9	5.7
	6.95	5.8
	7.4	6.0
	7.5	6.1
Pieve di Cadore	7.3	6.0
	7.0	5.65
Vajont (valle e fondo valle)	7.6	6.3
Pontesei (Val Zoldana–sperone, sponda sinistra e fondo valle)	7.5	6.0
	6.7	5.6
Travignolo (fondo valle)	6.6	5.3
Caprile (sperone sponda sinistra)	6.0	5.0
Zermula (Alta Carnia-fondo valle)	6.5	5.2
	7.1	5.9
	7.6	6.3
Speccheri (Vallarsa sperone fondo valle)	7.3	6.3

In media, risulta un valore di 5,8 km/sec.

Naturalmente, ciò che conta in questo genere di calcoli è l'ordine di grandezza dei valori ottenuti e questo non potrebbe essere più significativo.

Nelle figg. 7 e 6 sono riportate le località alpine e prealpine, dove sono state eseguite

Concludendo, le ricerche vibrografiche condotte nell'ambito di numerose valli Alpine — collegate con quelle eseguite su terremoti della Val Padana —, hanno consentito di trarre due notevoli conclusioni:

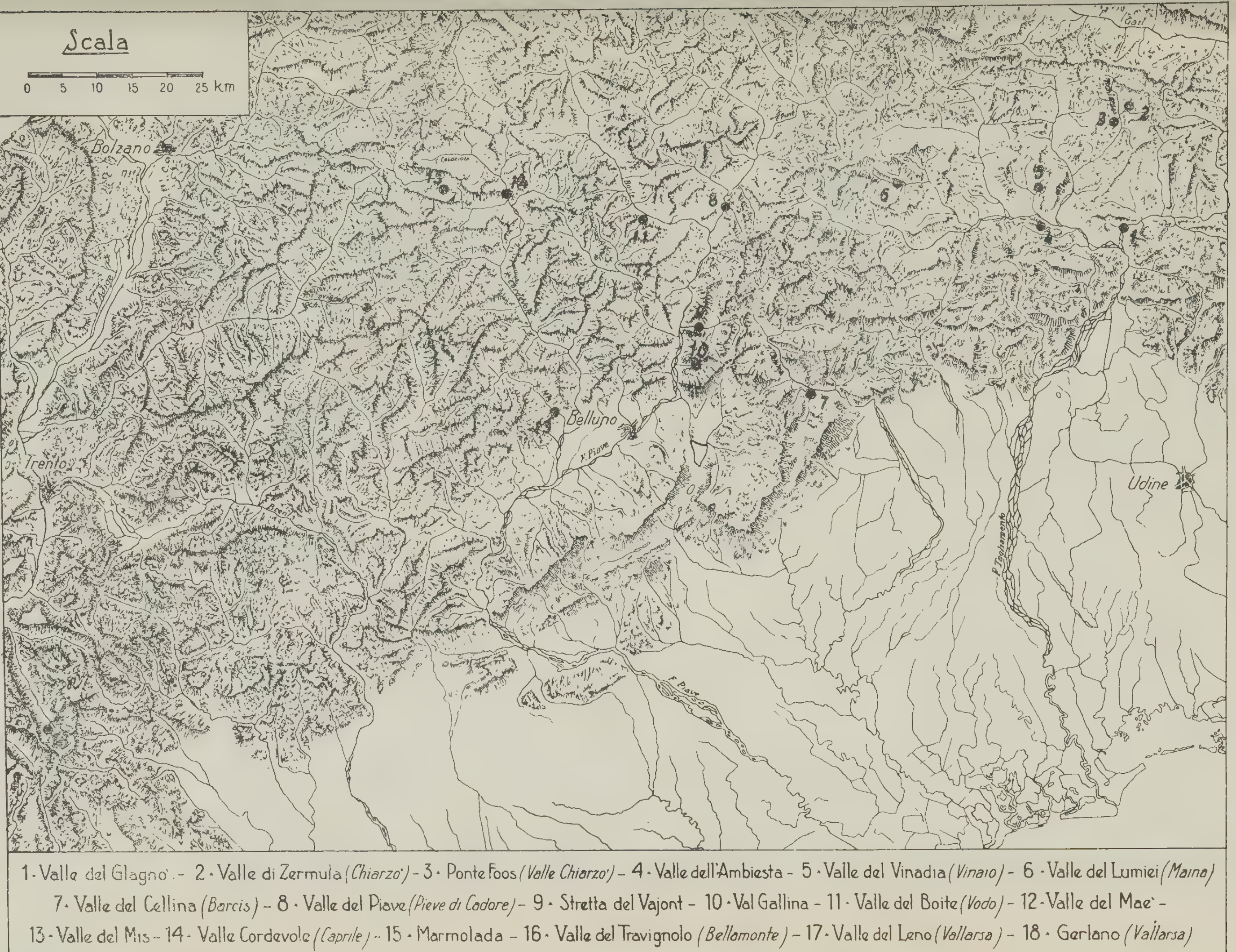


Fig. 7. – Località alpine, nelle quali si trovano le valli, di cui alla fig. 6.

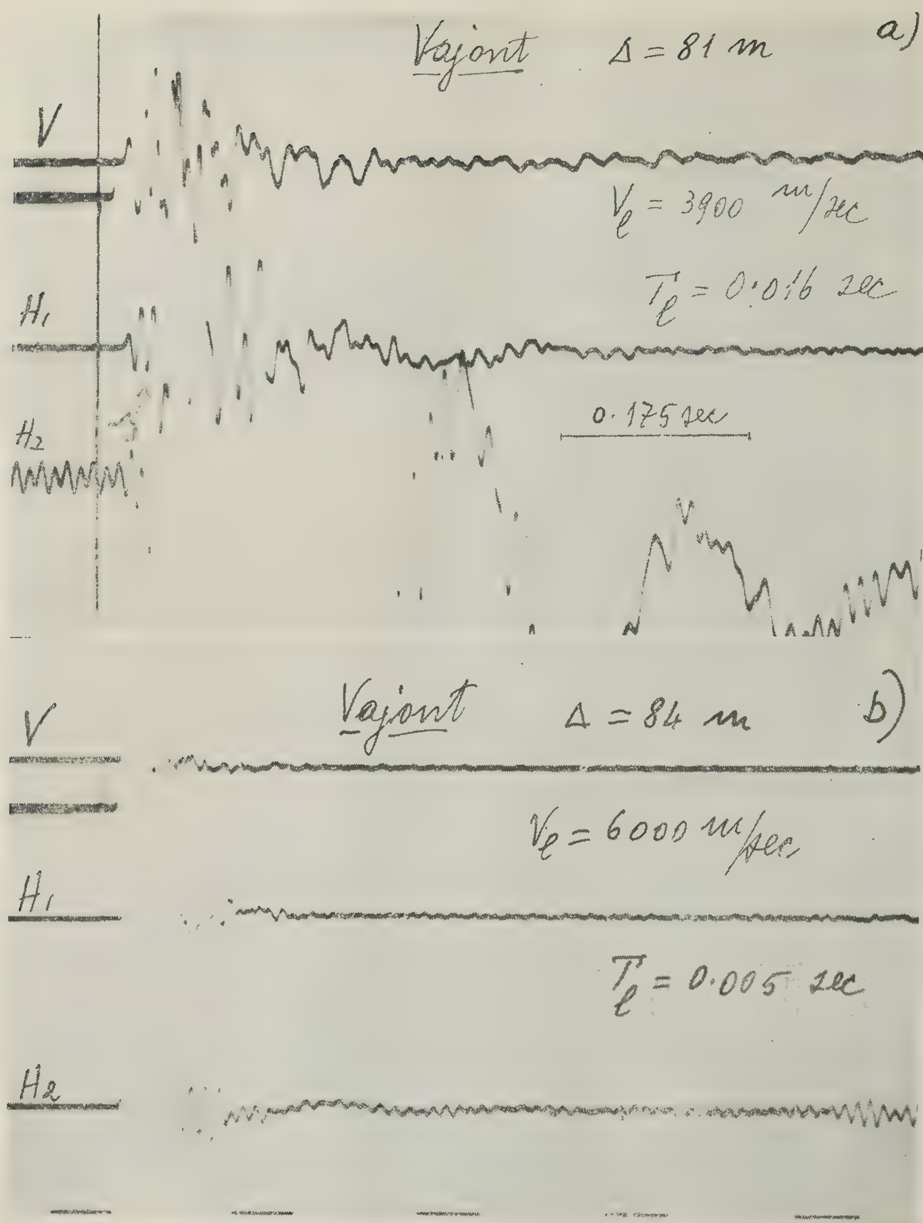


Fig. 8. – *a*) Registrazioni ottenute prima delle prove di consolidamento; *b*) Vibrogrammi avuti dopo le iniezioni di cemento in roccia.

a) Nei fenomeni sismici esiste realmente dispersione, nel senso che le *massime velocità* sono collegate alle *massime frequenze*: e quanto più compatta è la roccia tanto maggiori possono essere le frequenze (e quindi le velocità) in essa destate e tanto minori (a parità di altre condizioni) le ampiezze provocate.

Questo fenomeno, del resto, assume carattere generale nella Fisica, tanto che questa specie di dispersione non è più ritenuta — dai fisici — anomala, bensì *normale dispersione*.

Si sa p. es. che, nella ionizzazione provocata da raggi X, la velocità massima degli elettroni espulsi è in rapporto con la

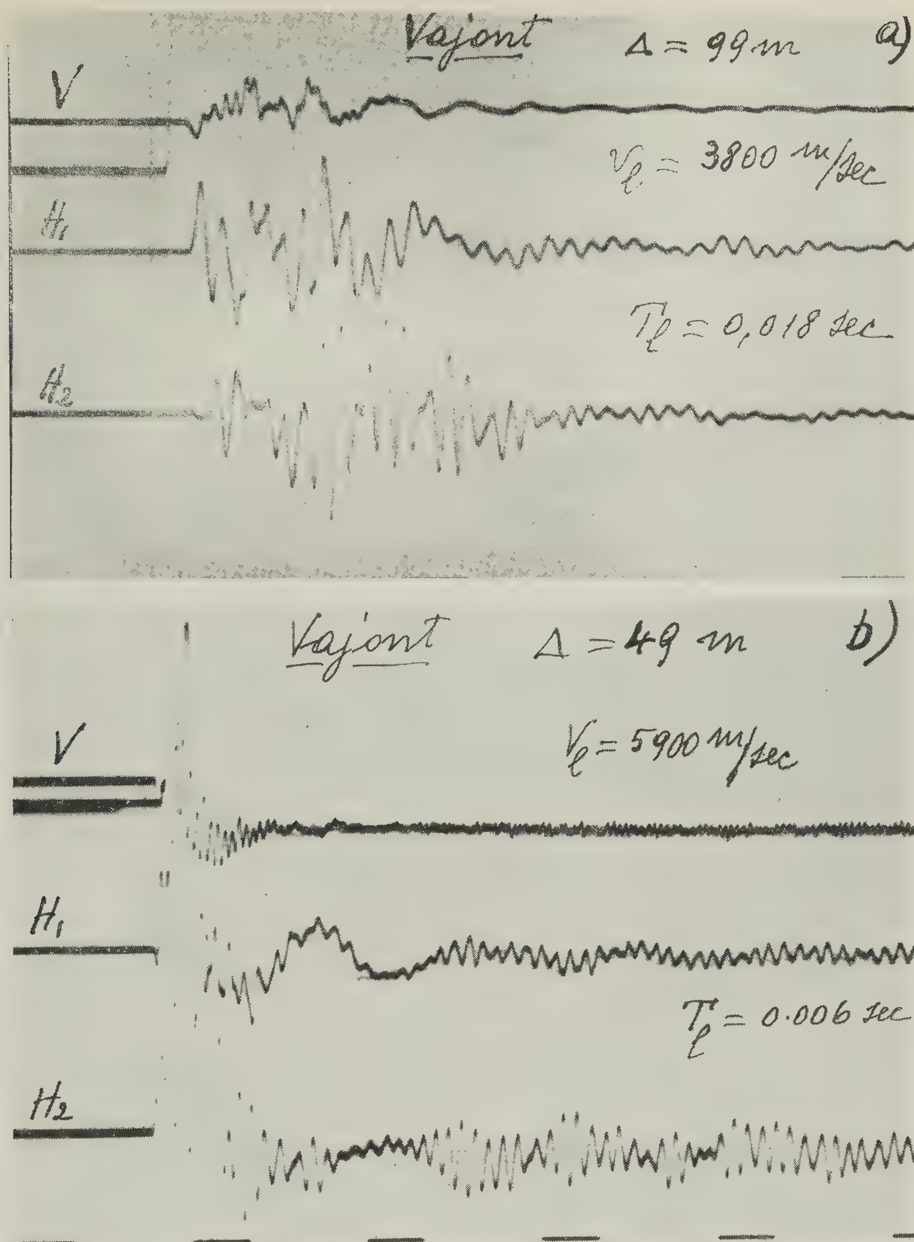


Fig. 9. – *a*) Vibrogrammi registrati prima del consolidamento; *b*) vibrogrammi ottenuti dopo le iniezioni di cemento in roccia.

lunghezza d'onda dei raggi X, nel senso che il massimo di velocità è tanto più elevato quanto più corta è la lunghezza d'onda. Questa legge è comune anche alla produzione dei raggi X, che si realizza quando dei raggi catodici urtano un ostacolo: a una maggior velocità dei raggi catodici, corrisponde infatti una più breve lunghezza d'onda per i raggi X.

Del resto, fenomeni analoghi si verificano pure nella teoria ondulatoria della materia e nell'energia dei quanti, che risulta propor-

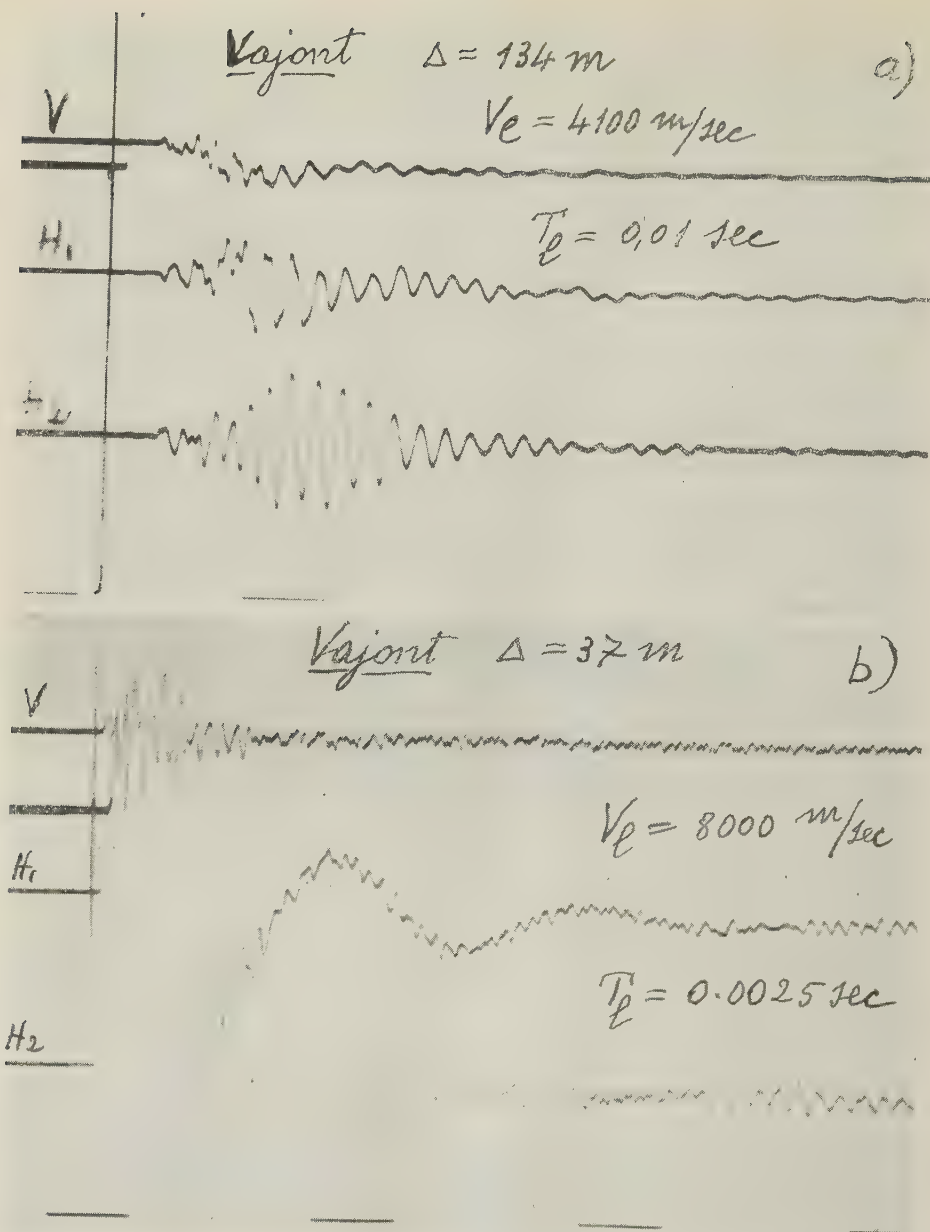


Fig. 10. — *a)* Vibrogrammi in roccia non ancora consolidata; *b)* Vibrogrammi dopo il consolidamento per iniezione di cemento.

zionale alla frequenza della radiazione, di cui essa si considera la trasformazione. Ogni dominio della Fisica — fatte, naturalmente, le opportune modifiche —, presenta fenomeni simili, tanto che Sir George Thomson riconosceva che questa legge conta fra le più feconde della fisica moderna.

La teoria della firmo-elasticità (sulla base dei forti coefficienti d'assorbimento, collegati alle più forti frequenze) permette di provare che le massime velocità osservate sono riducibili — sismologicamente parlando — alle velocità osservate nei terremoti, per frequenze abituali.

b) Nel sistema alpino — almeno nella sua parte centro-orientale-meridionale —, il così detto strato del granito affiora in superficie in più posti (specie nelle valli più profonde), anche a notevoli quote.

5. – Ogni mezzo, evidentemente, presenta un limite massimo di dispersione, legato alla sua natura fisica.

Si è visto che, nei mezzi con i quali si è sperimentato — calcari in genere, dolomia in particolare — tale limite si aggira sugli 8 km/sec. Per periodi superiori a 0.02 di secondo la dispersione si riduce moltissimo. Essa, in tutti i casi, cessa a brevissima distanza (poche centinaia di metri), a causa dell'elevatissimo coefficiente di estinzione, cui sono soggette le altissime frequenze [2].

Potrà meravigliare il fatto che tale dispersione non sia stata osservata nelle normali esperienze di prospezione sismica, mediante l'uso dei geofoni. Va osservato, a questo riguardo, che i filtri d'onde, di cui si fa uso in tali esperienze, comportano un più o meno sensibile ritardo nella propagazione, oltre costituire un ostacolo per certe gamme d'onda. L'esistenza dei gavanometri è poi sorgente, a sua volta, di altre cause di ritardo.

Le registrazioni da me eseguite sono state ottenute con vibrografi «Askania», nei quali interviene esclusivamente un'amplificazione ottica, con esclusione quindi di amplificazioni galvanometriche.

Va ancora notato che, nelle esperienze di laboratorio, ci si limita a campioni di roccia, di limitate dimensioni. È inevitabile che tali campioni siano alterati nelle loro intime caratteristiche: la struttura molecolare subisce certamente modificazioni nelle operazioni di prelievo dei pezzi di roccia, modifiche che non possono essere agevolmente valutate. Inoltre, le vibrazioni in esse destate sono imposte, forzate, condizionate dalla forma limitata e dalla sostanza comunque alterata. Non sono certo come quelle osservate in natura, nella roccia in sito, non artificialmente alterata.

6. – Restava da compiere una nuova esperienza, a testimonianza della dispersione nell'ambito delle altissime frequenze. Se tale fenomeno ha reale esistenza, un tipo di roccia — comunque consolidato — dovrà rivelarlo, più o meno chiaramente.

È ciò che ho avuto campo di verificare, nel corso delle indagini condotte in alcune valli alpine.

Mi limito ai chiarissimi esempi forniti dal Vajont. Si è già osservato che la quasi generalità delle valli alpine presenta un modulo elastico decrescente dai limiti superiori al fondo. La profonda stretta del Vajont presenta la stessa caratteristica. Poichè essa verrà sbarrata da una grande diga, i costruttori si sono preoccupati di rendere il più possibile elasticamente omogenea la roccia in cui lo sbarramento troverà il suo appoggio. A questo scopo, molte zone sono state consolidate mediante iniezione di cemento, per notevoli profondità. Ciò mi ha consentito di poter sperimentare alcuni tratti di roccia, prima e dopo il consolidamento per iniezione di cemento. Il risultato è pienamente conforme ai principi del fenomeno accennato: il consolidamento comporta infatti un notevole aumento della velocità di propagazione nel mezzo, aumento che diviene anormale a mano a mano che l'entità del consolidamento consente il progressivo elevarsi della frequenza.

Le figg. 0-0 ne danno significativa testimonianza.

Resta così provato l'effetto di dispersione (un tempo detta anormale) delle onde sismiche nel campo delle altissime frequenze. L'analogia con fenomeni analoghi osservati in altri rami della Fisica si spinge fino a constatare che, come in Ottica, la dispersione è in dipendenza stretta dell'assorbimento, e i due fenomeni devono sempre essere studiati e spiegati nello stesso tempo. In altri termini, come nel dominio dei raggi X e in quello dell'Ottica, anche *nell'ambito delle onde sismiche la dispersione è intimamente legata all'assorbimento.*

RIASSUNTO

Da qualche anno mi sto interessando di questo fenomeno, con particolare riguardo alla propagazione del moto ondoso in mezzi non esclusivamente elastici, come sono quelli costituenti la crosta terrestre.

Studiando la propagazione delle onde di Rayleigh in un mezzo che ammette attrito in-

terno, sono riuscito a spiegare alcune caratteristiche di queste onde, che attendevano chiarimento da oltre un quarantennio. Risultò in quel lavoro, che in tali mezzi le onde di Rayleigh presentavano il massimo di velocità associato al massimo di frequenza, nelle zone di massimo assorbimento.

Era da ritenere che tale fenomeno avesse carattere generale e investisse la propagazione delle onde sismiche nella loro totalità.

E ciò che ebbi modo di verificare in recenti esperienze, compiute in profonde valli alpine, su brevissime distanze. Anche le onde spaziali presentano questo tipo di dispersione; massima velocità associata a massima frequenza, come vuole la teoria della firmo-elasticità.

Inoltre, come avviene nel campo dei raggi X e dell'Ottica, così anche per le onde sismiche la dispersione va sempre associata all'assorbimento, e i due fenomeni vanno studiati contemporaneamente.

In altri termini, come avviene per la luce, dispersione e assorbimento sono intimamente interdipendenti.

Per quanto concerne l'assorbimento, esso è in relazione alla dissipazione d'energia per fenomeni analoghi a quelli dell'attrito: questa dissipazione trasforma in calore una parte dell'energia delle vibrazioni sismiche, donde il loro assorbimento.

ABSTRACT

For some years I have been taking interest in this phenomenon and especially in the propagation of undulatory movement in mediums that are not elastic throughout, such as those of which the earth's crust consists.

Studying the propagation of Rayleigh's waves in a medium that admits internal friction, I have succeded in explaining some features of these waves which have been waiting for elucidations for over forty years. It has transpired from this work that in such mediums Rayleigh's waves showed the maximum speed associated with maximum frequencies, in the areas of maximum absorption.

It is to be thought that this phenomenon is of a general character and that it concerns the propagation of the totality of seismic waves.

This I have been able to verify during recent experiments conducted over very short distances in deep Alpine valleys. Spatial waves too present this type of dispersion; maximum speed associated with maximum frequency, as expected in accordance with the theory of firmo-elasticity.

Furthermore, in the same manner as it happens in the field of X-rays and optics, with seismic waves dispersion is always associated with absorption and the two phenomena have to be studied at the same time.

In other words, as in the case of light, dispersion and absorption are intimately interdependent.

As regards absorption, it is connected with dissipation of energy due to phenomena similar to those that accompany friction. This dissipation transforms into heat a part of the energy of seismic vibrations, hence their absorption.

BIBLIOGRAFIA

(1) CALOI, P., *Ricerche su terremoti ad origine vicina. Scosse del Cansiglio dell'Ottobre 1936*, « La Ric. Scient. », **IX**, (1938).

(2) — *Comportamento delle onde di Rayleigh in un mezzo firmo-viscoso indefinito*. « Annali di Geofisica », **I**, (1948).

— *Teoria delle onde di Rayleigh in mezzi elastici e firmo-elastici, esposta con le omografie vettoriali*. « Archiv. für Met., Geoph. und Biokl. », **IV**, (1951).

(3) KUBOTERA, A., *Rheological Properties of the Earth's Crust*... « Journal of Physics of the Earth, », **I**, 1 (1952).

Differenze strutturali fra Alpi meridionali e Valle padana (*)

P. CALOI

Ho provato, in un precedente lavoro, che in vaste zone delle Alpi centro-meridionali, un mezzo, avente caratteristiche elastiche simili a quelle attribuite al « granito », affiora in valli profonde, a quote diverse.

Ciò si spiega ragionevolmente con l'azione dell'erosione: dove più l'azione dell'orogenesi si è manifestata violenta, per rapidità di sollevamento e inclinazione di strati, ivi maggiore si è andata manifestando l'erosione che, a parità di altre condizioni, è andata aumentando con la quota, per la concomitante maggior azione disgregante degli agenti meteorici, dei più forti sbalzi termici e del gelo.

Nella collaterale avanfossa perialpina, ultimo residuo della grande geosinclinale mesozoica, andava raccogliendosi l'enorme massa di materiali erosi, trascinati a valle dai fiumi attraverso i secoli: la depressione interna padano-veneta si riempiva completamente solo nel Pleistocene (quaternario antico). L'accumularsi, in sempre maggior misura, dei materiali alluvionali contribuiva a deprimere sempre più il fondo della geosinclinale (zolla adriatico-padana), sicchè è da ritenere che i livelli successivi delle spiagge marine, quali risultano dai frequenti sondaggi in Val Padana (nei pressi di Padova, ne sono stati di recente trovati resti a circa 220 metri dalla superficie esterna), più che da sbalzi del livello del mare (attribuibili alle ere glaciali), siano forse da spiegare con il progressivo intasamento del materiale alluvionale e alla progressiva flessione del fondo della zolla adriatico-padana.

Così la corona di rilievi che precedono le Alpi (come da Verona a Conegliano, attraverso Marostica, Asolo e il Montello) possono considerarsi come le cime di montagne progressivamente insabbiate. Rilievi montagnosi insabbiati sono pure da ritenere i colli Euganei (dovuti all'attività magmatica nel Neogene o Terziario superiore). Questi rilievi, a differenza delle Alpi e delle Prealpi, hanno però in parte conservato (a causa dell'azione erosiva molto più ridotta) le formazioni geologiche più recenti.

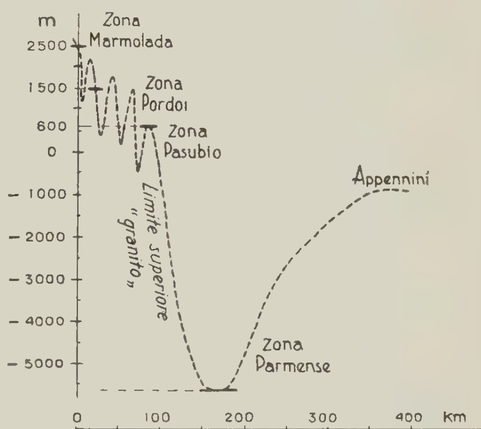


Fig. 1

Una sezione ideale, lungo la direzione Marmolada-Parma, può essere sinteticamente rappresentata come in fig. 1.

Per quanto possa ritenersi grossolanamente approssimativa, appare chiara da essa la netta flessione dello strato del « granito », che testimonia — in qualche modo — dell'andamento della geosinclinale, nella forma da essa assunta dopo la genesi delle Alpi. Queste ultime, vengono ad assumere, nei riguardi della zolla padano-veneta (quando si prescinda dall'insabbiamento per erosione), il caratteristico contrasto che molti arcipelaghi oceanici assumono nei confronti delle collaterali fosse oceaniche.

(*) Comunicazione presentata all'XI Assemblea Generale dell'U.G.G.I. (Toronto, 1-14 settembre 1957).

RIASSUNTO

Viene fatto un esame particolare della situazione geologica fra Alpi centro-orientali e Valle del Po, quale risulta dalle ultime ricerche sismologiche.

Precedenti indagini condotte, durante parecchi anni, nell'ambito del sistema alpino centro-meridionale-orientale, mediante l'ausilio di un vibrografo « Askania » a tre componenti, mi avevano portato a conclusioni in apparenza insostenibili. Sulla base di profonde e strette valli prealpine ed alpine e sui dossi di alcuni massicci dolomitici, la velocità di propagazione delle onde longitudinali risultava elevatissima, dell'ordine di 7,5 Km/sec. Tali velocità erano invariabilmente associate alle massime frequenze: in altri termini, contrariamente ad alcune recenti affermazioni, appariva evidente che — come del resto si verifica in altri campi della Fisica — il massimo di velocità al massimo di frequenza. *La teoria della firmo-elasticità mi consentiva di provare che, sismologicamente parlando quelle velocità sono riducibili a 5,8 Km/sec., che sono appunto quelle — in media — proprie del « granito ».*

Ne risulta che (almeno in corrispondenza delle Alpi centro-orientali), la superficie esterna, terminale del « granito » si eleva gradualmente a mano a mano che si procede dal centro della Valle Padana alle Dolomiti.

Per effetto di erosione, la copertura terziaria è quasi del tutto scomparsa nei massicci dolomitici: così che in essi il « granito » è pressochè affiorante.

Se consideriamo pertanto una sezione Val Padana-Alpi, da Parma alla Marmolada, il limite esterno del granito passa da 7 Km circa sotto il livello del mare (centro della Val Padana) ai 2,5-3 Km circa sopra il livello del mare nelle Dolomiti.

In altri termini, nei rispetti delle Alpi, la Valle del Po assume gli aspetti che certe fosse oceaniche assumono nei riguardi di alcuni arcipelaghi dell'oceano Pacifico.

ABSTRACT

A detailed survey of the geological situation existing between the central-eastern Alps and the Valley of the Po, such as it transpires from the latest seismic explorations.

The preceding investigations conducted, during several years, in the area of the central-southern-eastern Alpine system, with the assistance of a three-component " Askania » vibrographer, had led me to apparently untenable conclusions. At the bottom of deep and narrow pre-Alpine and Alpine valleys and on the humps of some Dolomite massifs, the speed of the propagation of longitudinal waves turned out very high, i. e. something in the neighbourhood of 7,5 kilometres per second. Such speeds were invariably associated with the highest frequencies. In other words, contrarily to some recent statements, it was evident that the maximum speed was associated with the maximum frequency. *This, after all, is a fact ascertained also in other fields of physics. The theory of firmo-elasticity permitted me to demonstrate that, seismologically speaking, such speeds can be reduced to 5,8 kilometres per second which is precisely the average speed peculiar to " granite ".*

From this it transpires that (at least as far as the central-eastern Alps are concerned) the external terminal surface of " granite " gets gradually higher and higher as we proceed from the middle of the Valley of the Po towards the Dolomites.

Owing to the effects of the erosion, the tertiary covering has almost wholly disappeared from the Dolomite massifs. Thus, in them, the " granite " is practically flush with the surface.

If we consider a Valley of the Po-Alps section running from Parma to Marmolada, the external limit of the granite will pass from about 7 kilometres beneath the level of the sea (in the middle of the Valley of the Po) to about 2,5 or 3 kilometres above the sea level (in the Dolomites).

In other words, in respect to the Alps, the Valley of the Po assumes the same aspects as those assumed by some oceanic depressions in respect to some archipelagoes in the Pacific Ocean.

BIBLIOGRAFIA

Caloi, P., *Sulla dispersione delle onde sismiche nell'ambito delle altissime frequenze.* Questi « Annali », 1957.

Sulla teoria delle maree atmosferiche gravitazionali

F. MARIANI

INTRODUZIONE.

Negli ultimi anni notevoli progressi sono stati fatti nello studio delle maree atmosferiche. L'interesse teorico di tali ricerche è aumentato per la necessità di meglio inquadrare l'importanza e le caratteristiche dei movimenti di marea nell'alta atmosfera. La teoria classica delle maree di Laplace, da questi formulata per il caso di mari, sotto opportune ipotesi, «a posteriori» convalidate dall'esperienza, può essere estesa anche al caso delle maree atmosferiche (1) (2) (3). Tuttavia in quest'ultimo caso, estendendosi l'effetto fino a quote molto alte, talune delle ipotesi di Laplace non possono più considerarsi senz'altro accettabili: ci riferiamo precisamente alla variazione con la quota z rispetto al suolo del raggio vettore $a = R + z$ e della accelerazione di gravità $g(z) = G \frac{R^2}{(R+z)^2}$, avendo indicato con R il raggio della terra e con G il valore di g al suolo. In effetti, all'altezza di 100 km, i valori di $R + z$ e di $g(z)$ risultano rispettivamente maggiore di circa 1,5% e minore di circa 3% rispetto a R e a G. Poichè le maree atmosferiche insorgono per un fenomeno di risonanza, non si può escludere a priori che l'introduzione nella teoria della variabilità del raggio vettore e della accelerazione di gravità con la quota, porti a qualche sensibile differenza rispetto al caso che si suppongano costanti. Nella presente ricerca si estende appunto la teoria delle maree gravitazionali al caso in cui si tenga conto della effettiva variabilità con la quota del raggio vettore e della accelerazione di gravità.

Paragrafo 1. Gli sviluppi matematici della teoria.

Lista dei simboli usati:

R = raggio della Terra.
ω = velocità angolare della Terra.
G = accelerazione di gravità al suolo.
z = quota rispetto al suolo.
$g = G \left(\frac{R}{R+z}\right)^2$ = accelerazione di gravità alla quota z.
γ = rapporto tra calori specifici a pressione e a volume costante.
ϑ = colatitudine.
Φ = longitudine.
$u = u(z, \vartheta, \Phi)$ = componente orizzontale della velocità dell'aria, nel senso Nord-Sud.
$v = v(z, \vartheta, \Phi)$ = componente orizzontale della velocità dell'aria, nel senso Ovest-Est.
$w = w(z, \vartheta, \Phi)$ = componente verticale della velocità dell'aria.

$$\chi = \chi(z,\vartheta,\Phi) = \frac{1}{(R+z)\,\mathrm{sen}\,\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(u\,\mathrm{sen}\,\vartheta) + \frac{1}{(R+z)\,\mathrm{sen}\,\vartheta}\frac{\partial v}{\partial \Phi} + \frac{\partial w}{\partial z} + 2\,\frac{w}{R+z} = \tag{1}$$

= divergenza della velocità.

$\Omega = \Omega(z, \vartheta, \Phi)$ = potenziale delle forze di marea.
$\frac{2\pi}{\sigma}$ = periodo delle oscillazioni di marea.
$f = \sigma/2\omega$
p_o, ϱ_o, T_o = valori statici della pressione, della densità e della temperatura alla generica quota z.

p, ϱ, T = variazioni della pressione, della densità e della temperatura rispetto ai valori statici, prodotte dalle oscillazioni di marea.

p_G, ϱ_G, T_G = valori di p_o, ϱ_o, T_o al suolo.

$H = \frac{k\,T_o}{mg}$ = scala delle altezze.

k = costante di Boltzmann.

m = massa media delle molecole d'aria.

Nella [1] sopra scritta si nota che l'espressione di χ differisce da quella del caso «classico», oltrechè per la sostituzione materiale di R con $R+z$, anche per la presenza del termine $2\,\frac{w}{R+z}$.

A partire dalle equazioni fondamentali della teoria delle maree gravitazionali [4] trascurando, nell'ambito di una teoria lineare, i prodotti e i quadrati delle componenti di velocità u, v, w, ove in più si ignori la ellitticità della Terra e si consideri trascurabile la componente verticale della accelerazione, le equazioni del moto diventano:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} - 2\,\omega\,v\cos\vartheta = -\frac{1}{R+z}\,\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{p}{\varrho_o}+\Omega\right)\\ &\frac{\partial v}{\partial t} + 2\,\omega\,u\cos\vartheta = -\frac{1}{(R+z)\,\mathrm{sen}\,\vartheta}\,\frac{\partial}{\partial\Phi}\left(\frac{p}{\varrho_o}+\Omega\right)\end{aligned}\right. \qquad [2]$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\,\varrho - \varrho_o\,\frac{\partial\Omega}{\partial z} \qquad [3]$$

A tali equazioni vanno aggiunte l'equazione di continuità che, trascurando prodotti di u, v, w, ϱ, χ, si scrive

$$\frac{\partial\varrho}{\partial t} + \varrho_o\,\chi + w\,\frac{\partial\varrho_o}{\partial z} = o \qquad [4]$$

e l'equazione adiabatica di stato

$$\frac{\partial p}{\partial t} - wg\,\varrho_o + \gamma\,g\,H\,\varrho_o\,\chi = o \qquad [5]$$

Come d'uso, nelle suddette espressioni assumiamo un fattore temporale $e^{i\sigma t}$ per le variabili u, v, oltrechè, in ciò che seguirà, per w, p, ϱ, Ω.

Le espressioni che allora si deducono per u, v sono

$$u = \frac{\sigma}{4\,(R+z)\,\omega^2\,(f^2-\cos^2\vartheta)}\left[i\,\frac{\partial}{\partial\vartheta} + \frac{\mathrm{cotg}\,\vartheta}{f}\,\frac{\partial}{\partial\Phi}\right]\left(\frac{p}{\varrho_o}+\Omega\right) \qquad [6]$$

e, rispettivamente,

$$v = \frac{i\,\sigma}{4\,(R+z)\,\omega^2\,(f^2-\cos^2\vartheta)}\left[\frac{i\cos\vartheta}{f}\,\frac{\partial}{\partial\vartheta} + \frac{1}{\mathrm{sen}\,\vartheta}\,\frac{\partial}{\partial\Phi}\right]\left(\frac{p}{\varrho_o}+\Omega\right) \qquad [7]$$

Sostituendo le [6] e [7] nella [1], si ottiene la prima equazione fondamentale:

$$\chi - \frac{\partial w}{\partial z} - 2\,\frac{w}{R+z} = \frac{i\,\sigma}{4\,\omega^2\,(R+z)^2}\,F\left(\frac{p}{\varrho_o}+\Omega\right) \qquad [8]$$

ove con F si è indicato l'operatore differenziale

$$\frac{1}{\mathrm{sen}\,\vartheta}\,\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left[\frac{\mathrm{sen}\,\vartheta}{f^2-\cos^2\vartheta}\left(\frac{\partial}{\partial\vartheta} - i\,\frac{\mathrm{cotg}\,\vartheta}{f}\,\frac{\partial}{\partial\Phi}\right)\right] + \frac{1}{f^2-\cos^2\vartheta}\left[\frac{i\,\mathrm{cotg}\,\vartheta}{f}\,\frac{\partial^2}{\partial\vartheta\,\partial\Phi} + \frac{1}{\mathrm{sen}^2\vartheta}\,\frac{\partial^2}{\partial\Phi^2}\right]. \qquad [9]$$

Dalle equazioni sopra scritte infine, ricordando che $\frac{dg}{dz} = -2\,\frac{g}{R+z}$ si deduce, con semplice sebbene laboriosa serie di passaggi, che per ragioni di spazio omettiamo, la seconda equazione fondamentale

$$\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2\,w}{R+z} = (1-\gamma)\,\chi + \gamma\,H\,\frac{\partial\chi}{\partial z} - \frac{i\sigma}{g}\,\frac{\partial\Omega}{\partial z}. \qquad [10]$$

Si nota che le equazioni [8] e [10] differiscono da quelle corrispondenti ottenute da Wilkes per la presenza in ambedue di un termine $-2\frac{w}{R+z}$ a primo membro, e di un denominatore $(R+z)^2$ anzichè R^2 nel secondo membro della [8]. Immediata conseguenza di queste differenze è l'impossibilità di eliminare la componente w delle velocità tra le due equazioni come è invece possibile nel caso di Wilkes. Tuttavia, essendo il termine in $R+z$ di tipo perturbativo, sarà ugualmente possibile, come si vedrà in seguito, ottenere una equazione nella sola variabile χ.

Differenziando e sommando le [8] e [10], si ottiene l'equazione

$$-\frac{4}{R+z}\frac{\partial w}{\partial z}+4\frac{w}{(R+z)^2}+\frac{\partial \chi}{\partial z}=(1-\gamma)\frac{\partial \chi}{\partial z}+\gamma\frac{\partial H}{\partial z}\frac{\partial \chi}{\partial z}+\gamma H\frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2}+\frac{i\sigma}{g^2}\frac{\partial g}{\partial z}\frac{\partial \Omega}{\partial z}$$
$$-\frac{i\sigma}{g}\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2}+\frac{i\sigma}{4\omega^2(R+z)^2}F\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{p}{\varrho_0}+\Omega\right)\right]-\frac{i\sigma}{2\omega^2(R+z)^3}F\left(\frac{p}{\varrho_0}+\Omega\right). \qquad [11]$$

Se nella [11] si mantengono i termini di I ordine in $\frac{1}{R+z}$, trascurando quelli di ordine superiore [nei termini a secondo membro il prodotto $\omega^2(R+z)^2$ essendo ω dell'ordine di $\frac{1}{R}$ risulta con buona approssimazione di ordine zero rispetto a $\frac{1}{R+z}$], e se si tiene conto del fatto che le quantità $(R+z)^2$, $g(z)$, $\frac{dg}{dz}$ variano assai lentamente con z e per valori di z fino a $200 \div 300$ km, ponendo $\tau=\frac{1}{R}$ e conservando i soli termini di primo ordine in τ, possono essere usate con sufficiente approssimazione le seguenti espressioni semplificate:

$$\begin{cases} (R+z)^2 \cong R^2\,(1+2\tau z) \\ g\,(z)=G\frac{R^2}{(R+z)^2}\cong G\,(1-2\tau z) \\ \frac{dg}{dz}=-2\frac{g}{R+z}\cong -2G\tau\,. \end{cases} \qquad [12]$$

Per quanto riguarda il potenziale $\Omega(z,\vartheta,\Phi)$ la sua espressione analitica risulta [5] essere del tipo

$$\Omega=\Omega_o\,(\vartheta,\Phi)\frac{(R+z)^2}{R^2} \qquad [13]$$

con Ω_c, valore di Ω al suolo.

Ne consegue che, nella stessa approssimazione che ci ha condotto alle [12], si può porre $\Omega\cong\Omega_o(1+2\tau z)$; la equazione [11] viene ora a scriversi nella forma semplificata, contenente i soli termini di ordine zero e uno nel parametro τ:

$$-\gamma H\frac{\partial^2\chi}{\partial z^2}+\gamma\left(1-\frac{\partial H}{\partial z}\right)\frac{\partial\chi}{\partial z}-\frac{1}{4\omega^2(R+z)^2}F\left[g(1-\gamma)\chi-\gamma\frac{\partial(gH)}{\partial z}\chi\right]+$$
$$+2\tau\left[\chi-3\frac{\partial w}{\partial z}\right]=o \qquad [14]$$

Si constata immediatamente che, per $\tau\to o$, la [14] si identifica con la equazione ottenuta da Pekeris. Nel caso attuale, come si era più sopra rilevato, la nostra equazione [14] contiene un termine in $\tau\frac{\partial w}{\partial z}$; tuttavia, poichè nello sviluppo della teoria abbiamo trascurato i termini in τ di ordine superiore al primo, si vede subito che, mediante la [10] nella quale si trascurino i termini $2\frac{w}{R+z}$ e $\frac{i\sigma}{g}\frac{\partial\Omega}{\partial z}$ di primo ordine in τ, la $\frac{\partial w}{\partial z}$ può, ugualmente al caso classico, essere eliminata dalla [14] che così assume la forma definitiva:

$$\gamma H\frac{\partial^2\chi}{\partial z^2}+\gamma\left(\frac{\partial H}{\partial z}-1\right)\frac{\partial\chi}{\partial z}+$$
$$+\frac{1}{4\omega^2(R+z)^2}F\left[g(1-\gamma)\chi-\gamma\frac{\partial(gH)}{\partial z}\chi\right]+$$
$$+2\tau\left[(-3\gamma+2)\chi+3\gamma H\frac{\partial\chi}{\partial z}\right]=o\,. \qquad [15]$$

La [15] può essere risolta per separazione di variabili. Ponendo

$$\begin{cases} \chi = \chi(z)\, \psi(\vartheta, \Phi)\, e^{i\sigma t} \\ \text{con } \psi(\vartheta, \Phi) = \Theta(\vartheta)\, e^{is\Phi} \end{cases} \qquad [16]$$

ove s è una costante, e indicando con h la costante di separazione, si ottengono le equazioni finali, rispettivamente nelle variabili z e (ϑ, Φ)

$$\gamma H \frac{d^2\chi}{dz^2} + \gamma\left(\frac{dH}{dz} - 1\right)\frac{d\chi}{dz} + \left[(\gamma-1) + \gamma\frac{dH}{dz}\right]\frac{\chi}{h}$$
$$+ \tau\left[\left(4 - 6\gamma - 2\gamma\frac{H}{h}\right)\chi + 6\gamma H\frac{d\chi}{dz} + 4z\left(1 - \gamma - \gamma\frac{dH}{dz}\right)\frac{\chi}{h}\right] = o \qquad [17]$$

e

$$F(\psi) + 4\frac{R^2\omega^2}{G\,h}\psi = o \qquad [18]$$

La equazione [18], che si ottiene anche nello studio delle oscillazioni libere di un oceano di uniforme profondità, è stata esaurientemente discussa da Laplace (6), da Hough (7) (8) e da altri ricercatori, cosicchè, ove sia necessario, ne assumeremo come note tutte le conseguenze. In particolare ricordiamo che, per ogni determinata coppia di valori dei parametri σ ed s, il periodo di oscillazione è funzione della costante di separazione h. Il caso più interessante è quello per cui $\sigma = s = 2$; in tal caso gli autovalori di h corrispondenti al periodo di 12 ore solari o di 12 ore lunari sono rispettivamente $h = 7{,}9$ e $h = 7{,}1$ km.

La equazione [17], ponendo

$$x(z) = \int_o^z \frac{1 - 6\tau H - \dfrac{dH}{dz}}{H}\, dz \qquad [19]$$

e

$$\chi(z) = e^{\frac{1}{2}x}\, y(z) \qquad [20]$$

si trasforma in generale nella equazione

$$\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{y}{H^2}\left[\frac{H}{h}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} + \frac{dH}{dz}\right) - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{dH}{dz}\right)^2 - \frac{H}{2}\frac{d^2H}{dz^2}\right]$$
$$+ \tau\frac{y}{H}\left[\frac{4}{\gamma} - 3 - 2\frac{H}{h} - 3\frac{dH}{dz} - \frac{4}{h}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} + \frac{dH}{dz}\right)z\right] = o\,. \qquad [21]$$

Quest'ultima equazione può essere in certi casi, agli effetti della soluzione, più conveniente della [17]; in ogni caso, tramite la [19], si deduce in definitiva la soluzione nella forma $\chi = \chi(z)$. Quanto alle condizioni cui deve soddisfare la soluzione della [21] esse sono una condizione al finito, precisamente che sia

$$w_{z=o} = o \qquad [22]$$

e una condizione all'infinito che andrà precisata di caso in caso, in modo, però, che l'energia associata alla oscillazione rimanga finita o che, da una certa quota in poi, si abbia solo flusso uscente di energia (si può per es. applicare la cosidetta « condizione di radiazione) ».

Una volta risolta la [21], è possibile calcolare le componenti u, v, w della velocità e la oscillazione di pressione p, che possono scriversi nella forma seguente

$$u = \frac{\gamma G h}{4\omega^2 (R+z)(f^2 - \cos^2\vartheta)} e^{\frac{1}{2}x}\left[\frac{d}{d\vartheta} + \frac{s\cot g\,\vartheta}{f}\right]\cdot \Theta(\vartheta)\, e^{is\Phi} e^{i\sigma t}\,\cdot$$
$$\cdot\left\{H\frac{dy}{dz} - \frac{y}{2}\left(1 + \frac{dH}{dz}\right) + \tau\left[2H\frac{dy}{dz}(z+2h) + y\left(H - 2h - z - z\frac{dH}{dz} - 2h\frac{dH}{dz}\right) - 6\frac{i\sigma}{G}\Omega\right]\right\} \qquad [23]$$

$$v = i \frac{\gamma G h}{4\omega^2 (R+z)\ (f^2 - \cos^2\vartheta)} e^{\frac{1}{2}x} \left[\frac{\cos\vartheta}{f} \frac{d}{d\vartheta} + \frac{s}{\operatorname{sen}\vartheta} \right] \cdot \Theta(\vartheta)\, e^{is\Phi}\, e^{i\sigma t} \cdot$$

$$\cdot \left\{ H \frac{dy}{dz} - \frac{y}{2}\left(1 + \frac{dH}{dz}\right) + \tau \left[2H \frac{dy}{dz}(2+zh) + y\left(H - 2h - z - z\frac{dH}{dz} - 2h\frac{dH}{dz}\right) - 6\frac{i\sigma}{G}\Omega \right] \right\} \qquad [24]$$

$$w = \left\{ -\frac{i\sigma}{G}\ \Omega\ (1 + 2\tau z + 6h\tau) + \gamma h\, e^{\frac{1}{2}x} \left[H\frac{dy}{dz} + y\left(\frac{H}{h} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\frac{dH}{dz}\right)\right] \right.$$

$$\left. + \gamma h e^{\frac{1}{2}x} \tau \left[4H\ (h + 2z)\frac{dy}{dz} + y\left(H - 2h - 2z - 2z\frac{dH}{dz} - 2h\frac{dH}{dz}\right)\right] \right\} \cdot$$

$$\cdot\ \Theta(\vartheta)\, e^{is\Phi}\, e^{i\sigma t} \qquad [25]$$

$$p = \varrho_o \left\{ -\Omega\,(1 + 6h\tau) + \gamma \frac{Gh}{i\sigma} e^{\frac{1}{2}x} \left[H\frac{dy}{dz} - \frac{y}{2}\left(1 + \frac{dH}{dz}\right)\right] \right.$$

$$\left. + \gamma\frac{Gh}{i\sigma} e^{\frac{1}{2}x} \tau \left[2H\frac{dy}{dz}(z+2h) + y\left(H - 2h - z - z\frac{dH}{dz} - 2h\frac{dH}{dz}\right)\right] \right\} \cdot$$

$$\cdot\ \Theta(\vartheta)\, e^{is\Phi}\, e^{i\sigma t} \qquad [26]$$

Paragrafo 2. Applicazione al caso particolare $H =$ costante.

La soluzione della equazione [21] nel caso generale in cui sia $H = H(z)$ non risulta esprimibile in termini finiti; si riconosce subito però che ciò è possibile nel caso particolare $H =$ costante. Allora infatti la [21] può trasformarsi nella forma

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + \mu^2(x)\ y = o \qquad [27]$$

ove si è posto

$$\mu^2(x) = \left[\left(\frac{H}{h} \frac{\gamma - 1}{\gamma} - \frac{1}{4} \right) \frac{1}{(1 - 6\tau H)^2} - \alpha - \beta x \right] \qquad [28]$$

con

$$x = \frac{1 - 6\tau H}{H} z$$

$$\alpha = \left(-\frac{4}{\gamma} + 3 + 2\frac{H}{h} \right) \frac{\tau H}{(1 - 6\tau H)^2}$$

$$\beta = 4\frac{H}{h}\frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\tau H}{(1 - 6\tau H)^3}$$

La [27] è risolubile in termini di funzioni di Bessel di ordine $\pm 1/3$; infatti, con il cambiamento di variabile

$$\xi = \left[\left(\frac{H}{h}\frac{\gamma - 1}{\gamma} - \frac{1}{4} \right) \frac{1}{(1 - 6\tau H)^2} - \alpha - \beta x \right] \qquad [29]$$

la [27] si trasforma in

$$\frac{d^2 y}{d\xi^2} + \left(-\frac{1}{\beta} \right)^2 \xi\ y = o \qquad [30]$$

il cui integrale generale, con A e B costanti arbitrarie, è

$$y(\xi) = \xi^{1/2} \left[A\, J_{1/3}\left(-\frac{2}{3\beta}\xi^{3/2} \right) + \right.$$

$$\left. + B\, J_{-1/3}\left(-\frac{2}{3\beta}\xi^{3/2} \right) \right] \qquad [31]$$

ove J_p, in generale, è la funzione di Bessel di I specie, di ordine p. Per la determinazione di A e B osserviamo che al crescere della quota z la ξ tende a $-\infty$, e quindi l'argomento delle $J_{1/3}$ e $J_{-1/3}$ diviene immaginario; allora la J_p può essere sostituita vantaggiosamente dalla funzione di Bessel modifi-

cata $I_p(\eta) \equiv i^{-p} J_p(i\eta)$; ma l'espressione asintotica della I_p per $\eta \to \infty$ contiene due termini l'uno in $e^{-\eta}$ e l'altro in $e^{+\eta}$ per cui, imponendo alla y la condizione (condizione all'infinito) di restare sempre finita, risulta tra A e B il legame

$$A\, i^{1/3} + B\, i^{-1/3} = o \qquad [32]$$

da cui $B = -A\, i^{2/3}$ così da avere l'espressione

$$y(\xi) = A\, \xi^{1/2} \left[J_{1/3} \left(-\frac{2}{3\beta}\, \xi^{3/2} \right) - i^{2/3} J_{-1/3} \left(-\frac{2}{3\beta}\, \xi^{3/2} \right) \right] \qquad [33]$$

che può anche essere espressa, ai fini del calcolo numerico, mediante la funzione di Airy.

Prima di procedere cercheremo di valutare l'ordine di grandezza del coefficiente moltiplicativo $\mu^2(x)$ della y nella [27], con particolare riguardo alle differenze tra il caso più generale da noi studiato e il caso particolare di Wilkes. In questo ultimo caso il suddetto coefficiente ha l'espressione $\mu^2 = \frac{H}{h}\frac{\gamma - 1}{\gamma} - \frac{1}{4}$ e, pertanto, per H cost, anche μ non dipende dalla quota; a seconda che sia $\mu^2 > o$ oppure $\mu^2 = -\lambda^2 < o$ le soluzioni sono $e^{\pm i\mu x}$ ovvero $e^{\pm \lambda x}$. Nel nostro caso, con $R = 6370$ km e assumendo per es. $H/h = 1$, $h = 7{,}9$ km, $\gamma = 1{,}40$ risulta rispettivamente

$$\left(\frac{H}{h}\frac{\gamma - 1}{\gamma} - \frac{1}{4} \right) \frac{1}{(1 - 6\,\tau H)^2} = 0{,}03625;$$

$$\alpha = 0{,}00268; \qquad \beta = 0{,}00145\ .$$

Si vede allora chiaramente che l'importanza dei termini correttivi può essere rilevante così da far ritenere necessaria la loro considerazione, sia al suolo, sia anche, maggiormente, al crescere della quota, agli effetti della determinazione della funzione $y(x)$ e quindi delle grandezze da essa dipendenti.

Tra queste la più importante è la variazione p della pressione al suolo per la quale, come risulta dalla esperienza, lo spettro di ampiezza al variare del parametro h deve presentare una notevole risonanza per $h = 7{,}9$, cui corrisponde il periodo $T = 12$ ore solari.

È ben noto che una atmosfera in cui sia H costante non risponde alla realtà; tuttavia la considerazione di un modello di atmosfera più aderente alle effettive condizioni fisiche porta a notevole complicazione di calcolo per la complessità della equazione [17]. D'altra parte, il caso H = cost., pur nella sua notevole schematizzazione, è importante: *a*) perchè consente di valutare approssimativamente quanto e come l'effettivo spettro di ampiezza delle oscillazioni può differire da quello considerato nel caso da Wilkes; *b*) perchè, quale che sia lo schema di atmosfera usato, una zona in cui sia H = cost. può *sempre* essere vantaggiosamente supposta immediatamente al disotto della regione atmosferica in cui diviene sensibile l'assorbimento della energia trasportata verso l'alto dalle oscillazioni di marea.

Conviene notare che nel nostro caso l'assunzione H = cost. non equivale, come nel caso di Wilkes, all'altra di temperatura T costante; nelle nostre ipotesi, evidentemente, T risulta proporzionale a g e quindi, con sufficiente approssimazione, si può ritenere essere grad $T \propto -2\,\tau$ = cost.

Cominciamo col determinare l'ampiezza di oscillazione al suolo; a partire dalla espressione [5] in w e p si deduce subito

$$p_{z=o} = i\, p_G \frac{\gamma}{\sigma}\, y_o \qquad [34]$$

cioè, anche, chiamando $p_{eq} = -\frac{\Omega p_G}{GH}$ la cosidetta marea di equilibrio (« equilibrium tide ») e dopo aver determinato la costante di integrazione A imponendo la condizione [22],

$$p = p_{eq}\frac{H}{h} \frac{\left(1 + 6\tau h\right)\left(J^o_{1/3} - i^{2/3} J^o_{-1/3}\right)}{\left[\left(\frac{H}{h} - \frac{1}{2} + \tau H - 2\tau h\right)\left(J^o_{1/3} - i^{2/3} J^o_{-1/3}\right) + \left(1 + 4\tau h - 6\,\tau H\right)\left(J^o_{-2/3} + i^{2/3} J^o_{2/3}\right) \xi_o^{1/2}\right]} \qquad [35]$$

ove ξ_o e J^o_p indicano rispettivamente i valori di ξ e di J_p in corrispondenza a $z = o$.

Il fattore moltiplicativo di p_{eq}, detto fattore di amplificazione, in generale è espresso da un numero complesso, cosicchè, indicandone rispettivamente con Q e φ il modulo e la fase, si è posto

$$p_{z=o} = p_{eq} \cdot Q\, e^{i\varphi} \qquad [36]$$

In fig. 1 sono riportati i due andamenti di ln Q (curve A A), dedotti l'uno (linea continua) dalla [35] e l'altro (linea tratteggiata) dalla analoga formula per il caso di Wilkes, per il caso $H = 8$ km; sulle ascisse viene riportata la variabile h oltrechè il periodo T di risonanza dell'atmosfera in corrispondenza a ciascun valore di h; appare chiaramente che la differenza principale consiste in un aumento dell'ordine di qualche minuto del periodo T, nel caso da noi considerato.

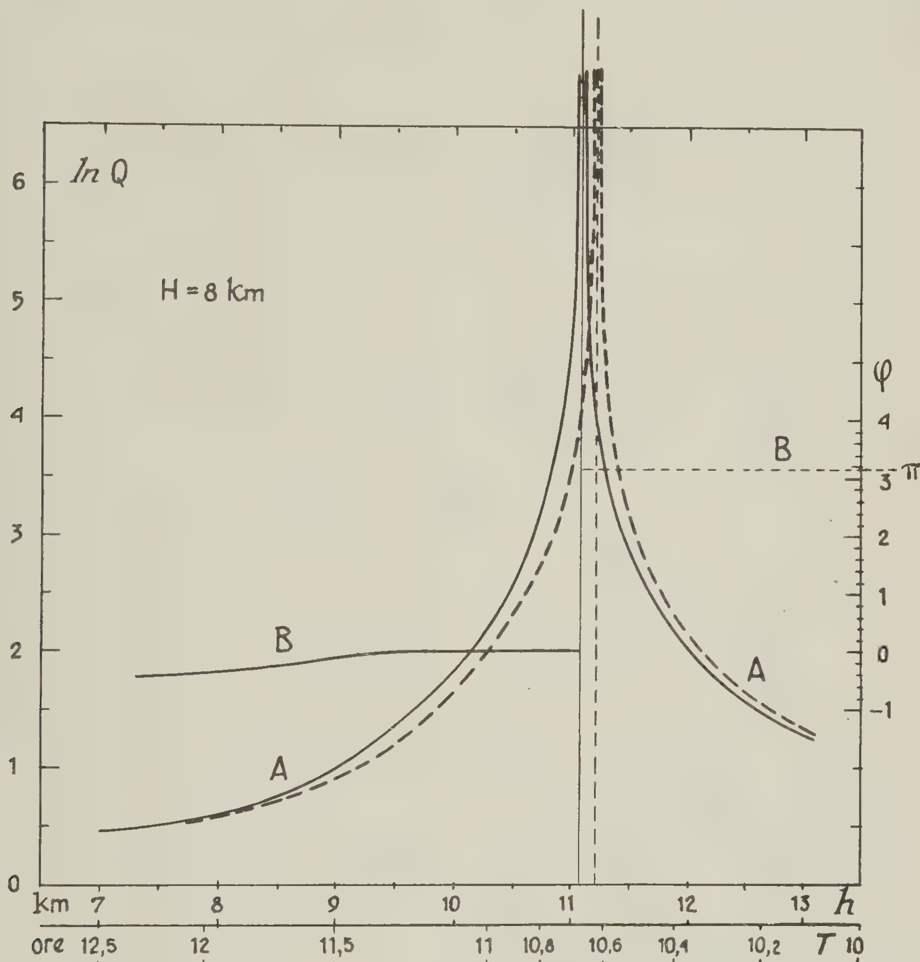


Fig. 1

Ben rilevabili sono le differenze percentuali di ampiezza di una notevole banda spettrale press'a poco corrispondente all'intervallo $9 < h < 13$ ovvero $10^h < T < 11{,}5^h$. Quanto poi alla fase φ (curva B B), essa non differisce sensibilmente nei due casi; essa passa da o a π, rispettivamente, a

sinistra e a destra del valore h^* di h (diverso però nei due casi) per cui si ha la risonanza (in altri termini la oscillazione di pressione p è di segno opposto dalle due parti di h^*); ne consegue che, in corrispondenza all'intervallo di h compreso tra i due valori h^* l'oscillazione p è di segno negativo nel nostro caso ed invece positivo nel caso di Wilkes.

Vogliamo ora vedere, sempre nell'ipotesi H = cost, come la p varia con la quota z; si può ancora scrivere

$$p\,(z) = p_{eq}\,(z) \cdot Q\,e^{i\varphi} \qquad [37]$$

ove si è posto

$$Q\,e^{i\varphi} = (1 + 6\tau h) \cdot \left[1 - e^{1/2\,x}\, \frac{\xi\,(1 + 4\tau h - 6\tau H)(J_{-2/3} + i^{2/3} J_{2/3}) + \xi^{1/2}\left(-\frac{1}{2} + \tau H - 2\tau h\right)(J_{1/3} - i^{2/3} J_{-1/3})}{\xi_o(1 + 4\tau h - 6\tau H)(J^o_{-2/3} + i^{2/3} J^o_{2/3}) + \xi_o^{1/2}\left(\frac{H}{h} - \frac{1}{2} + \tau H - 2\tau h\right)(J^o_{1/3} - i^{2/3} J^o_{-1/3})} \right] \qquad [38]$$

e

$$p_{eq}\,(z) = -\,\frac{\Omega\, p_G\, e^{-x}}{H\,G} \qquad [39]$$

Sempre assumendo H = 8 km abbiamo calcolato (linee continue e tratteggiate di fig. 2) gli andamenti di ln Q e di φ con la quota in vari casi: la fase φ varia effettivamente con la quota nel solo caso h = 8 km; nel caso h = 10,5 invece essa è identicamente nulla, mentre nei casi h = 11,5 e h = 12,5 ha il valore costante π: in altri termini, analogamente a quanto si è già rilevato per l'oscillazione della pressione al suolo, il cambiamento di fase da o a π al crescere di h, cioè il cambiamento di segno di p da positivo a negativo si ha in corrispondenza a quel valore di h per cui l'atmosfera risuona. Assai interessante il

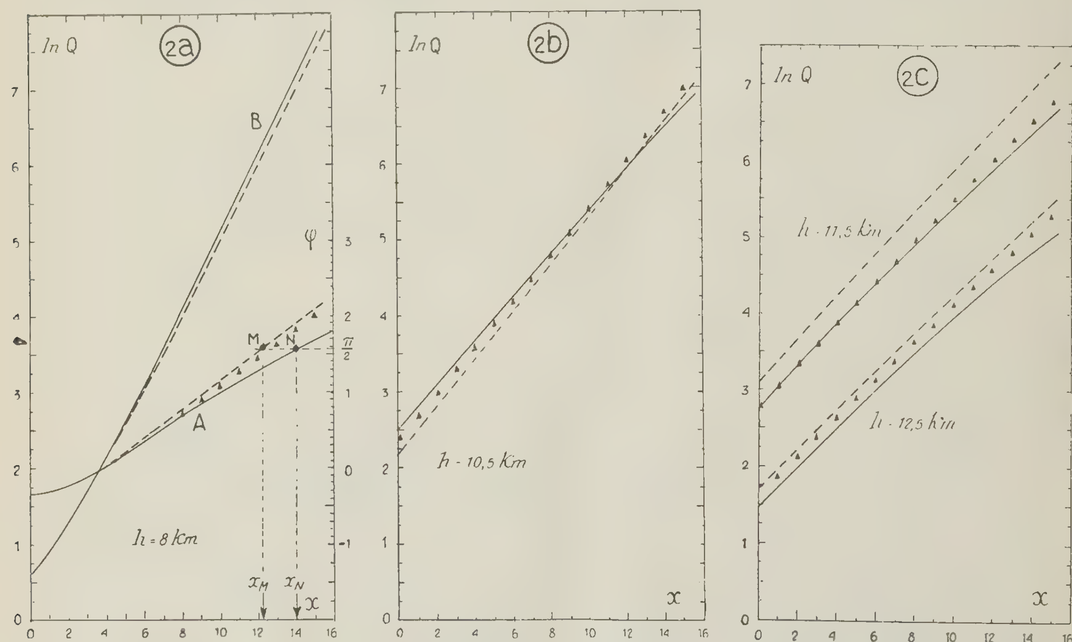


Fig. 2. – Le linee continue si riferiscono al nostro caso; quelle tratteggiate e i punti al caso di Wilkes.

caso $h = 8$ km, in quanto appare chiaramente una sensibile differenza di circa 15 km nelle quote z_N (x_N) e z_M (x_M) a cui, rispettivamente nel caso nostro e in quello di Wilkes, la oscillazione p cambia di segno rispetto alla oscillazione al suolo.

Potrebbe a prima vista apparire che le differenze tra i nostri risultati e quelli di Wilkes siano piuttosto apparenti che reali in quanto, come appare dalla fig. 1, le due curve di risonanza vanno più o meno a sovrapporsi traslando leggermente la curva tratteggiata verso sinistra: ma tale traslazione si può ottenere semplicemente assumendo un valore poco diverso per H. È infatti facile convincersi che, nel caso di Wilkes, l'asintoto verticale della curva $\ln Q(h)$ corrisponde al valore di h^* per cui è

$$\frac{H}{h^*} = 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \qquad [40]$$

cosicchè, se si vuole una atmosfera che risuoni in corrispondenza allo stesso valore $h = 11{,}074$ per cui risuona nel nostro caso, si deduce per H, sempre con $\gamma = 1{,}4$, il valore $H = 7{,}91$ km che è inferiore di poco più dell'1% rispetto al valore $H = 8$ km. In effetti, se è sufficiente una piccola variazione di H per rendere ragione della variazione del periodo di risonanza dell'atmosfera, tuttavia gli andamenti della p con la quota rimangono ancora notevolmente diversi nel caso nostro con $H = 8$ km e nel caso di Wilkes con $H = 7{,}91$ km come ben appare dai punti a triangolo della fig. 2 che danno $\ln Q$ e φ nei vari casi, calcolati assumendo $H = 7{,}91$ km.

Paragrafo 3. Conclusioni.

I risultati sopra esposti, sebbene ottenuti in un limitato numero di casi e con uno schema di atmosfera del tutto ipotetico, sono tuttavia incoraggianti in quanto la considerazione di una atmosfera rispondente alle nostre conoscenze porterà a differenze quantitative più o meno notevoli senza presumibilmente alterare qualitativamente le nostre conclusioni. Le differenze percentuali nelle ampiezze di oscillazione e nella loro fase tra il caso nostro e quello in cui si trascura la variabilità con la quota dell'accelerazione di gravità $g(z)$ e del raggio vettore $R + z$ possono giungere anche al 20÷30%. La risoluzione delle equazioni fondamentali nel caso in cui H sia funzione della quota z in generale è possibile solo per via numerica.

D'altra parte, tenuto conto che gli effetti termici di marea sono pure assai rilevanti, anzi predominanti, rispetto a quelli gravitazionali, sarà conveniente generalizzare ulteriormente la teoria allo scopo di tenere conto simultaneamente di ambedue le cause di oscillazione, sia gravitazionali sia termiche. Di tale ricerca, attualmente in corso, riferiremo in una nota ora in preparazione.

Il lavoro di integrazione numerica delle equazioni fondamentali della teoria è in corso presso l'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, che qui fin d'ora desidero ringraziare vivamente.

Roma, 21 ottobre 1957

RIASSUNTO

Nella presente nota si sviluppa la teoria delle maree atmosferiche gravitazionali prendendo in considerazione la effettiva dipendenza dalla quota z del raggio vettore $R+z$ e della accelerazione di gravità $g = G \dfrac{R^2}{(R+z)^2}$ ove R è il raggio della Terra e G il valore di g al suolo. La teoria viene svolta in modo da tenere conto anche dei termini di primo ordine in $1/R$. La equazione fondamentale in z, la cui soluzione regola poi la dipendenza dalla quota delle 3 componenti u, v, w della velocità di marea e della oscillazione di pressione p, risulta modificata, rispetto al caso classico, da un termine di entità apprezzabile, sufficiente ad alterare sensibilmente la forma analitica della soluzione stessa. Si applica la teoria al caso di una atmosfera in cui la scala delle altezze H non dipende dalla quota e si mostrano vari significativi risultati numerici.

ABSTRACT

In this paper we work the theory of the gravitational tides in the atmosphere, assuming the exact height dependence of the radius

vector $R+z$ and of the gravity acceleration $g(z) = G \frac{R^2}{(R+z)^2}$ (z is the height on the ground, R is the Eearth's radius and G is the ground value of g).

In the theory we consider also the terms of first order in $1/R$. The fundamental equation, whose solution is responsible of the height variation of the velocity components, u, v, w and of the pressure oscillation p, is modified, with respect to the « classical » theory, by the presence of a term which appreciably affects the analytical form of the solution itself; also the analytical form of the above variables is thus appreciably modified.

We apply the theory to an atmosphere having a constant scale height H and show some interesting numerical results.

Further generalization to the general case of thermal and gravitational oscillations is now in progress.

BIBLIOGRAFIA

(1) Pekeris, C. L., *Proc. Roy. Soc.*, **158**, 650, (1937).

(2) Weekes, K. - Wilkes, M. V., *Proc. Roy. Soc.*, **192**, 80, (1948).

(3) Wilkes, M. V., *Oscillations of the Earth's Atmosphere*, Cambridge 1949.

(4) Lamb, H., *Hydrodinamics*, pag. **331**, Cambridge 1932.

(5) — *Hydrodinamics*, pag. 358, Cambridge 1932.

(6) Laplace, P. S., *Mecanique celeste*, **5**, 149, (Paris 1823).

(7) Hough, S. S., *Philos. Trans.*, **189**, 201, (1897).

(8) — *Philos. Trans.*, **191**, 139, (1898).

La natura fisica all'ipocentro del terremoto profondissimo dell'Argentina settentrionale (14 agosto 1950)

D. DI FILIPPO - L. MARCELLI

È noto che non tutte le caratteristiche fisiche del mantello terrestre sono state finora ben chiarite. Provata ormai l'esistenza dell'astenosfera, resta da precisare lo stato della materia intorno ai 1000 km di profondità e da interpretare alcune anomalie che si riscontrano nella parte inferiore del mantello. La stessa profondità del nucleo terrestre è ancora oggetto di qualche incertezza.

Allo scopo di contribuire al chiarimento di queste ed altre difficoltà, abbiamo ritenuto utile studiare — il più dettagliatamente possibile — un forte terremoto di origine profonda. Ciò ci consentirà anche di procedere a nuove determinazioni dei tempi di tragitto relativi alle onde, di qualsiasi tipo, riflesse dal nucleo.

A questo scopo abbiamo scelto il terremoto del Sud America del 14 agosto 1950, che ha fornito dovunque ottime registrazioni.

Determinazione delle coordinate ipocentrali.

Primo compito nostro è stata la determinazione delle coordinate ipocentrali e del tempo origine.

L'U.S.C.G.S. aveva fornito i seguenti dati:

$$\varphi = 27^\circ \quad S$$
$$\lambda = 62^\circ\tfrac{1}{2} \; W$$
$$h = 700 \text{ km ca.}$$
$$H = 22^h\ 51^m\ 28^s \text{ G.C.T.}$$

La magnitudo assegnata da Pasadena è di

$$7\tfrac{1}{4} - 7\tfrac{1}{2}$$

La zona colpita da questo terremoto, nell'Argentina settentrionale, fa parte di una fascia longitudinale lungo la quale, nel tempo, si sono verificati parecchi terremoti di elevata magnitudo e di profondità ipocentrale molto grande.

Dati appunto la forte intensità del sisma e la grande profondità del fuoco, le stazioni sismiche hanno registrato per lo più degli ottimi inizi, sicchè il materiale di cui abbiamo potuto servirci per i nostri calcoli è abbondante e di prima qualità. Alcuni scarti si sono resi necessari o per incertezze sulle correzioni del tempo, o per registrazioni a scorrimento troppo breve o, infine perchè alcune stazioni, troppo vicine tra loro, costituiscono inutili ripetizioni.

Abbiamo utilizzato tuttavia, per i calcoli finali, i dati di 23 stazioni, scelte tra quelle meglio distribuite rispetto all'epicentro.

Poichè gli elementi forniti dall'U.S.C.G.S. si sono dimostrati altre volte ottimi punti di partenza, abbiamo ritenuto senza altro lecito adottarli come valori iniziali.

Ci siamo valsi del noto metodo — più volte applicato — di Caloi-Peronaci [1] con il quale, facendo uso di coordinate geocentriche, si risolve il problema di determinare le correzioni da apportare ai valori iniziali dell'ipocentro e del tempo origine, mediante un sistema di equazioni di condizione.

La generica equazione di condizione (riferita ad una qualsiasi stazione) è la seguente:

$$\delta t_o - \cos\varphi'_o \sin\alpha \frac{\partial f}{\partial \Delta_n}\delta\lambda_o - \cos\alpha \frac{\partial f}{\partial \Delta_n}\delta\varphi'_o + \frac{\partial f}{\partial h_o}\delta h_o = Tn - [t_o + f(\lambda_o, \varphi'_o, h_o)] \,. \qquad [1]$$

Per comodità ripetiamo qui il significato dei simboli che compaiono nella [1]. Se t_o,

λ_o, φ'_o, h_o sono i valori assunti inizialmente per il tempo origine, le coordinate epicentrali (geocentriche) e la profondità del fuoco, avremo ovviamente che δt_o, $\delta\lambda_o$, $\delta\varphi'_o$, δh_o sono le correzioni relative. Inoltre

$$\sin \alpha = \frac{\cos\varphi' \sin(\lambda - \lambda_o)}{\sin \Delta}$$

[α = azimut dell'epicentro rispetto a ciascuna stazione

φ' e λ = coordinate geocentriche di ciascuna stazione

Δ = distanza geocentrica di ogni stazione rispetto all'epicentro scelto].

$f(\lambda_o, \varphi'_o, h_o)$ è il tempo di propagazione delle P corrispondente alla Δ_n della stazione considerata

$\frac{\partial f}{\partial \Delta_n}$ è — per h costante — l'incremento che subisce ogni tempo di tragitto relativo ad ogni stazione quando Δ_n aumenta di 1 grado

$\frac{\partial f}{\partial h_o}$ è — per Δ costante — l'incremento che subisce ogni tempo di tragitto quando h viene incrementata di una quantità pari all'unità della dromocrona prescelta

T_n è il tempo di arrivo delle P registrato nelle varie stazioni.

Prima di giungere alla impostazione definitiva della [1] abbiamo tentato una prima approssimazione servendoci della dromocrona di Jeffreys relativa ad $h = 0{,}11\ R$. Da tali calcoli è però risultata eccessiva la profondità relativa alla dromocrona prescelta, mentre sono risultate piuttosto piccole le correzioni da apportare alle coordinate epicentrali. Tenendo conto di queste valutazioni i valori di φ'_o e λ_o (geocentrici) sono risultati i seguenti:

$$\begin{cases} \varphi'_o = -26^o\ 52'\ 16'', 64 \\ \lambda_o = -62^o\ 43'\ 11'', 28\ . \end{cases} \quad [2]$$

Da questi dunque siamo partiti per il calcolo delle Δ_n relative alle stazioni di cui ci siamo definitivamente serviti. Per l'h_o, attesa la precedente osservazione, ci siamo serviti della dromocrona relativa ad $h = 0{,}10\ R$, assumendo quindi come profondità ipocentrale il valore di

$$h_o = 666{,}8 \text{ km}\ . \quad [3]$$

Il tempo origine del terremoto, in base a questa profondità ipocentrale, e calcolato per le 23 stazioni usate per i calcoli finali, è

$$t_o = 22^h\ 51^m\ 31^s, 773\ . \quad [4]$$

Nella tabella I riportiamo i dati necessari per giungere al sistema [1].

Risolto questo con il solito metodo dei minimi quadrati, e calcolati successivamente gli errori probabili per ciascuna delle incognite abbiamo ottenuto

$$\delta\varphi'_o = +\ 0^o{,}16766 \pm 0^o{,}070095 = (+\ 10'\ 3'',\ 6 \pm 4'\ 12'',34)$$

$$\delta\lambda_o = +\ 0^o{,}03099 \pm 0^o{,}099236 = (+\ 1'\ 51'',\ 6 \pm 5'\ 57'',25)$$

$$\delta h_o = -\ 0{,}06932 \pm 0{,}25213 = (-\text{ km } 4{,}39350 \pm 15{,}98)$$

$$\delta t_o = +\ 0^s{,}387 \pm 1{,}^s162365$$

con $[ll\ .\ 4] = 15{,}38856$ e $[vv] = 15{,}38856$ com'è richiesto dalla teoria degli errori.

Tenendo conto dei valori di partenza (2), (3) e (4) i valori definitivi sono i seguenti:

(in coordinate geocentriche)

$$\varphi'_o = -\ 26^o\ 52'\ 16'',64\ +\ \delta\varphi'_o = -\ 26^o\ 42'\ 13'',04 \pm 4'\ 12'',34$$

$$\lambda_o = -\ 62^o\ 43'\ 11'',28\ +\ \delta\lambda_o = -\ 62^o\ 41'\ 19'',68 \pm 5'\ 57'',25$$

$$H = 22^h\ 51^m\ 31^s{,}773\ +\ \delta t_o = 22^h\ 51^m\ 32^s{,}16 \pm 1^s{,}16$$

$$h_o = \text{km } 666{,}8\ +\ \delta h_o = \text{km } 662{,}4 \pm 16\ .$$

La latitudine geografica φ_o è

$$\varphi_o = -\ 26^o\ 51'\ 32'',43\ .$$

Natura fisica della scossa all'ipocentro.

È noto che si può dedurre la natura di una scossa sismica all'ipocentro dall'esame degli impulsi iniziali registrati nelle varie stazioni sismiche.

Allo scopo di studiare il meccanismo che ha provocato il terremoto in questione, ci

Tabella 1

STAZIONI	Δ geocentr. provvisoria	α	T_n	Termini noti	Coeffic. di $\delta\lambda_0$	Coeffic. di $\delta\varphi_0'$	Coeffic. di δh_0	Errori v
1. S. Lucia.	9° 22′00″	224° 54′57″	22h53m47s,8	+ 1,96	— 5,81144	— 6,49584	— 1,62	— 0,19182
2. Huancayo	19 02 36	319 04 32,8	55 15,3	— 0,66	— 5,25896	+ 6,79878	— 1,31	+ 0,16059
3. Bogotà	33 19 11,25	339 04 57,8	57 18,7	— 0,72	— 2,63375	+ 7,72501	— 2,73	+ 0,08238
4. S. Juan	45 16 06	355 27 39,3	58 52,3	— 2,41	— 0,53508	+ 7,54623	— 3,53	+ 1,79277
5. Miami	55 17 49	340 41 04,3	23 00 08	+ 0,81	— 2,00638	+ 6,41723	— 4,00	— 1,15977
6. Cleveland	70 21 42	345 05 40,7	01 42,5	— 0,17	— 1,32161	+ 5,56618	— 4,60	— 0,01671
7. Harward	69 39 56	353 02 14,5	01 39,1	+ 0,50	— 0,63040	+ 5,78703	— 4,60	— 0,74516
8. Halifax	71 19 02	359 20 12,0	01 48,1	— 0,08	— 0,05888	+ 5,69960	— 4,60	— 0,16821
9. Ottawa	73 02 28	350 27 51,7	01 59,8	+ 1,80	— 0,82753	+ 5,52261	— 4,70	— 1,98778
10. Angra do Heroismo .	73 17 17	28 19 50,8	02 00	+ 0,62	+ 2,35793	+ 4,90283	— 4,73	— 0,80051
11. Tucson	74 39 11	319 08 30,0	02 07	+ 0,04	— 3,20954	+ 4,15979	— 4,80	+ 0,08146
12. Pasadena	80 23 17	316 08 37,1	02 36,75	— 0,70	— 3,15200	+ 3,67751	— 5,00	+ 0,91440
13. Lisbona	82 22 00	39 25 16,4	02 47,95	+ 0,48	+ 2,79828	+ 3,81615	— 5,10	— 0,46631
14. Tamanrasset	82 27 52	59 50 12,9	02 48	+ 0,05	+ 3,81766	+ 2,48723	— 5,10	+ 0,15490
15. Berkeley	85 19 23	316 48 05,7	03 01,6	— 0,29	— 2,86990	+ 3,42625	— 5,20	+ 0,55165
16. Paris	95 16 35	37 03 49,6	03 46,9	— 0,91	+ 2,41930	+ 3,59082	— 5,20	+ 0,98014
17. Kew	95 24 19	33 50 22,5	03 47,0	— 1,39	+ 2,23534	+ 3,73770	— 5,20	+ 1,44122
18. Basel	97 23 48	40 02 13,0	03 57,1	— 0,26	+ 2,58220	+ 3,44533	— 5,20	+ 0,34949
19. Roma	97 31 35	46 43 42,0	03 59	+ 1,06	+ 2,92271	+ 3,08457	— 5,20	— 0,92058
20. Stoccarda	98 57 33	39 32 38,2	04 04,2	— 0,19	+ 2,55566	+ 3,47013	— 5,20	+ 0,27615
21. Jersey	93 05 54	34 56 00,0	03 38	+ 0,08	+ 2,34453	+ 3,76297	— 5,20	— 0,03640
22. Chur	98 10 15	41 20 00,0	04 00,9	+ 0,06	+ 2,65108	+ 3,37896	— 5,20	+ 0,03848
23. De Bilt	98 33 19	35 18 10,4	04 02,96	+ 0,39	+ 2,31975	+ 3,67250	— 5,20	— 0,33047

siamo valsi, oltre che delle stazioni già impegnate per la determinazione dell'ipocentro e del tempo origine, anche di un discreto numero di altri osservatori, (nei quali ovviamente il primo impulso era chiaramente individuabile) tanto da poter utilizzare complessivamente 52 stazioni. Nella tabella II ne è riportato l'elenco; esse sono affiancate dal segno di compressione (+) o dilatazione (—), dalle distanze epicentrali geografiche Δ e dagli azimut α riferiti all'arco di meridiano Epicentro-Polo Nord.

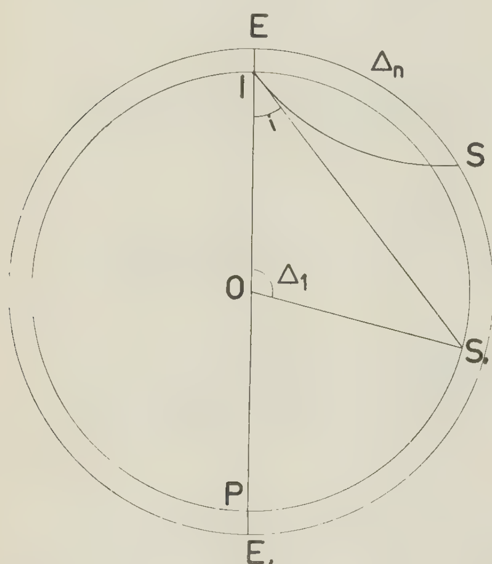


Fig. 1

Trattandosi di un terremoto di elevata intensità, di larga estensione e di grande profondità, abbiamo applicato il metodo di Byerly [2] esteso ai terremoti profondi da uno di noi [3]. Esponiamo i risultati richiamando sommariamente la teoria.

Si consideri una sezione meridiana della Terra passante per l'epicentro E e l'analoga sezione della sfera passante per l'ipocentro I (fig. 1). Sia S una stazione generica a distanza epicentrale Δ_n e IS il relativo raggio sismico. Se la sfera interna fosse omogenea (secondo l'ipotesi di Byerly) tale raggio sismico diventerebbe IS_1 (essendo S_1 la sua intersezione con la sfera ipocentrale) e Δ_1 sarebbe l'analogo di Δ_n su detta sfera interna. È evidente che ad ogni S corrisponde un S_1, eccezion fatta per tutti quei punti situati nella prossimità dell'epicentro entro una zona delimitata da quei raggi che, partendo dall'ipocentro, risultano normali al raggio della terra passante per I.

Si ricorda che se con i si indica l'angolo che il raggio sismico passante per un punto qualsiasi (distante r da 0) forma con il raggio della terra per lo stesso punto, con V la velocità del movimento sismico, vale la proprietà fondamentale (per l'ipocentro e il punto in superficie)

$$\frac{r_h \sin i_h}{V_h} = \frac{r_o \sin i_o}{V_o} . \qquad [5]$$

Ponendo la velocità apparente $v_n = \dfrac{d\Delta_n}{dt}$ e tenendo conto della relazione di Bendorf $\left(\sin i_o = \dfrac{V_o}{v_n}\right)$ dalla precedente formula si ha che

$$\sin i_h = \frac{r_o V_h}{r_h \dfrac{d\Delta_n}{dt}} . \qquad [6]$$

Nella [6] gli elementi del II membro sono conosciuti ($r_o = 6371$ km, $r_h = r_o - h = 5708{,}6$ *km*, $V_h = 10{,}35$ (*), $\dfrac{d\Delta_n}{dt} = v_n$ è rilevata, stazione per stazione, dalle tabelle di Jeffrey's opportunamente interpolate): risulta in tal modo determinato i_h, e pertanto anche l'angolo $\widehat{IOS_1}$ doppio del complementare di i_h. La misura in gradi di questo angolo dà la corrispondente in gradi all'arco $\widehat{IS_1}$ e cioè Δ_1.

I risultati di questa operazione sono elencati nella IV colonna della tabella II salvo i primi quattro e gli ultimi quattro che ne sono esclusi per le seguenti considerazioni:

I) per le prime 4 stazioni in quanto le loro distanze epicentrali sono minori di $\Delta_n = 13°$,

(*) Il valore di V_h è stato interpolato (per $h = 662{,}4$ km) da una serie di valori dedotti da Gutenberg per la velocità delle onde longitudinali a varie profondità.

Tabella 2

STAZIONI	Comp. o dilat	Δ^0	α	Δ_1	$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Delta_1$
1. Antofagasta	—	07° 41′ 30″	292° 51′ 14″	40°	0,36397
2. Buenos Ayres	+	08 31 00	155 53 22	34	0,30573 (*)
3. La Plata	+	09 00 00	154 10 07	30	0,26795
4. Santa Lucia	—	09 30 18	224 29 06	26	0,23087
5. Huancayo	+	18 56 21	318 41 38	37 49′ 12″	0,34257
6. Bogotà	—	33 10 30	338 56 28	60 43 26	0,58580
7. Balboa Heigts	+	39 11 18	333 01 00	67 27 30	0,66766
8. Guadalaiara	+	54 46 35	311 42 21	88 20 00	0,97133
9. Vera Cruz	+	56 07 06	321 08 26	90 01 48	1,00052
10. Tacubaia	+	58 02 13	318 33 05	93 21 02	1,06028
11. Manzanillo	+	60 56 46	314 01 30	94 58 40	1,09088
12. Cincinnati	+	68 45 00	341 07 40	104 20 00	1,28764
13. Chihuahua	+	69 07 41	319 43 55	104 20 00	1,28764
14. Harward	+	69 30 19	353 00 29	104 20 00	1,28764
15. Cleveland	+	70 12 13	345 03 16	105 50 10	1,32311
16. Halifax	+	71 09 11	359 21 29	107 19 16	1,35988
17. Chicago (USCGS)	+	72 05 40	341 09 45	107 19 16	1,35988
18. Ottawa	+	72 53 00	350 26 04	107 19 16	1,35988
19. Angra do Heroismo	+	73 07 44	28 20 05	108 47 30	1,39657
20. Tucson	+	74 32 51,4	319 05 44	110 15 10	1,43488
21. Monte Wilson	+	80 16 15	316 13 56	115 57 46	1,59918
22. Pasadena	+	80 16 41	316 06 17	115 57 46	1,59918
23. Santa Barbara	+	81 26 39	315 29 14	115 57 46	1,59918
24. Haiwee	+	81 29 08	317 43 10	115 57 46	1,59918
25. Lisbona	—	82 13 10	39 25 16	117 21 46	1,64244
26. Tinemaha	+	82 18 08	318 16 43	117 21 46	1,64244
27. Tamanrasset	—	82 21 21	59 55 21	117 21 46	1,64244
28. Malaga	+	83 41 43	43 24 06	117 21 46	1,64244
29. Berkeley	+	85 13 23	316 46 57	121 30 10	1,78573
30. Algeri Univ.	—	88 27 25	47 16 09	122 51 50	1,83657
31. Seattle	+	91 28 29	324 18 08	122 51 50	1,83657
32. Jersey	—	92 56 44	34 55 02	122 51 50	1,83657
33. Christchurch	+	93 31 23	216 48 28,5	122 51 50	1,83657
34. Wellington	+	93 49 44	217 21 26	122 51 50	1,83657
35. Parigi	+	95 07 33	37 02 47	124 12 52	1,88925
36. Kew	—	95 15 06	33 49 00	124 12 52	1,88925
37. Auckland	+	96 41 50	222 55 08	124 12 52	1,88925
38. Basilea	—	97 15 00	40 01 14	124 12 52	1,88925
39. Roma	—	97 22 19	46 41 51	124 12 52	1,88925
40. Coira	—	98 01 35	41 18 25	124 12 52	1,88925
41. De Bilt	—	98 24 10	34 40 50	124 12 52	1,88925
42. Stoccarda	—	98 48 43	39 31 03	124 12 52	1,88925
43. Gottinga	—	100 38 46	37 20 00	125 33 32	1,94408
44. Jena	—	101 13 49	38 23 37	125 33 32	1,94408
45. Praha	—	102 26 02	40 02 10	125 33 32	1,94408
46. Athene	—	103 21 36	54 10 25	125 33 32	1,94408
47. Belgrado	—	103 52 23	46 42 21	125 33 32	1,94408
48. Copenhagen	—	103 55 28	34 20 02,5	125 33 32	1,94408
49. Varszawa	—	107 06 34	39 45 22	—	—
50. Nuova Delhi	+	144 33 28	77 42 00	—	—
51. Batavia	+	145 37 02	161 21 43	—	—
52. Calcutta	+	153 20 53	86 53 30	—	—

(*) I primi quattro valori sono calcolati in base alle Δ relative ai raggi opposti (per quanto detto nel testo).

e cioè della distanza limite precedentemente accennata ($i_h = 90°$; $h = 662{,}4$ km);

II) per le ultime 4 in quanto le loro distanze epicentrali superano il limite di ricezione delle P.

stazione (v. colonna 3 della tab. 2) e come raggio vettore la tg $\frac{1}{2}\Delta_1$ i cui valori sono stati riportati nell'ultima colonna in base alla relazione $\Delta_1 = 2\,(90° - i_h)$.

Da un primo esame della figura appare chiaramente che le compressioni e le dila-

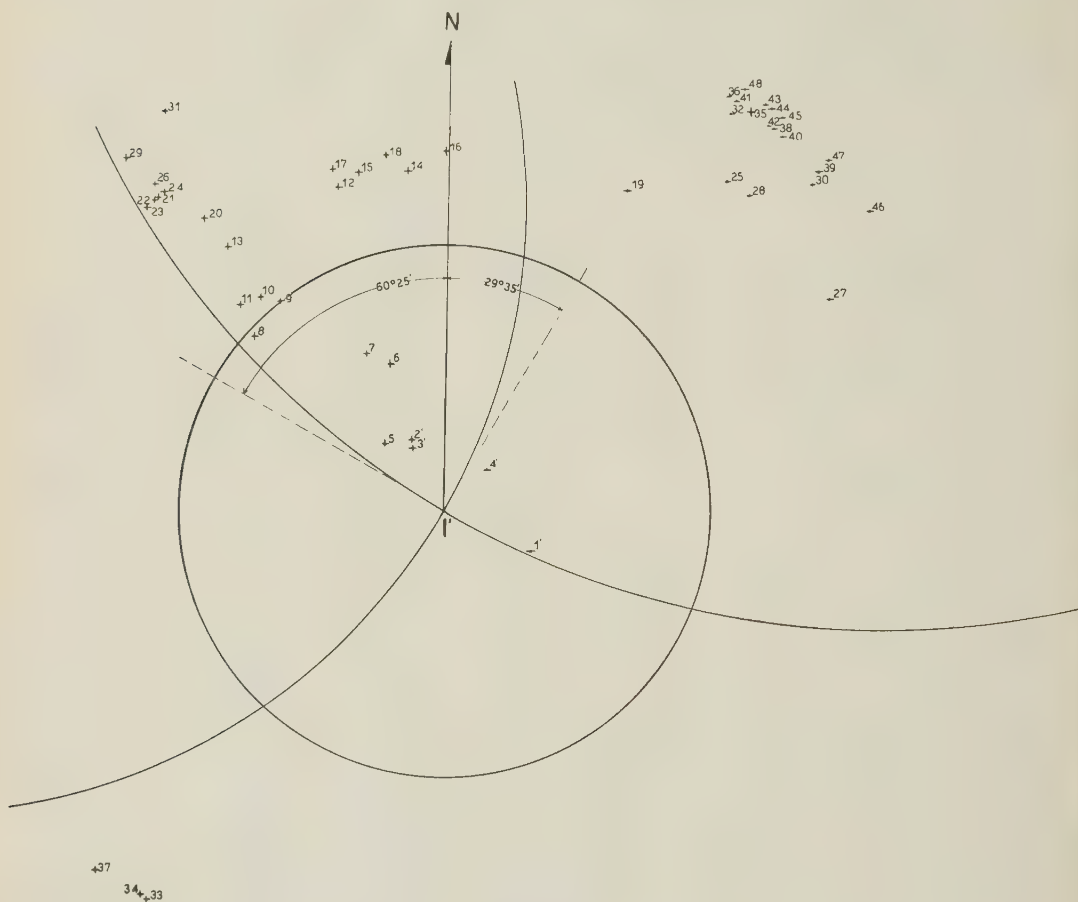


Fig. 2

Le posizioni delle 44 stazioni residue sulla sfera ipocentrale vengono ora proiettate con proiezione stereografica assumendo come polo di proiezione l'anti-ipocentro P e come piano di proiezione il piano equatoriale relativo ad IP, sì che la proiezione di I viene ad essere il centro di figura (v. fig. 2). I punti proiettati (contrassegnati con il numero che individua nell'elenco le singole stazioni e con il relativo impulso iniziale) hanno per coordinate polari l'azimut corrispondente alla

tazioni si raggruppano in modo da poter essere facilmente separabili in 4 zone sì che in zone opposte i segni sono uguali. Unica eccezione risulta Parigi (n 35, compressione) tanto più inspiegabile in quanto si trova in mezzo ad un folto gruppo di ottime stazioni in cui il primo impulso presenta in modo inequivocabile una dilatazione.

Si notano in figura le posizioni 1', 2', 3', 4'. Esse rappresentano le stazioni 1, 2, 3, 4 considerate come se fossero state trasferite su l-



Fig. 3

la sfera ipocentrale, considerando il raggio opposto il quale, com'è noto, ha il primo impulso della stessa natura. (Questo allo scopo di non perderne le preziose indicazioni degli impulsi iniziali, dato inoltre il fatto che l'errore che si commette con questo artificio è trascurabile nella nostra rappresentazione grafica).

Pertanto i Δ_1 sono, per queste quattro stazioni, i Δ^*_1 corrispondenti alla distanza epicentrale del punto di emergenza del raggio opposto.

Il primo cerchio di separazione si è potuto facilmente tracciare in quanto risulta nettamente individuato poichè deve passare per I' e contenere inoltre la dilatazione di Antofagasta (n. 1') e la compressione di S. Barbara (n. 23). Il centro di questo cerchio si trova sulla direzione N 29° 35' E ad una distanza da I' di 3,25 r (r = raggio di figura).

Quanto al II cerchio, normale al primo per I', poichè la stazione più orientale della zona a N-W che presenta una compressione (n. 16 Halifax) è separata dalla più vicina dilatazione (n. 19 Angra do Heroismo) dal-

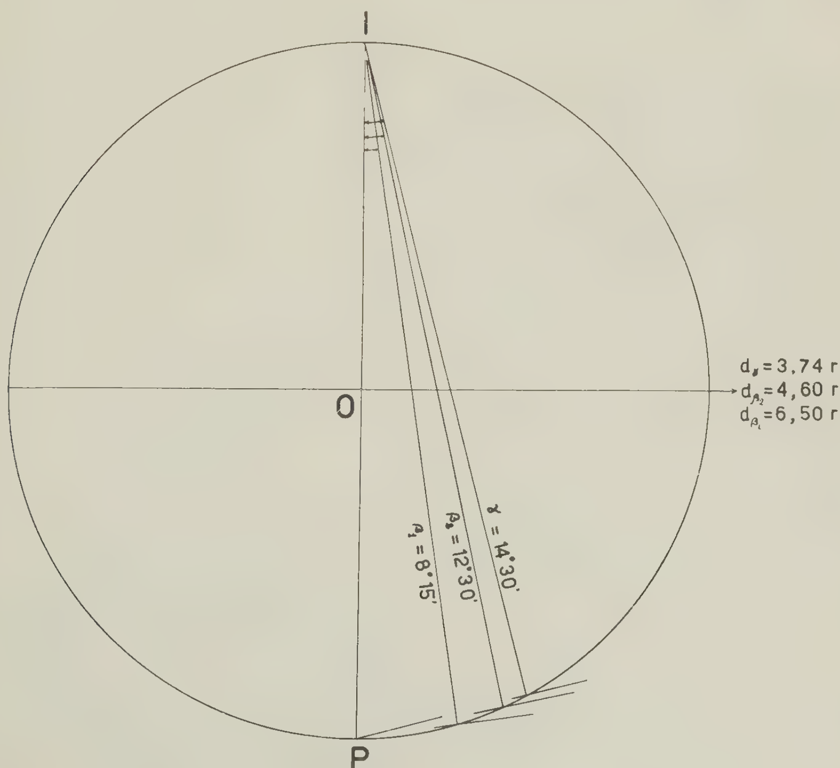


Fig. 4

l'intero Oceano Atlantico, l'abbiamo tracciato in maniera da poter essere equidistante dalle 2 stazioni nominate e precisamente

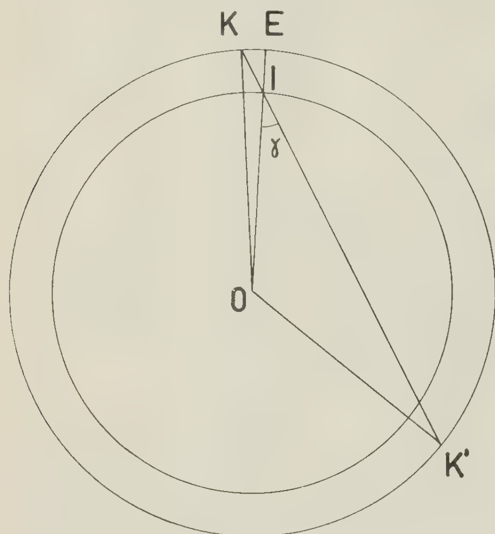


Fig. 5

il suo centro si trova sulla direzione N 60° 25′ W ad una distanza dal centro di figura di 2,30 r.

Da quanto esposto risulta chiaramente che il processo del moto sismico all'ipocentro è stato provocato da una frattura.

Una osservazione molto interessante è la seguente. Il piano rappresentato dal primo cerchio risulta orientato all'incirca come la grande faglia di S. Andrea (California, Messico...) Nella fig. 3 riportiamo una cartina delle zone disegnate in proiezione Mercatori: sono ivi visibili la traccia in superficie del nostro piano orientato N 60° 25′ W e la traccia di detta faglia. Questa coincidenza ci permette di giustificare in qualche modo la scelta di detto piano come piano di frattura, anche se i due fatti non hanno alcuna relazione tra loro.

Inclinazione dei piani e determinazione del polo.

Allo scopo di poter determinare anche l'inclinazione dei piani, abbiamo seguito il metodo di Byerly [2] trasportato sulla sfera ipocentrale.

Nella fig. 4, $d_{\beta_1} = 6{,}5\ r$ e $d_{\beta_2} = 4{,}6\ r$ sono i diametri dei cerchi trovati (essendo r il raggio del cerchio di figura) e $\beta_1 = 8°\,15'$ e $\beta_2 = 12°\,30'$ rappresentano le inclinazioni delle tracce rispetto al raggio terrestre (OI) per l'ipocentro di frattura e ausiliario; $d_\gamma = 3{,}74\ r$ è la distanza dell'ipocentro (che è uno dei punti d'intersezione dei cerchi) dal II punto d'intersezione e $\gamma = 14°\,30'$ è l'inclinazione, rispetto allo stesso raggio, della retta d'intersezione dei due piani.

Ricordiamo che si chiama Polo, nella rappresentazione in superficie dei primi impulsi, l'incontro delle linee delimitanti le 4 zone. Nel nostro caso, data la profondità del sisma e l'inclinazione dei piani, la posizione del Polo (che è distinta dall'epicentro) si può

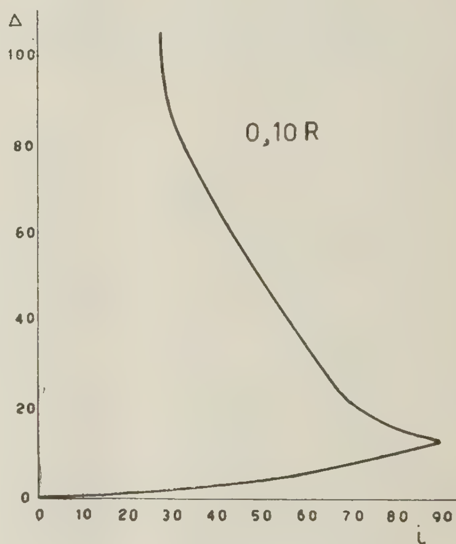


Fig. 6

individuare come intersezione K della retta comune dei due piani con la superficie terrestre: chiamiamo anti-polo K' l'altra intersezione.

La fig. 5 è una sezione verticale della sfera terrestre: E ed I sono ovviamente epicentro ed ipocentro del terremoto e la retta $K\ K'$ è inclinata di γ rispetto al raggio per I. La determinazione della distanza epicentrale

del Polo in gradi si effettua con le seguenti considerazioni:

$$\widehat{KOE} = \widehat{\gamma} - \widehat{OKI}$$

$$\widehat{IOK'} = \widehat{180^o} - \widehat{\gamma} - \widehat{OK'I}$$

Ma per il teorema dei seni (applicato al triangolo OKI) si ha

$$\frac{\sin \widehat{OKI}}{r_o - h} = \frac{\sin(180 - \gamma)}{r_o}$$

E poichè $r_o = 6371$ km, $h = 662{,}4$ km risulta

$$EK = 1^o \quad 32',1$$

$$EK' = 152^o\ 32',1$$

L'arco KK' è orientato N 25° W nel tratto EK'.

Rappresentazione in superficie della natura dei primi impulsi.

Allo scopo di poter delimitare in superficie le zone interessate da compressioni e

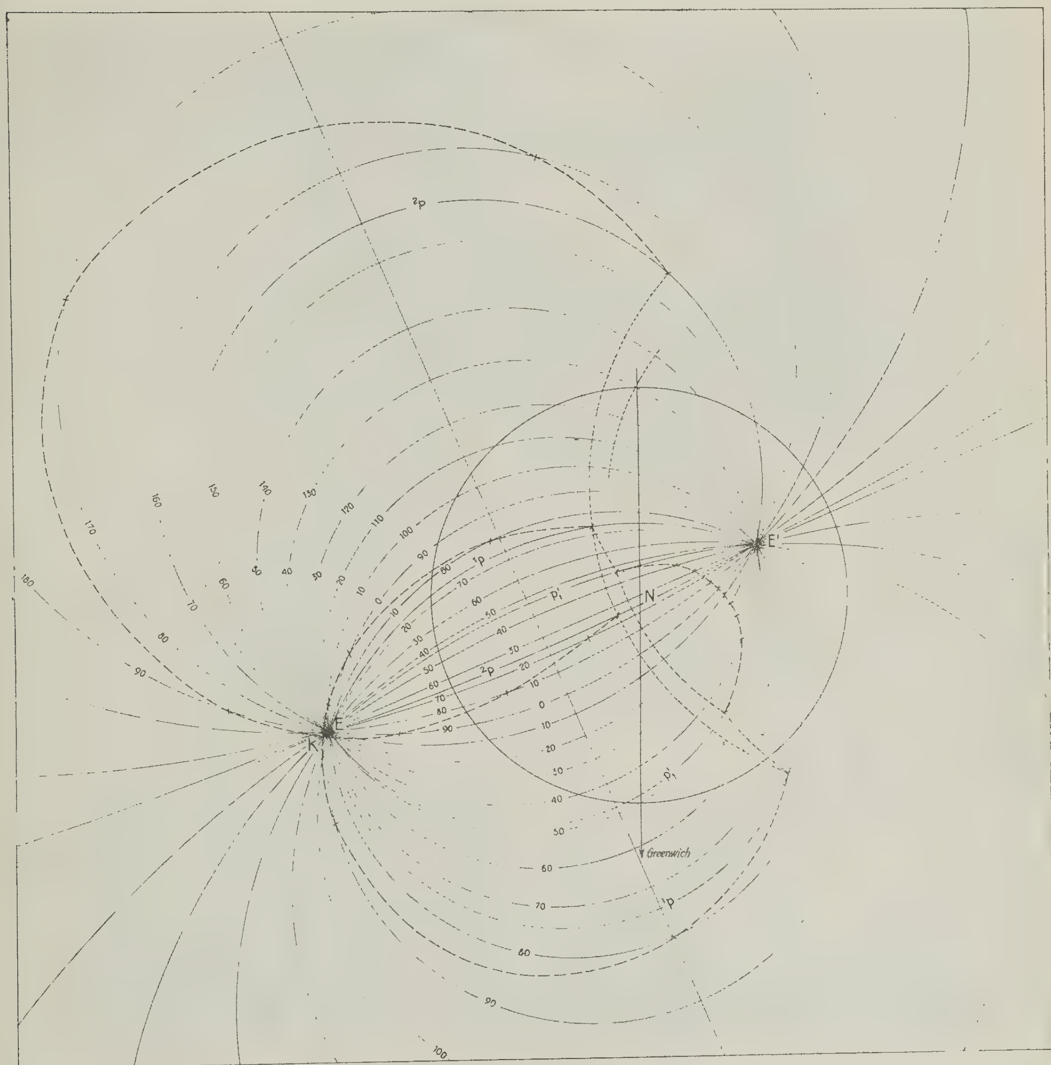


Fig. 7

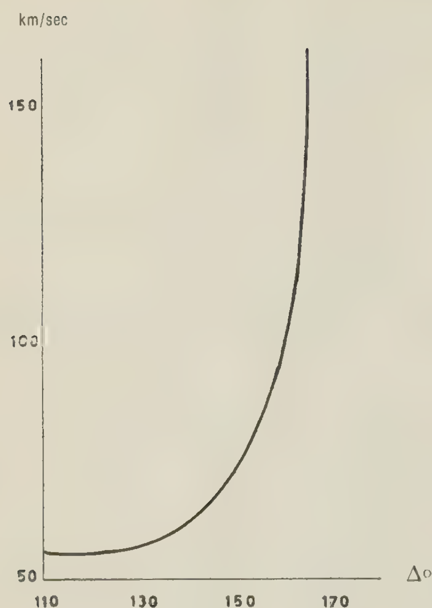


Fig. 8

dilatazioni è necessario trovare la posizione dei punti d'intersezione dei raggi sismici (uscenti dall'ipocentro e tangenti ai due piani) con la superficie terrestre.

Per ottenere ciò occorre determinare, per i vari azimut, le distanze epicentrali di emergenza dei suddetti raggi sismici. Se β è l'angolo d'inclinazione del piano considerato, ψ è l'azimut ed i l'angolo che il raggio sismico forma con il raggio terrestre per l'ipocentro, con facili considerazioni di trigonometria si ha che

$$\operatorname{tg} i = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \psi} \qquad [7]$$

Poichè tra i raggi sismici ce ne sono alcuni che passano attraverso il nucleo in dipendenza dell'inclinazione del piano e della profondità ipocentrale è necessario conoscere l'angolo limite per differenziare le zone d'emergenza delle P da quelle d'emergenza delle PKP.

Applicando la [1] all'ipocentro e al punto più basso della traiettoria (che indicheremo con l'indice c) e considerando che l'angolo i_c è uguale a 90° si ha

$$\sin i_h = \frac{r_c}{V_c} \cdot \frac{V_h}{r_h} \ . \qquad [5']$$

Prendendo $r_c = 3451$ km (Caloi–Peronaci (4)), $V_c = 3{,}7$ km/sec (Gutenberg (5)) $V_h = 10{,}35$ km/sec, $r_h = 5708{,}6$ km il valore limite di i_h risulta il seguente

$$i_h = 27^\circ\ 10',\ 47\ .$$

Tabella 3. $\beta_1 = 8^\circ\ 15'$

ψ_1	i	Δ	d	r
0	8°13′18″	154°	— 0,661	— 0,325
10	8 22 30	153	— 0,665	— 0,338
20	8 46 34	152	— 0,668	— 0,352
30	9 30 16	148	— 0,686	— 0,408
40	10 43 04	141	— 0,726	— 0,512
46°59′	12 — —	110°	— 1,124	— 1,184
50	12 42 39	—	—	—
60	16 10 15	—	—	—
70	22 58 20	—	—	—
73°37′5	27 13 23	101,5	— 1,370	— 1,505
80	39 51 38	66,5	—16,817	—17,287
90	90 — —	12,9	+ 1,706	+ 0,427
100	39 51 38	2,8	+ 1,631	+ 0,089
110	22 58 30	1,5	+ 1,628	+ 0,048
120	16 10 15	1,2	+ 1,628	+ 0,038
130	12 42 39	1,1	+ 1,628	+ 0,035
140	10 43 04	1,0	+ 1,628	+ 0,032
150	9 30 16	0,95	+ 1,628	+ 0,030
160	8 46 34	0,9	+ 1,628	+ 0,028
170	8 22 30	0,85	+ 1,628	+ 0,027
180	8 13 18	0,8	+ 1,628	+ 0,025

Tabella 4. $\beta_2 = 12^\circ\ 30'$

ψ_2	i	Δ	d	r
	12°— —	110°	— 1,124	— 1,184
0°	12 30 00	—	—	—
10	12 41 12	—	—	—
20	13 16 28	—	—	—
30	14 21 29	—	—	—
40	16 08 25	—	—	—
50	19 01 43	—	—	—
60	23 54 41	—	—	—
64°28′15″	27 13 23	101,5	— 1,370	— 1,505
70	32 17 02	80,0	— 3,207	— 3,541
80	51 55 43	46,5	+ 3,771	+ 3,066
90	90 — —	12,9	+ 1,706	+ 0,427
100	51 55 43	4,7	+ 1,637	+ 0,150
110	32 17 02	2,3	+ 1,630	+ 0,073
120	23 54 41	1,7	+ 1,629	+ 0,054
130	19 01 43	1,3	+ 1,628	+ 0,041
140	16 08 25	1,25	+ 1,628	+ 0,040
150	14 21 29	1,2	+ 1,628	+ 0,038
160	13 16 28	1,2	+ 1,628	+ 0,038
170	12 41 12	1,15	+ 1,628	+ 0,037
180	12 30 00	1,1	+ 1,628	+ 0,035

Se ora poniamo per il piano di frattura $\beta_1 = 8^\circ\ 15'$ e l'origine $\psi_1 = O$ nella direzione N 29° 35′ E applicando la [3] si ottiene la serie di valori riportati nella II colonna della tabella 3. Se invece poniamo $\psi_2 = O$ nella direzione N 60° 25′ W e consideriamo il piano ausiliario di inclinazione $\beta_2 = 12^\circ\ 30'$ con la stessa formula si ha la serie dei valori riportati nella II colonna della tabella 4.

Di queste due serie di valori ci serviamo per calcolare, tramite la [2], le velocità apparenti in superficie $\frac{d\Delta_n}{dt}$ dei raggi considerati: e indi i Δ_n corrispondenti. L'operazione è stata effettuata valendosi del grafico della fig. 6 ottenuto dalle tavole di Jeffrey's per una profondità ipocentrale corrispondente a quella del terremoto in questione. I risultati relativi sono riportati nelle III colonne delle due tabelle 3 e 4.

Abbiamo ora tutti gli elementi sufficienti per poter passare alla determinazione grafica dei punti ottenuti: abbiamo scelto la proie-



Fig. 9

zione stereografica della superficie terrestre avente come centro di figura il polo Nord (vedi fig. 7). Ricordando le coordinate geografiche dell'epicentro e tenendo conto che in questa proiezione il λ si conserva, si ha che la distanza epicentrale ξ del polo Nord risulta

$$\xi = 90^\circ + \varphi = 116^\circ\ 51'\ 32'', 43$$
$$\lambda = -\ 62^\circ\ 41'\ 19'', 68\ .$$

Determinata la proiezione E dell'epicentro e condotti per essa i cerchi massimi, ad intervalli di 10° ciascuno, in modo che uno di questi coincida con ψ_1 = N-29° 35'-E, per ottenere i punti rappresentativi dei punti di emergenza nelle direzioni corrispondenti, abbiamo applicato le formule della proiezione stereografica

$$d = \frac{\sin\xi}{\cos\xi + \cos\Delta} \qquad r = \frac{\sin\Delta}{\cos\xi + \cos\Delta}$$

che ci danno gli elementi delle proiezioni dei cerchi di distanza epicentrale Δ. Le intersezioni di questi con i corrispondenti ψ danno la rappresentazione grafica dei punti cercati. I relativi valori sono elencati nelle ultime due colonne delle tabelle 3 e 4.

Nella tabella 3, essendo l'angolo β_1 minore dell'angolo limite, vi è una parte che interessa le onde *PKP* le cui velocità apparenti sono state rilevate dalle tavole di Jeffrey's tenendo conto della profondità (fig. 8). I due tratti di curva sono stati raccordati nei punti limite calcolati per una Δ = 110° per le *PKP* (cerchi P'_1,) e di Δ = 101°, 5 per le *P* (cerchi ^1P): gli azimut risultano, per la formula [3], 46° 59′ 12″ e 73° 37′ 30″ rispettivamente per il primo piano, e per il secondo 64° 28′ 15″ per le sole *P*, mentre per le *PKP* essendo l'angolo d'inclinazione i del raggio sismico all'ipocentro per Δ = 110° di 12°, inferiore perciò a tutte le i calcolate per gli azimut $\psi_2 = \pm$ 60° ne risulta che questi raggi escono in superficie nella zona d'ombra e per tanto non è possibile chiudere la curva con i raggi delle *PKP*. (I cerchi azimutali limiti delle *P* sono indicati con ^2P). Nella fig. 7 i punti ottenuti sono stati raccordati, con tratteggio: le parti relative alla zona di ombra risultano individuate da un tratteggio più minuto. Ne risultano due curve che riportate sul planisfero della fig. 9 danno la possibilità di mettere in evidenza, mediante le coordinate geografiche, la corrispondenza dei primi impulsi con le 4 zone. A conferma della bontà dei risultati conseguiti vediamo che anche le stazioni di Varsavia, Nuova Delhi, Batavia, Calcutta, escluse dai calcoli a causa della eccessiva distanza epicentrale, trovano in tale suddivisione il posto adeguato ai segni dei rispettivi primi impulsi.

Roma - Istituto Nazionale di Geofisica. Giugno 1957.

RIASSUNTO

Allo scopo di poter studiare alcune caratteristiche fisiche del mantello terrestre, è stato preso in esame un forte terremoto di origine profonda, con l' intento di studiarlo dettagliatamente in tutti i suoi aspetti.

Riportiamo in questa sede intanto i risultati conseguiti dalla ricerca della natura fisica della scossa all'ipocentro.

Il terremoto in questione è quello del Sud America del 14 agosto 1950, di magnitudo 7 1/4, e che ha fornito dovunque ottime registrazioni.

La zona colpita da questo forte sisma, nell'Argentina settentrionale, fa parte di una fascia longitudinale lungo la quale, nel tempo, si sono verificati parecchi terremoti di elevata magnitudo e di profondità ipocentrale molto grande.

Primo nostro compito è stato quello di determinare le coordinate ipocentrali ed il tempo origine del terremoto in questione. Il materiale a nostra disposizione era per lo più di ottima qualità e abbondante; le registrazioni hanno avuto inizio, per la maggior parte, con degli impeti, sicchè i risultati conseguiti sono indubbiamente degni di fiducia.

Il calcolo, effettuato con 23 stazioni, adottando un metodo che ha già dato in precedenza buoni risultati, ha portato alle seguenti determinazioni:

$$\left.\begin{array}{l}\Phi'_0 = -\ 26^\circ\ 42'\ 13''.\ 04 \pm 4'\ 12''.\ 34 \\ \lambda_0 = -\ 62^\circ\ 41'\ 19''.\ 68 \pm 5'\ 57''.25\end{array}\right\}\text{(coordinate geocentriche)}$$

$$H = 22^h\ 51^m\ 32^s\ .\ 16 \pm 1^s\ .\ 16$$
$$h_0 = \text{km}\ (662.4 \pm 16)$$

Precisati questi risultati siamo passati a studiare il meccanismo che ha provocato il terremoto in questione.

E' noto a tutti che la natura di una scossa sismica all'ipocentro si può dedurre dall'esame degli impulsi iniziali registrati nelle varie stazioni sismiche.

Per il nostro scopo ci siamo valsi, oltre che delle stazioni già impegnate per la determinazione dell'ipocentro e del tempo origine, anche di parecchi altri Osservatori tanto da raggiungere complessivamente il numero di 52 stazioni.

Per ciascuna di esse sono state inizialmente rilevate le compressioni e le dilatazioni degli impulsi iniziali, poi sono state calcolate le distanze epicentrali geografiche e gli azimut riferiti all'arco di meridiano Epic-Polo Nord.

Trattandosi di un terremoto di elevata intensità, di larga estensione e di grande profondità, abbiamo applicato il metodo di Byerly esteso (da uno di noi) ai terremoti profondi.

Nella figura 2 sono riportati i risultati conseguiti.

Appare chiaramente che compressioni e dilatazioni si distribuiscono in 4 zone, in modo che in zone opposte i segni sono uguali. (Unica eccezione, inesplicabile, Parigi (n. 35), che si presenta con una compressione in mezzo ad un folto gruppo di ottime dilatazioni.)

Risulta chiaramente che il processo del moto sismico all'ipocentro è stato provocato da una frattura.

Una osservazione molto interessante è la seguente: il piano orientato N–60° 25′–W risulta quasi parallelo alla faglia di S. Andrea, il che ci porta a supporre che sia proprio questo il piano di frattura.

Sono state calcolate le inclinazioni dei due piani rispetto al raggio terrestre per l'ipocentro: esse sono rispettivamente 8° 15′ e 12° 31′ (vedi figura 4), mentre la retta intersezione dei due piani forma con lo stesso raggio una inclinazione di 14° 30′.

Successivamente sono state calcolate — per punti — le curve intersezioni della superficie terrestre con i raggi uscenti dall'ipocentro e tangenti al piano di frattura ed al piano ausiliario ortogonale (vedi figura 7).

Le stazioni che, a causa della loro posizione che ne rendeva impossibile la proiezione, non sono state adoperate per la determinazione dei due piani hanno tuttavia i primi impulsi concordi con quelli della zona delimitata dalle suddette curve.

ABSTRACT

In order to study some of the physical features of the earth's crust, a strong earthquake of deep origin has been studied in detail, from every point of view.

Thus, we shall supply on these pages the results which have been achieved by research into the physical nature of the shock at the hypocentre.

The earthquake chosen is the one that took place in South America on August 14 1950 (magnitudo 7 1/4); it supplied excellent registrations everywhere.

The area hit by this strong seism is situated in Northern Argentina and it constitutes a part of a longitudinal strip along which, for some time, high-magnitudo earthquakes with very great hypocentric depth have been taking place.

Our first task was to ascertain the hypocentral coordinates and the time of the origin of the earthquake in question. The material at our disposal was mostly of good quality and abundant. Most of the registrations started with the impetuses and, thus, the results were undoubtedly reliable.

The calculations made with the assistance of 23 stations and using a method that has already given results, have yielded the following data:

$$\Phi_0 = -26^\circ\, 42'\, 13''.04 \pm 4'\, 12''.34,$$
$$\lambda_0 = -62^\circ\, 41'\, 19''.68 \pm 5'\, 57''.25$$
(geo-centric coordinates)

$$H = 22h\ 51m\ 32^s.16 \pm 1^s.16$$
$$h_0 = klm\ (662.4 \pm 16)$$

After having secured these results, we devoted out attention to the study of the mechanism which had provoked the earthquake in question.

It is a well-known fact that the nature of a seismic shock at the hypocentre can be deduced from the study of the initial impulses registered at various seismic stations.

For our purposes, we utilized not only the stations already reserved for the determination

of hypocentre and time of origin, but also several other Observatories, thus, reaching an aggregate number of 52 stations.

First of all, for each of them the compressions and dilatations of the initial impulses were calculated. Then, the epicentral geographical distances and azimuths referred to the arc of the Epic-North Pole meridian were worked out.

As it was an earthquake of great intensity, great extension, and great depth, we applied Byerly's method extended (by one of us) to deep-seated earthquakes.

The results secured are indicated in Fig. 2.

It appears clearly that compressions and dilatations are distributed over 4 areas, in such a manner that in opposed areas the signs are the same. The only unexplainable exception in Paris (No. 35) which presents a compression amidst a large group of excellent dilatations.

It transpires very clearly that the process of seismic movement at the hypocentre has been caused by a fracture.

The following, very interesting, observation was made: the plane, oriented N-60° 25' – W, *turned out to be almost parallel to the faille of S. Andrea which leads us to supposing that it is precisely the plane of the fracture.*

The inclinations of the two planes in respect to the earth's radius passing through the hypocentre were worked out. They are 8° 15' and 12° 31' respectively (see Fig. 4), *while the straight line formed by the intersection of the two planes is inclined, in respect to the same radius, to the extent of 14°30'.*

Subsequently, we calculated the curves of the intersections of the earth's surface with the radii coming out of the hypocentre and tangential to the plane of fracture and to the auxiliary orthogonal plane (see Fig. 7).

The stations which, owing to their position, could not be projected, were not utilized for the determination of the two planes. Nevertheless, the initial impulses which they recorded agreed with those recorded in the area limited by the above-mentioned curves.

BIBLIOGRAFIA

(1) Caloi, P. - Peronaci, F., *Il terremoto del Turkestan del 2 novembre 1946*, « Annali di Geofisica », I, 2 (1948).

(2) Byerly, P., *The Earthquake of July 6th, 1934. Amplitude and first motion*, « Bull. Seism. Soc. Americ. », 28 (1938).

(3) Di Filippo, D., *Sulla rappresentazione in superficie della natura dinamica di una scossa con ipocentro profondo*, « Annali di Geofisica », III, 3 (1950).

(4) Caloi, P.-Peronaci, F., *Il batisismo del 28 agosto 1946 e la profondità del nucleo terrestre*, « Annali di Geofisica », II, 4 (1949).

(5) Gutenberg, B. Non ancora pubblicato. Comunicato gentilmente dall'Autore.

Numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno per l'anno 1957

G. GODOLI

Proseguendo la pubblicazione annuale dei numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno ([1]), vengono riportati nelle seguenti tre tabelle di immediata interpretazione i valori giornalieri per il 1957.

I numeri caratteristici sono stati stimati sugli spettroeliogrammi eseguiti alla torre solare di Arcetri con l'immagine di 64 mm; le caratteristiche strumentali e la tecnica delle osservazioni sono state descritte in altra sede ([2]).

Durante tutto il 1957 sono stati eseguiti quotidianamente tre spettroeliogrammi successivi nella riga $H\alpha_3$ dell'idrogeno e tre spettroeliogrammi successivi nella riga $K_{2,3}$ del calcio ionizzato. L'esecuzione di spettroeliogrammi successivi ha lo scopo di mettere in evidenza le variazioni di intensità delle zone più attive. Tali variazioni di intensità, interessantissime nello studio dell'evoluzione dei fenomeni, non hanno però alcuna influenza sulla stima dei numeri caratteristici. Per questo abbiamo continuato a stimare i numeri caratteristici su di un solo spettroeliogramma in $H\alpha_3$ ed uno solo in $K_{2,3}$. Gli spettroeliogrammi esaminati erano generalmente i primi eseguiti. Solo in qualche raro caso, quando il primo risultava difettoso, veniva esaminato il secondo od il terzo spettroeliogramma.

Sono stati esaminati complessivamente 162 spettroeliogrammi in $H\alpha_3$ e 160 in $K_{2,3}$.

La stima veniva eseguita, come per il passato, attenendosi ai modelli distribuiti dall'osservatorio di Mt. Wilson.

Per il semestre gennaio-giugno le stime sono state eseguite da G. Godoli e M. P. Strocchi mentre per il semestre luglio-dicembre le stime sono state eseguite da G. Godoli per due volte seguendo un diverso ordine di esame.

Lo scarto medio delle singole determinazioni, sia nel caso di un solo osservatore che in quello di due osservatori, si è generalmente mantenuto inferiore a 0.3 unità. Nei pochi casi in cui veniva riscontrato uno scarto medio di maggior entità un riesame degli spettroeliogrammi metteva in evidenza errori di stima.

Il contributo dei singoli osservatori alla raccolta delle lastre ridotte è stato il seguente:

Osservatori	$H\alpha_3$	$K_{2,3}$	Totale
M. C. Ballario	124	116	240
G. Godoli	2	2	4
B. Romagnoli	36	42	78

La distribuzione mensile delle lastre ridotte è la seguente:

riga \ mese	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$H\alpha_3$	14	3	15	10	10	11	20	19	13	23	13	11
$K_{2,3}$	14	4	17	10	11	11	19	19	14	23	9	9

Tabella 1a – Numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno per l'anno 1957.

Giorno	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1	—	—	1.9	—	—	1.9	2.8	2.5	—	—	—	—
2	—	—	1.8	—	—	—	3.2	2.6	—	—	—	2.7
3	3.1	—	—	—	—	—	3.1	2.6	—	2.4	—	2.6
4	—	—	—	—	2.4	2.7	3.3	—	—	2.5	—	2.5
5	—	—	1.9	1.2	—	—	2.6	2.5	2.5	2.8	2.2	2.5
6	—	—	—	—	—	—	2.6	2.4	2.6	—	—	—
7	2.9	—	—	—	2.0	—	—	2.5	2.3	2.7	2.4	—
8	2.8	—	1.7	—	—	—	2.3	2.5	—	2.3	—	—
9	1.5	—	1.6	—	—	—	1.8	2.6	2.9	3.0	—	—
10	—	—	—	—	1.5	—	—	2.6	3.3	2.9	—	1.9
11	1.4	—	1.9	—	1.6	—	—	—	—	2.6	2.8	—
12	—	—	2.2	—	—	—	1.2	2.7	—	2.6	3.0	—
13	—	—	2.2	1.2	—	—	1.3	2.7	—	—	2.7	—
14	—	—	2.1	—	2.3	2.2	—	—	—	2.4	2.8	—
15	0.9	—	1.9	1.8	2.7	2.7	—	—	—	3.0	—	—
16	—	—	—	1.7	2.1	—	0.9	—	2.6	2.9	2.6	2.2
17	—	—	—	1.7	—	2.7	—	—	2.7	2.7	—	2.3
18	2.0	—	—	—	—	2.4	1.4	—	2.7	2.8	—	2.4
19	2.8	—	—	2.6	—	2.3	—	2.6	2.8	2.7	2.4	2.2
20	—	2.0	1.8	—	—	—	—	—	2.7	—	—	2.5
21	3.0	—	1.5	—	—	2.8	—	2.7	2.9	—	—	2.3
22	3.3	—	1.1	—	1.8	—	—	2.4	—	2.4	—	—
23	—	—	—	2.7	1.7	—	3.3	—	—	2.3	—	—
24	—	—	—	2.7	—	—	3.2	—	—	2.8	—	—
25	—	—	—	2.6	—	2.2	3.1	—	—	2.7	2.5	—
26	3.1	1.4	—	2.3	—	—	2.9	2.6	—	3.0	2.8	—
27	—	—	1.6	—	—	1.8	2.8	2.4	2.6	—	2.9	—
28	2.3	1.2	1.5	—	—	2.0	—	2.9	2.7	—	3.2	—
29	1.9	—	—	—	—	—	2.9	2.8	—	2.9	—	—
30	1.7	—	—	—	—	—	2.9	—	—	3.0	2.8	—
31	—	—	—	—	1.9	—	2.6	3.4	—	2.7	—	—
Media	2.3	1.5	1.8	2.0	2.0	2.3	2.5	2.6	2.7	2.7	2.7	2.4
Media semestrale	2.07						2.61					
Media annuale	2.40											

Tabella 1b – NUMERI CARATTERISTICI DEI FLOCCULI DI CALCIO PER L'ANNO 1957.

Giorno	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1	—	—	3.0	—	—	3.6	3.6	2.4	—	—	—	—
2	—	—	3.4	—	—	—	3.8	2.4	—	—	—	3.6
3	4.3	—	—	—	—	—	4.3	2.4	—	3.6	—	3.4
4	—	—	3.8	—	3.5	3.9	4.3	—	—	3.5	—	—
5	—	—	3.7	2.9	—	—	4.5	2.4	3.0	3.6	—	3.5
6	—	—	—	—	—	—	4.2	2.5	3.2	—	—	—
7	4.5	—	—	—	3.2	—	—	2.4	3.1	3.8	3.6	—
8	3.9	—	4.2	—	—	—	3.7	2.4	—	3.7	—	—
9	3.9	—	4.1	—	—	—	3.8	2.6	3.2	3.8	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	2.5	3.1	3.8	—	2.6
11	—	—	4.1	—	3.3	—	—	—	—	3.6	—	—
12	3.4	—	4.0	—	—	—	2.4	2.6	—	3.7	—	—
13	—	—	4.1	3.3	3.8	—	2.7	2.6	—	—	3.6	—
14	—	—	4.3	—	3.9	3.7	—	—	—	3.8	3.6	—
15	2.4	—	4.1	3.4	3.8	3.9	—	—	—	3.6	—	—
16	—	—	—	3.5	3.7	—	2.9	—	4.1	3.5	—	3.0
17	—	—	—	3.9	—	4.3	—	—	3.8	3.4	—	3.0
18	2.6	—	—	—	—	4.5	3.2	—	3.6	3.5	—	3.2
19	3.0	2.9	—	4.3	—	4.3	—	3.5	3.7	—	3.4	3.1
20	—	—	3.2	—	—	—	—	—	3.6	—	—	3.3
21	3.3	—	3.1	—	3.5	4.4	—	2.5	4.0	3.8	—	—
22	3.4	—	3.2	—	3.5	—	—	2.6	—	3.7	—	—
23	—	2.8	—	4.3	3.4	—	—	—	—	3.6	—	—
24	—	—	—	4.2	—	—	3.2	—	—	4.0	—	—
25	—	—	—	4.6	—	3.4	3.1	—	—	3.9	3.5	—
26	4.1	2.7	—	4.4	—	—	3.0	3.3	—	3.9	3.4	—
27	—	—	3.3	—	—	3.5	2.8	3.4	3.4	—	3.3	—
28	4.1	2.4	3.3	—	—	3.5	—	3.4	3.5	—	3.4	—
29	3.9	—	—	—	—	—	2.7	3.3	—	4.2	—	—
30	3.3	—	3.1	—	—	—	2.7	—	3.8	4.3	3.4	—
31	—	—	—	—	3.4	—	2.6	3.4	—	4.2	—	—
Media	3.6	2.7	3.6	3.9	3.5	3.9	3.3	2.8	3.5	3.8	3.5	3.2
Media semestrale	3.64						3.35					
Media annuale	3.47											

Tabella 1c – NUMERI CARATTERISTICI DEI FILAMENTI D'IDROGENO PER L'ANNO 1957.

Giorno	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
1	—	—	2.1	—	—	2.8	2.7	2.4	—	—	—	—
2	—	—	1.6	—	—	—	3.1	2.4	—	—	—	2.3
3	3.0	—	—	—	—	—	2.9	2.0	—	2.6	—	2.4
4	—	—	—	—	3.0	2.3	3.0	—	—	2.6	—	2.4
5	—	—	2.4	2.8	—	—	2.7	1.5	2.3	2.8	2.3	2.4
6	—	—	—	—	—	—	2.5	1.6	2.4	—	—	—
7	3.2	—	—	—	3.0	—	—	1.7	2.1	2.7	2.6	—
8	3.1	—	2.0	—	—	—	2.3	2.2	—	2.2	—	—
9	2.9	—	2.2	—	—	—	2.4	2.6	2.4	2.6	—	—
10	—	—	—	—	3.0	—	—	2.7	2.3	2.5	—	2.4
11	—	—	1.4	—	3.0	—	—	—	—	2.4	3.2	—
12	3.3	—	1.6	—	—	—	2.3	2.8	—	2.5	3.1	—
13	—	—	2.4	3.0	—	—	2.9	2.8	—	—	3.1	—
14	—	—	2.4	—	3.9	3.3	—	—	—	2.2	3.3	—
15	3.2	—	2.6	2.6	4.1	3.4	—	—	—	1.9	—	—
16	—	—	—	2.6	3.6	—	2.5	—	2.5	1.8	3.2	2.5
17	—	—	—	2.6	—	3.0	—	—	2.4	1.7	—	2.3
18	4.6	—	—	—	—	2.4	2.6	—	2.6	1.8	—	3.0
19	4.8	3.0	—	3.0	—	2.3	—	2.0	2.5	1.7	3.1	2.8
20	—	—	1.5	—	—	—	—	—	2.5	—	—	2.9
21	5.0	—	1.6	—	—	2.6	—	2.3	2.5	—	—	2.2
22	4.4	—	1.8	—	3.0	—	—	2.8	—	1.9	—	—
23	—	—	—	3.0	2.5	—	2.4	—	—	1.9	—	—
24	—	—	—	3.1	—	—	2.5	—	—	2.4	—	—
25	—	—	—	3.2	—	2.8	2.4	—	—	2.1	2.7	—
26	2.8	2.4	—	2.8	—	—	2.5	3.1	—	2.4	2.6	—
27	—	—	2.2	—	—	2.6	2.3	2.7	2.2	—	2.4	—
28	2.6	1.8	2.4	—	—	2.8	—	2.5	2.1	—	2.5	—
29	2.6	—	—	—	—	—	2.4	2.4	—	2.1	—	—
30	2.8	—	—	—	—	—	2.5	—	—	2.3	2.5	—
31	—	—	—	—	3.1	—	2.6	2.5	—	2.2	—	—
Media	3.4	2.4	2.0	2.9	3.2	2.8	2.6	2.4	2.4	2.2	2.8	2.5
Media semestrale	2.81						2.45					
Media annuale	2.59											

Firenze, Osservatorio astrofisico di Arcetri – Centro di astrofisica del C.N.R. – Gennaio 1958.

RIASSUNTO

Si danno i numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno per l'anno 1957, secondo le osservazioni eseguite alla torre solare di Arcetri.

ABSTRACT

The character figures of Ca bright flocculi and of Hα bright and dark flocculi for the 1957 are given according to the observations carried out at the solar tower of Arcetri.

BIBLIOGRAFIA

(1) GODOLI, G., *Numeri caratteristici dei flocculi d'idrogeno e di calcio e dei filamenti d'idrogeno per gli anni 1950-51-52.* « Ann. Geof. », **6**, 199 (1953).

— Idem per l'anno 1953, l. c. **7**, 135 (1954).

— Idem per l'anno 1954, l. c. **8**, 325 (1955).

— Idem per l'anno 1955, l. c. **9**, 299 (1956).

— Idem per l'anno 1956, l. c. **10**, 133 (1957).

(2) RIGHINI, G. - GODOLI, G., *Riduzione del materiale spettroeliografico raccolto alla torre solare di Arcetri nel periodo 1932-1949.* « Mem. SAIt », **21**, 333 (1950).

Su una nuova costante isoterma dei gas

G. PAOLUZI

Ho raccolto in questa nota delle tabelle comprovanti che la grandezza

$$RT \frac{\frac{RT}{v-b} - \left(p + \frac{a}{v^2}\right)}{\left(p + \frac{a}{v^2}\right)^2} , \qquad [\alpha]$$

dove a e b sono costanti caratteristiche di ciascun gas deducibili dalle grandezze critiche, è funzione della sola temperatura ed ha le proprietà di una costante di equilibrio.

Per comodità del lettore riassumerò qui brevemente le considerazioni — già svolte in un precedente lavoro (¹) — che mi portarono a prevedere questo risultato.

Si consideri una grammomolecola di un dato gas. Indicando con n_1, n_2, n_3, ... il numero delle molecole semplici, doppie, triple....., e con N il numero di Avogadro, si ha

$$N = n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots\ldots \qquad [1]$$

L'applicazione della legge dell'azione di massa all'equilibrio fra molecole semplici e doppie fornisce

$$\frac{\frac{n_2}{v-b}}{\left(\frac{n_1}{v-b}\right)^2} = k_2 \longrightarrow n_2 = \frac{k_2}{v-b} n_1^2 \qquad [2]$$

dove $v - b$ è il « volume libero » e k_2 una certa funzione della temperatura. Similmente, per l'equilibrio fra molecole semplici, doppie e triple, si ha

$$\frac{\frac{n_3}{v-b}}{\frac{n_1}{v-b} \cdot \frac{n_2}{v-b}} = k_3 \longrightarrow n_3 = \frac{k_2\, k_3}{(v-b)^2} n_1^3 \, . \qquad [2']$$

Analoga relazione si ottiene considerando l'equilibrio fra molecole semplici, triple e quadruple. E così via.

Combinando la [1] con le [2] [2') ... si ottiene

$$N = n_1 + 2 \frac{k_2}{v-b} n_1^2 + 3 \frac{k_2\, k_3}{(v-b)^2} n_1^3 + \ldots\ldots \qquad [3]$$

Per poter trattare matematicamente la serie [3] porrò

$$k_2 = k_3 = \ldots\ldots\ldots\ldots = k \qquad [4]$$

facendo presente, d'altronde, che l'eventuale errore introdotto con la posizione [4] tende a scomparire con il crescere del volume.

Scrivendo semplicemente n al posto di n_1 si ottiene

$$N = n + 2 \frac{k}{v-b} n^2 + 3 \frac{k^2}{(v-b)^2} n^3 + \ldots\ldots \qquad [5]$$

$$= \frac{n}{\left(1 - \frac{nk}{v-b}\right)^2} \qquad [5']$$

In modo analogo, indicato con $\mathcal{N}$ il nu-

mero $n_1 + n_2 + \dots$ delle particelle autonome presenti in una grammomolecola, si ha

$$\mathfrak{N} = n + \frac{k}{v-b} n^2 + \frac{k^2}{(v-b)^2} n^3 + \dots \quad [6]$$

$$= \frac{n}{1 - \frac{nk}{v-b}} \quad [6']$$

Eliminando n fra le [5'] [6'], si trae

$$\frac{\mathfrak{N}}{N} = \frac{v-b}{2c}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4c}{v-b}}\right) \quad [7]$$

dove c sta per kN.

Ove le molecole non avessero nè la proprietà di formare associazioni, nè quella di attrarsi, la pressione Π sarebbe data dalla relazione

$$\Pi = \frac{RT}{v-b} \quad [8]$$

dove T è la temperatura assoluta ed R la costante dei gas perfetti.

La presenza di associazioni molecolari riduce il numero delle particelle effettive da N a $\mathfrak{N}$, e quindi la pressione dal valore Π al valore

$$\pi = \Pi \frac{\mathfrak{N}}{N}$$

cioè, per le [7] [8], al valore

$$\pi = \frac{RT}{2c}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4c}{v-b}}\right) . \quad [9]$$

L'esistenza di un'attrazione fra le molecole determina infine una differenza fra la pressione π esistente all'interno del gas e la pressione P esercitata sul gas dall'esterno.

Assumendo, con Van der Waals,

$$\pi = p + \frac{a}{v^2},$$

la [9] fornisce

$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{2c}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4c}{v-b}}\right)$$

ovvero

$$\frac{c}{RT}\left(p + \frac{a}{v^2}\right)^2 + \left(p + \frac{a}{v^2}\right) = \frac{RT}{v-b} \quad [10]$$

e infine $c = [a]$.

Ho mostrato recentemente [2] come le costanti a e b si possano dedurre dalle grandezze critiche. Nella tabella 1 figurano i valori spettanti ad a e b, per alcuni gas (i volumi s'intendono espressi in cm³/mol. e le pressioni in barie).

Tabella 1

	a	b
Neon	$7,5559 \cdot 10^{10}$	20,414
Azoto	$4,2176 \cdot 10^{11}$	44,240
Ossigeno	$4,2781 \cdot 10^{11}$	36,551
Ossido di Carbonio	$4,2555 \cdot 10^{11}$	44,302
Metano	$6,8461 \cdot 10^{11}$	48,540

Nelle tabelle 2–17 figurano i valori (cm³/mol) spettanti a c, per gli stessi gas, in condizioni varie di temperatura e pressione.

Tabella 2
NEON [3] 100,83 °C

p (atm)	c
44,298	5,88
90,387	5,86
132,95	5,86
198,24	5,99
257,67	6,06
312,88	6,18
370,10	6,25
430,01	6,36
493,90	6,47

Tabella 3
NEON [3] 0 °C

p (atm)	c
32,346	6,74
65,861	6,62
96,739	6,48
143,96	6,49
186,80	6,53
226,51	6,55
267,55	6,66
310,50	6,74
356,24	6,83

Tabella 4
NEON [4] —103,1 °C

p (atm)	c
35,558	10,6
42,107	10,2
58,583	9,8
78,110	11,8

Tabella 5
NEON [4] —182,6 °C

p (atm)	c
32,067	18,9
45,533	18,4
67,468	18,5
79,168	18,6

Tabella 6

NEON (4) — 200,08 °C

p (atm)	c
26,214	25,0
34,268	24,6
39,891	24,5
47,951	24,3
61,66	24,2
67,46	24,2
73,85	24,2
79,92	24,1

Tabella 7

NEON (4) — 208,1 °C

p (atm)	c
24,071	29,7
31,948	29,4
37,856	29,4
41,798	29,5
58,47	29,9
69,69	29,9
79,23	30,5

Tabella 8

NEON (4) — 213,08 °C

p (atm)	c
23,086	33,9
29,365	33,5
37,418	33,9
59,77	35,5
66,27	35,7
79,70	35,3

Tabella 9

NEON (4) — 217,52 °C

p (atm)	c
21,349	38,5
26,848	38,9
32,795	39,7
49,93	37,7
59,62	38,4
71,65	38,8
79,42	39,1

Tabella 10. – AZOTO (5)

p (atm)	c					
	399,3 °C	299,8°	198,9°	99,85°	50°	0°
50	—	—	16,9	22,1	28,3	35,7
100	13,1	14,5	17,9	23,7	28,0	35,4
200	12,7	14,1	17,3	22,2	26,6	34,0
300	13,2	14,6	17,5	22,2	26,7	34,4
400	13,6	15,1	17,5	22,8	27,5	35,9

Tabella 11. – OSSIGENO (6)

p (atm)	c			
	199,5 °C	99,5°	15,65°	0°
100	—	23,1	35,2	39,6
200	19,2	24,1	35,8	39,0
300	19,2	23,9	35,5	38,9
400	19,4	24,0	36,0	39,7

Tabella 12

OSSIGENO (7)

— 40,05 °C

p (atm)	c
21,14	50,3
28,03	51,0
34,79	52,7
41,82	52,2
49,25	51,7
55,42	52,3
61,03	52,2

Tabella 13. – OSSIDO DI CARBONIO (8)

p (atm)	c			
	200 °C	150°	100°	50°
75	16,6	19,8	24,7	30,5
100	17,0	20,1	25,1	30,3
125	17,6	20,7	24,8	29,9
150	17,5	20,4	24,7	29,9
200	17,6	20,4	24,4	29,2
300	17,7	20,6	24,0	28,9
400	18,0	20,8	24,2	29,1
500	18,5	21,1	24,7	30,1

Tabella 14. – Ossido di carbonio (9)

p (atm)	c	
	25 °C	0°
100	34,4	38,8
120	34,0	38,4
140	33,6	38,0
160	33,3	37,8
180	33,0	37,7
200	32,7	37,5
250	32,5	37,3
300	32,4	37,4
350	32,8	37,6
400	32,5	37,8
450	33,2	38,3
500	34,2	39,6

Tabella 15. – Metano (10)

p (atm)	c		
	200 °C	150°	100°
50	35,3	40,7	48,6
200	34,3	39,1	46,8
250	34,0	—	46,4
300	33,8	38,5	46,4
400	33,7	39,0	47,1
500	34,2	39,9	49,4

Tabella 16
Metano (11) 20 °C

p (atm)	c
99,97	71,9
128,03	72,2
151,24	72,0
195,74	71,6
205,41	71,7

Tabella 17
Metano (11) 0 °C

p (atm)	c
113,52	83,2
133,83	83,7
171,55	83,7
179,29	84,2
215,10	83,0

Come appare dalle tabelle, c conserva, lungo ciascuna isoterma, un valore praticamente costante. La variazione di c con la temperatura presenta inoltre l'andamento che è proprio delle costanti di equilibrio, ed è ben rappresentata dalla formula di Gibbs. Così, ponendo per l'azoto

$$\log . c = \frac{175}{T} - 0{,}1441 \log T + 1{,}256 \, ,$$

si hanno i seguenti valori di c

0 °C	50°	99,85°	199,9°	299,8°	399,3°
35,1	27,3	22,6	17,4	14,6	12,8

che sono in ottimo accordo con quelli della tabella 10.

Occorre rilevare che l'errore introdotto con la posizione [4] può considerarsi trascurabile solo se è trascurabile il generico termine $\frac{(nk)^s}{(v-b)^s}$ per $s \geq 2$; infatti, solo in queste condizioni le [5'] [6'] diventano deducibili correttamente attraverso i passaggi:

$$\mathfrak{I} \rightarrow n\left(1 + \frac{nk}{v-b}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow n \frac{1 - \left(\frac{nk}{v-b}\right)^2}{1 - \frac{nk}{v-b}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{n}{1 - \frac{nk}{v-b}}$$

$$\mathrm{N} \rightarrow n\left(1 + 2\frac{nk}{v-b}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow n \frac{1}{1 - 2\frac{nk}{v-b}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{n}{\left(1 - \frac{nk}{v-b}\right)^2}$$

Ciò lascia prevedere che — per un dato gas — la costanza della grandezza [α], lungo la generica isoterma T, potrà sussistere per densità tanto maggiori quanto più alto è il valore di T.

RIASSUNTO

Ammettendo nei gas l'esistenza di associazioni molecolari governate dalla legge di azione di massa, si deduce che la grandezza

$$RT \frac{\frac{RT}{v-b} - \left(p + \frac{a}{v^2}\right)}{\left(p + \frac{a}{v^2}\right)^2}$$

(dove a *e* b *sono costanti caratteristiche di ciascun gas, deducibili dalle grandezze critiche) dipende in prima approssimazione soltanto dalla temperatura, ed ha le proprietà di una costante di equilibrio.*

Di questo risultato, si offre conferma sui dati sperimentali di trenta isoterme appartenenti a cinque diversi gas.

ABSTRACT

The A., allowing the existence of molecular associations in gases, controlled by mass action law, infers that the quantity:

$$RT \frac{\frac{RT}{v-b} - \left(p + \frac{a}{v^2}\right)}{\left(p + \frac{a}{v^2}\right)^2}$$

(where " a " and " b " are the caracteristic constants of each gas, deducible from the critical quantity), depends, in first approximation, upon the temperature only, and possesses the properties as a equilibrium constant.

The A. offers the confirmation of these result with experience data of thirty isotherms, related to five different gases.

BIBLIOGRAFIA

(1) *Τεχνικα Χρονικα*, 361-362, (181-182), *Αθηναι* 1954

(2) *Ricerca Scientifica*, marzo 1955, pag. 567-575

(3) MICHELS, GIBSON, *Landolt-Tabellen*, 2° Ergänz., pag. 47.

(4) CROMMELIN, KAMERLINGH ONNES, PALACIOS MARTINEZ, *ibidem*, Hauptewerk, pag. 106; 2° Ergänz., pag. 45.

(5) BARTLETT, CUPPLES, TREMEARNE, *ibidem*, 2° Ergänz., pag. 53.

(6) AMAGAT, *ibidem*, Hauptwerk, pag. 111.

(7) KAMERLINGH ONNES, KUYPERS, *ibidem*, 1° Ergänz., pag. 60.

(8) BARTLETT, HETHERINGTON, KVALNES, TREMEARNE, *ibidem*, 2° Ergänz., pag. 58.

(9) TOWNEND, BHATT, *ibidem*, 3° Ergänz., pag. 98.

(10) KYALNES, GADDY, *ibidem*, 3° Ergänz., pag. 99.

(11) FREETH, VERSCHOYLE, *ibidem*, 3° Ergänz., pag. 99.

La «magnitudo unificata» per i terremoti a profondità normale e la «magnitudo» dei terremoti profondi per la stazione sismica di Roma

D. DI FILIPPO - L. MARCELLI

I. Parte

TERREMOTI A PROFONDITÀ NORMALE

Generalità e richiami.

In questi ultimi anni il concetto di magnitudo dei terremoti, (sorto inizialmente in America per opera di Richter cui si affiancò immediatamente Gutenberg) ha avuto una vasta diffusione in tutto il mondo, e molti sono oggi gli Osservatori che insieme ai rilievi sismici quotidiani indicano questa grandezza che caratterizza in maniera oggettiva (anche se ancora non rigorosamente esatta) l'entità di un sisma all'ipocentro.

Com'è noto, la magnitudo M dei sismi veniva data tramite formule che tenevano conto delle ampiezze delle onde superficiali orizzontali A (limitatamente ad un periodo oscillante in un piccolo intorno di 20 sec.) e delle distanze epicentrali Δ^o. Tali formule sono del seguente tipo:

$$M = \log A + \alpha \log \Delta^o + \beta \qquad [1]$$

α e β sono dei termini numerici, caratteristici delle singole stazioni in cui viene effettuato il rilievo

Successivamente Gutenberg stabilì alcune relazioni che tengono conto anche degli altri tipi di onde (P, PP, ed S) le quali entrano nelle formule con i loro periodi e le loro ampiezze.

Recentemente poi, un ulteriore perfezionamento al concetto di tale grandezza è stato apportato da Gutenberg e Richter con l'introduzione della «*magnitudo unificata*», grandezza quest'ultima che, ponendo un legame tra le magnitudo di uno stesso terremoto calcolate con tutti i tipi di onde (PZ, PH, PPZ, PPH, SH, MH) dà un valore risultante unificato, valore a cui ogni onda ha portato il proprio contributo.

Una equazione lineare consente il passaggio dalla magnitudo calcolata con le onde superficiali Ms a quella calcolata con le onde spaziali m_B: questa equazione è per Pasadena, la seguente:

$$m_B = 0{,}63\, Ms + 2{,}5 = Ms - 0{,}37\,(Ms - 6{,}76) \qquad [2]$$

Dai rilievi diretti delle onde spaziali, la m_B è calcolata con le formule

$$\begin{cases} m = \log \dfrac{u}{T} + Q + s \text{ (orizzontale) oppure} \\ m = \log \dfrac{w}{T} + Q + s \text{ (verticale)} \end{cases} \qquad [3]$$

essendo u la risultante delle ampiezze orizzontali (espressa in micron) w l'ampiezza verticale, T i corrispondenti periodi, Q i valori dati da Gutenberg e Richter mediante una serie di grafici (figg. 1, 2, 3), ed s una costante che dipende dalla stazione.

Metodo e materiale usato per la determinazione della «magnitudo unificata» nella stazione di Roma.

Allo scopo di adeguarci a tali recenti sviluppi abbiamo effettuato anche noi un aggiornamento sui rilievi fatti per il passato.

Attualmente la magnitudo a Roma viene calcolata con la formula

$$M = \log A + 1{,}526 \log \Delta^o + 2{,}439 \qquad [4]$$

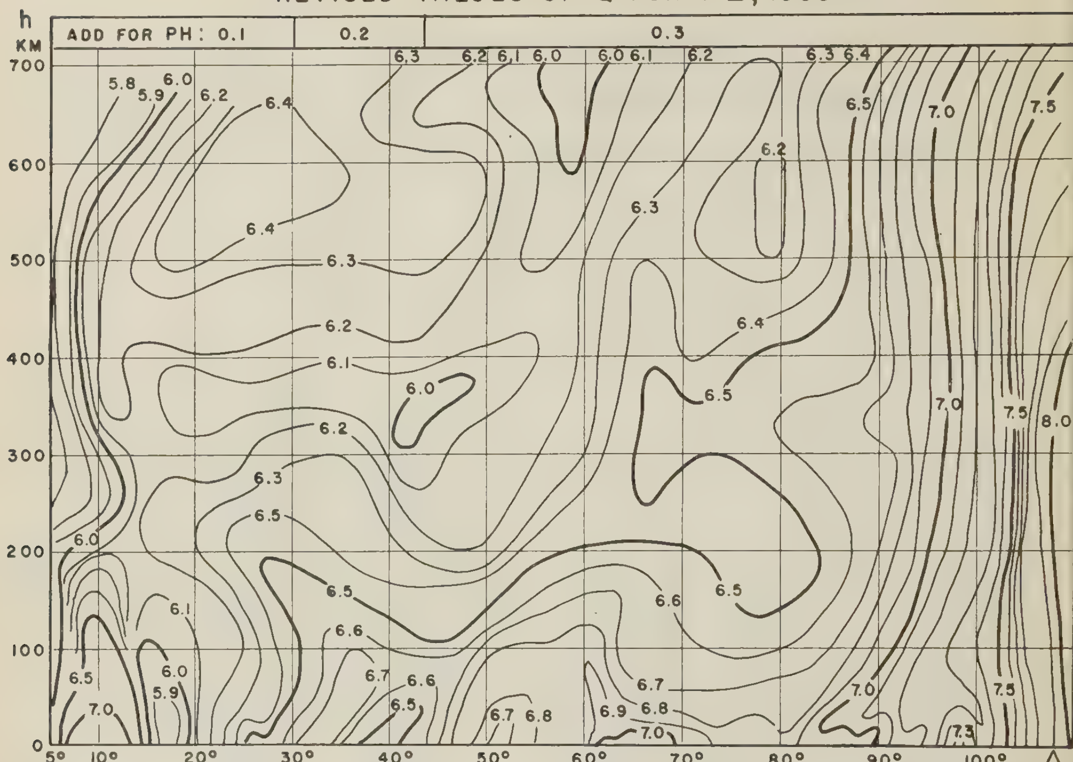


fig. 1

del tipo della [1] e i risultati che ne conseguono sono in genere abbastanza concordi con i valori dati da altre stazioni.

In questo lavoro abbiamo seguito le orme di Gutenberg e Richter.

Per poter giungere anche noi ad una relazione tra la magnitudo calcolata con le onde superficiali di 20 sec e quella calcolata con le spaziali, abbiamo effettuato lo spoglio di due anni di registrazioni, ottenute presso la stazione sismica di Roma, con apparecchi Galitzin-I. N. G. e Galitzin-Wilip. Le annate in istudio (1949-1950) fanno seguito a quelle di cui ci siamo serviti nel precedente lavoro.

Rilevate, dove era possibile (e limitatamente ai terremoti di profondità normale) le ampiezze ed i periodi delle P (orizzontali e verticali) delle PP (orizzontali e verticali) delle S (orizzontali) e delle M (orizzontali con periodi di 20 sec. circa) abbiamo calcolato, per ogni terremoto, le sei magnitudo, servendoci per le onde spaziali delle formule [3] di Gutenberg e Richter e adoperando per le Q i loro stessi grafici, omettendo la costante di stazione che fa parte di un calcolo successivo. Nel servirci delle onde superficiali abbiamo usato la formula [4].

Tutti i rilievi sono riportati nella Tabella 1. Con il metodo dei minimi quadrati siamo passati a calcolare poi separatamente le formule che legano le $M(PH)$, $M(PZ)$, $M(PPH)$, $M(PPZ)$, $M(SH)$, con la M rilevata dalla [4].

Le equazioni ottenute sono le seguenti

$m(PH) = 0{,}375\ \mathrm{M} + 4{,}352 =$
$= \mathrm{M} - 0{,}625\ (\mathrm{M} - 6{,}963)$ con 44 equaz. [5]

$m(PZ) = 0{,}401\ \mathrm{M} + 3{,}964 =$
$= M - 0{,}599\ (M - 6{,}618)$ con 48 » [6]

$m(PPH) = 0{,}360\ M + 4{,}493 =$
$= M - 0{,}640\ (M - 7{,}017)$ con 52 » [7]

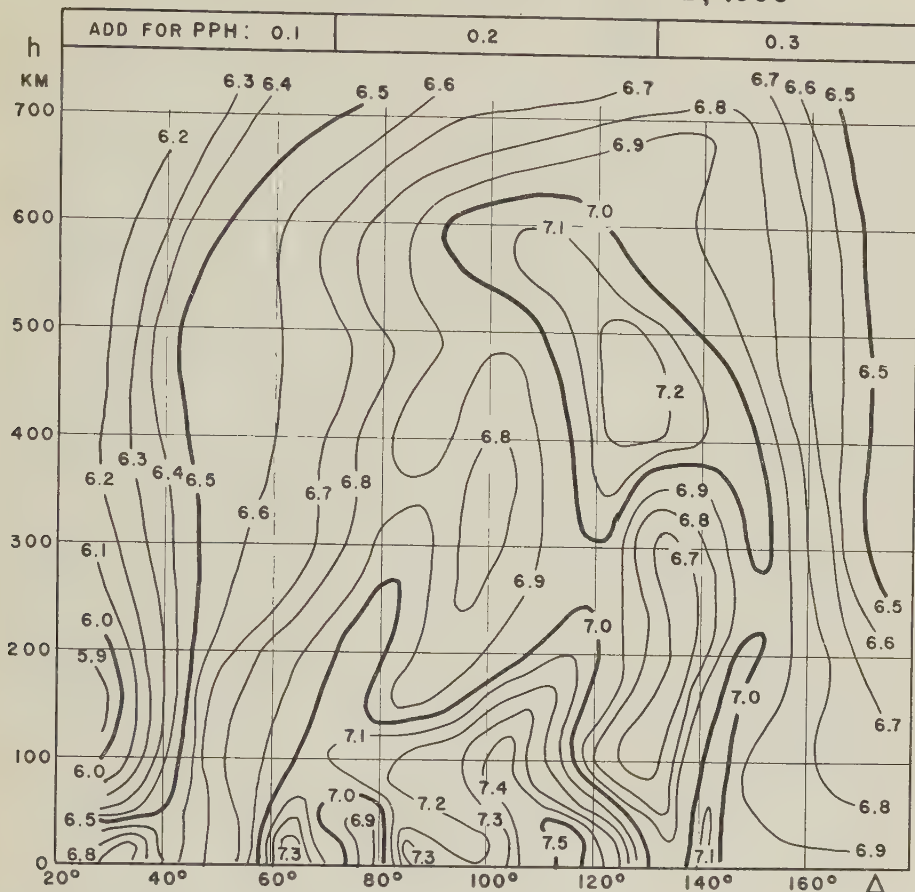


fig. 2

$$m(PPZ) = 0{,}503\,M + 3{,}298 = M - 0{,}497\,(M - 6{,}640) \text{ con } 52 \text{ » } \quad [8]$$

$$m(SH) = 0{,}648\,M + 2{,}425 = M - 0{,}352\,(M - 6{,}882) \text{ con } 39 \text{ » } \quad [9]$$

Questi risultati sono abbastanza confrontabili con quelli analoghi che Båth ha trovato in un suo recente lavoro per Uppsala e Kiruna:

$$\left\{\begin{array}{ll} m(PH) = M - 0{,}46\,(M - 6{,}4) & \text{(Uppsala)} \\ m(PH) = M - 0{,}50\,(M - 6{,}5) & \text{(Kiruna)} \end{array}\right. \quad [5']$$

$$\left\{\begin{array}{ll} m(PZ) = M - 0{,}45\,(M - 6{,}3) & \text{(Uppsala)} \\ m(PZ) = M - 0{,}59\,(M - 6{,}2) & \text{(Kiruna)} \end{array}\right. \quad [6']$$

$$\left\{\begin{array}{ll} m(SH) = M - 0{,}23\,(M - 5{,}6) & \text{(Uppsala)} \\ m(SH) = M - 0{,}30\,(M - 6{,}1) & \text{(Kiruna)} \end{array}\right. \quad [9']$$

Conglobando inoltre i risultati parziali [5] [6] [7] [8] e [9] in un unico risultato, abbiamo ottenuto la formula seguente, confrontabile con la [2] di Gutenberg e Richter

$$m = 0{,}474\,M + 3{,}590 = M - 0{,}526\,(M - 6{,}822) \quad [10]$$

Messe in grafico le due equazioni [2] e [10] (v. fig. 4) si vede che esse coincidono praticamente in un intorno di $M = 7$ differenziandosi, a destra e a sinistra di tale intorno, per valori simmetricamente opposti.

Della [10] ci siamo valsi per determinare, di ciascun terremoto, la « *magnitudo unificata* » (a meno della correzione di stazione),

Tabella 1

N.	DATA	ZONA EPICENTRALE	α	H Temp. orig	Δ° da Roma	M_{PH}	M_{PZ}	M_{PPH}	M_{PPZ}	M_{SH}	$M_{Sup.}$	M unificata	M_{Pas}
1	23 febb. 1949	Turkestan	2	16h08m ~	53°7	7.35	6.83	6.94	6.40	6.44	6.66	6.78	7.3
2	27 marzo »	Mar di Celebés . . .	1	06 34	105.8	—	6.82	7.13	7.15	—	7.14	7.02	7.0
3	13 aprile »	Tra Olimpia e Tacoma	6	19 56	82.8	6.78	6.62	6.50	6.38	6.91	6.54	6.65	7.0
4	24 aprile »	Golfo Persico	16	04 22	38.4	6.25	6.27	6.45	6.23	—	6.81	6.41	6 1/2 Praga 6 Strasburgo
5	9 magg. »	Sumatra	16	13 36	81	6.97	6.63	6.52	6.11	6.06	6.44	6.49	6 3/4
6	21 magg. »	Honshu-Giappone . .	3	21 40	88.9	6.55	6.67	6.80	6.62	6.32	6.61	6.61	6 1/2
7	25 magg. »	Turkestan	2	08 24	51.1	6.48	6.25	6.33	6.08	6.45	6.06	6.35	—
8	24 giug. »	A. S. W. di Giava . .	16	22 39	90.9	6.94	6.89	6.87	6.62	6.79	6.21	6.77	7
9	2 lug. »	Marianne	2	19 57	108.9	7.55	7.11	7.02	7.14	6.70	6.84	7.13	7.1
10	4 lug. »	Golfo Persico	16	03 40	38	6.06	5.92	6.00	5.61	5.98	5.95	6.00	—
11	7 lug. »	Nord Atlantico . . .	8	04 32	37.4	—	6.21	—	—	5.69	4.95	5.95	—
12	8 lug. »	Oceano Artico . . .	4–5	18 18	30.3	—	5.83	—	—	5.36	5.15	5.74	—
13	11 lug. »	Giappone	2	16 10	86.4	6.55	6.38	6.63	6.31	6.45	6.01	6.46	—
14	23 agosto »	Isole Reg. Carlotta .	5	20 24	80.1	6.51	6.54	6.61	6.55	6.74	6.47	6.60	6 1/4
15	14 sett. »	Isole Celebes	1	19 50	106.2	—	7.12	6.93	6.81	6.80	7.09	6.92	7.2
16	21 sett. »	Messico merid. . . .	7-8	12 55	90.6	7.32	6.74	—	—	6.91	6.29	6.89	—
17	27 sett. »	Alaska	5	15 30	77	6.71	6.47	6.52	6.46	6.78	6.19	6.58	7
18	4 ott. »	Alaska merid. . . .	11	10 20	52.2	7.25	7.05	6.64	6.54	6.99	6.45	6.85	6 1/4
19	7 ott. »	A S-E Madagascar .	14	12 02	84.8	7.19	7.16	7.24	7.05	6.55	6.48	6.97	6 3/4
20	31 ott. »	Alaska	5	01 39	79.2	6.39	6.25	6.37	6.03	6.45	6.13	6.33	6 1/4
21	25 dicem. »	Giappone	2	23 17	87.5	6.62	6.41	7.11	—	—	6.38	6.69	6
22	25 dicem. »	Giappone	2	23 25	87.5	6.84	6.41	6.93	6.58	—	6.66	6.70	6 1/4 ±
23	27 dicem. »	Is. Sandwiches . . .	12	23 57	105.5	7.12	7.03	7.13	6.94	—	6.64	6.99	7.1
24	29 dicem. »	Filippine	2	03 04	91.4	6.93	6.80	7.21	7.18	7.09	7.30	7.04	7.2
25	3 genn. 1950	Filippine	2	02 51	91.4	6.87	6.46	—	6.73	6.64	6.62	6.68	6 1/2
26	17 genn. »	Cresta Mediana Atl. .	10	10 58	52.8	7.10	6.31	6.81	6.29	6.97	5.62	6.46	—
27	3 febb. »	Yunnan (Cina) . . .	1	02 51	73.8	6.54	6.21	6.97	6.44	6.66	6.66	6.59	6 1/2 ~
28	2 marzo »	Is. Sandwiches . . .	11	18 39	106.3	—	—	7.16	6.71	—	6.26	6.81	6.9
29	7 marzo »	Filippine	1	02 07	100.4	6.93	6.58	7.02	6.96	—	6.86	6.87	6 3/4 ~

Segue Tabella 1

N.	DATA	ZONA EPICENTRALE	α	H Temp. orig.	Δ^{o} da Roma	M_{PH}	M_{PZ}	M_{PPH}	M_{PPZ}	M_{SH}	$M_{Sup.}$	M unificata	M_{Pas}
30	27 marzo 1950	Aleutine	4	13h04m~	83.3	6.94	6.61	6.98	6.76	6.82	6.53	6.80	6 3/4
31	29 marzo »	Nuova Guinea . . .	2	17 41	117	—	—	6.96	6.86	—	6.00	6.75	—
32	4 aprile »	Confini Mongolia-URSS	3	18 44	57.2	6.87	6.29	6.83	—	—	6.47	6.66	6 3/4
33	26 aprile »	Honshu (Giappone) .	3	07 04	86.9	—	5.98	7.09	7.57	—	6.30	6.80	6 3/4
34	9 magg. »	Turchia	1	11 17	34.2	6.30	6.41	6.46	6.32	6.10	5.84	6.32	—
35	19 magg. »	Nuove Ebridi . . .	2	02 38	151.0	—	—	6.96	6.47	—	6.55	6.71	6 1/2–3/4
36	26 magg. »	Nuove Ebridi . . .	2	01 17	151.0	—	—	7.12	6.58	—	7.21	6.90	7.2
37	31 magg. »	Giappone	2	13 13	87.6	6.39	5.90	6.50	6.09	5.76	6.23	6.20	—
38	24 giug. »	Nuove Ebridi . . .	2	22 25	151.5	—	—	7.20	6.77	—	7.03	6.97	7.2
39	25 giug. »	Mindanao.	1	11 05	105.7	7.08	6.84	7.05	6.56	—	6.23	6.81	6.5 ±
40	27 giug. »	Giappone	3	15 41	80.6	6.47	6.21	6.43	5.95	6.20	6.56	6.33	6 1/2–3/4
41	3 luglio »	Is. Caroline	2	10 03	111.2	—	—	7.03	6.84	6.54	6.69	6.79	—
42	12 luglio »	Is. Aleutine.	5	11 09	85.5	6.78	6.53	5.98	5.42	6.15	5.75	6.19	6 1/4
43	7 agosto »	Is. Filippine	1	02 44	103.05	6.96	6.97	6.93	6.89	—	6.43	6.88	6 3/4 ~
44	18 agosto »	Cina-Burma-India . .	1	01 07	68.0	6.61	6.34	6.71	6.05	6.61	6.34	6.49	7 ±
45	22 agosto »	Kamchatka	4	07 40	81.5	6.57	6.25	—	—	5.88	5.56	6.23	—
46	23 agosto »	Tibet merid.	1	03 09	65.7	6.43	6.11	6.64	6.25	6.02	5.72	6.29	—
47	23 agosto »	Cina-Burma-India . .	1	18 47	68.0	6.62	6.40	—	—	6.13	5.79	6.37	—
48	31 agosto »	Mindanao.	1	07 05	102.8	—	—	6.83	6.68	6.49	6.43	6.66	7
49	10 sett. »	Giappone	3	03 21	89.7	6.44	6.27	6.94	6.51	6.20	6.41	6.50	6 3/4
50	24 sett. »	Zona dell'Iran . . .	16	22 58	36.0	6.68	6.32	6.45	5.83	5.77	5.25	6.19	—
51	30 sett. »	Assam settentr. . . .	1	07 28	65.9	6.51	6.14	6.89	6.66	6.18	5.97	6.47	—
52	5 ott. »	America Centr. . . .	8	16 09	88.4	7.24	7.24	7.29	7.24	7.19	7.75	7.24	7.7
53	8 ott. »	Celebes	1	03 23	111.6	7.72?	7.56?	7.36	7.39	7.78	7.37	7.48	7.6
54	23 ott. »	Messico.	8	16 13	90.8	6.86	6.96	6.99	6.76	6.77	7.41	6.91	7.1
55	2 nov. »	Arco della Sonda . .	1	15 27	114.7	7.78?	7.48?	7.27	6.89	7.80?	7.22	7.37	7.5
56	5 nov. »	Isole Riukyu	3	17 37	88.2	6.54	6.18	6.74	6.74	6.84	7.04	6.66	6.9
57	8 nov. »	Salomone	2	02 18	136.3	—	—	7.04	6.61	—	7.12	6.87	7 1/4
58	14 dic. »	Messico.	7	14 15	92.2	7.07	7.08	7.16	7.20	7.05	7.12	7.09	7.3

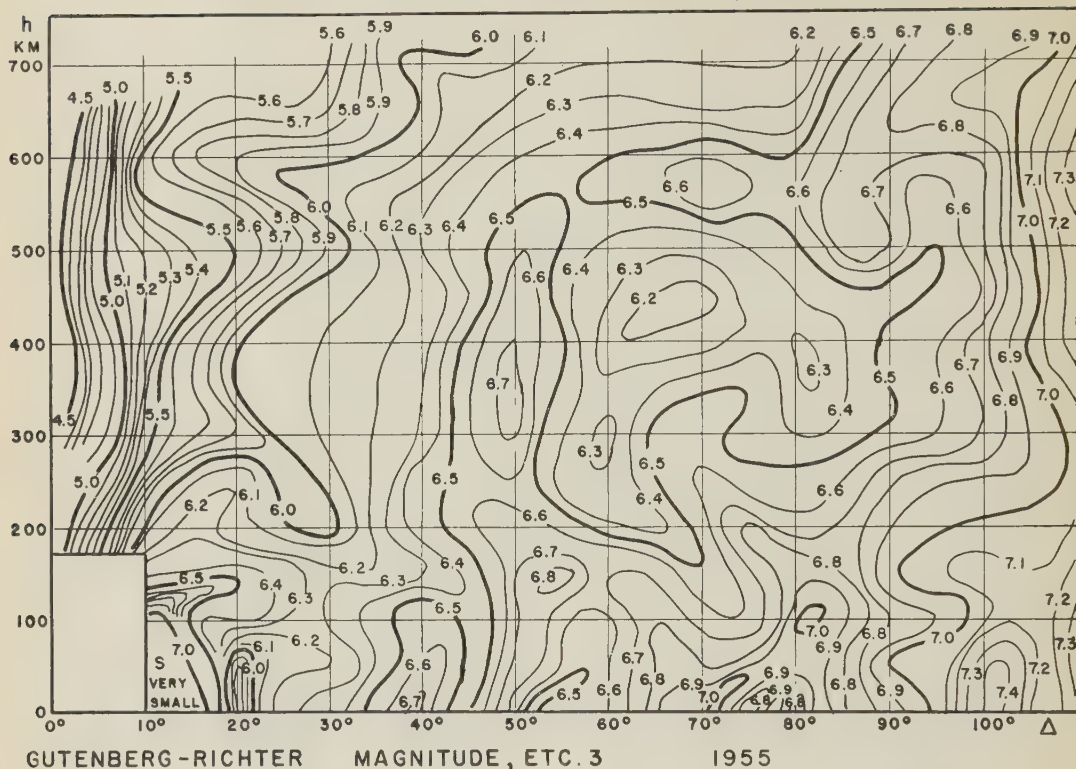


fig. 3

mediando i valori calcolati direttamente dalle onde spaziali (facendo uso delle [3]), con quello calcolato applicando la [10].

Il fattore di correzione ε per la stazione di Roma.

I risultati sin qui conseguiti sono ancora, come s'è detto, incompleti: è necessario renderli confrontabili con i rilievi delle altre stazioni sismiche per ottenere una uniformità di valutazione.

Come termine di confronto per la ricerca del fattore correttivo ε (che nella [3] di Gutenberg e Richter è indicato con s) abbiamo ritenuto opportuno, per ovvie ragioni, scegliere le magnitudo date da Pasadena.

La ricerca è stata molto laboriosa: numerosi tentativi sono andati falliti prima di giungere a quello che riteniamo il più soddisfacente anche perchè ci sembra piuttosto ragionevole.

È ragionevole infatti supporre che le ampiezze delle onde ed i periodi relativi possano essere influenzati dai particolari tragitti sismici, per cui riteniamo di poter accettare la possibilità di una distribuzione azimutale degli scarti

$$\varepsilon = M_{\text{Pasadena}} - m_{\text{unificata Roma}}$$

Questa supposizione, suffragata dai risultati sperimentali, porterebbe ad assegnare ad ε i valori come nella fig. 5. (Vedi anche fig. 6).

Con centro Roma, proiettata la superficie terrestre in proiezione stereografica e tracciata la raggiera degli azimut (con α che va da 1 a 16) si è trovato che per i terremoti con epicentro compreso nel settore E-NNE (comprendente perciò le zone delle isole Curili, il Giappone, le Marianne, le Filippine, le Nuove Ebridi, le

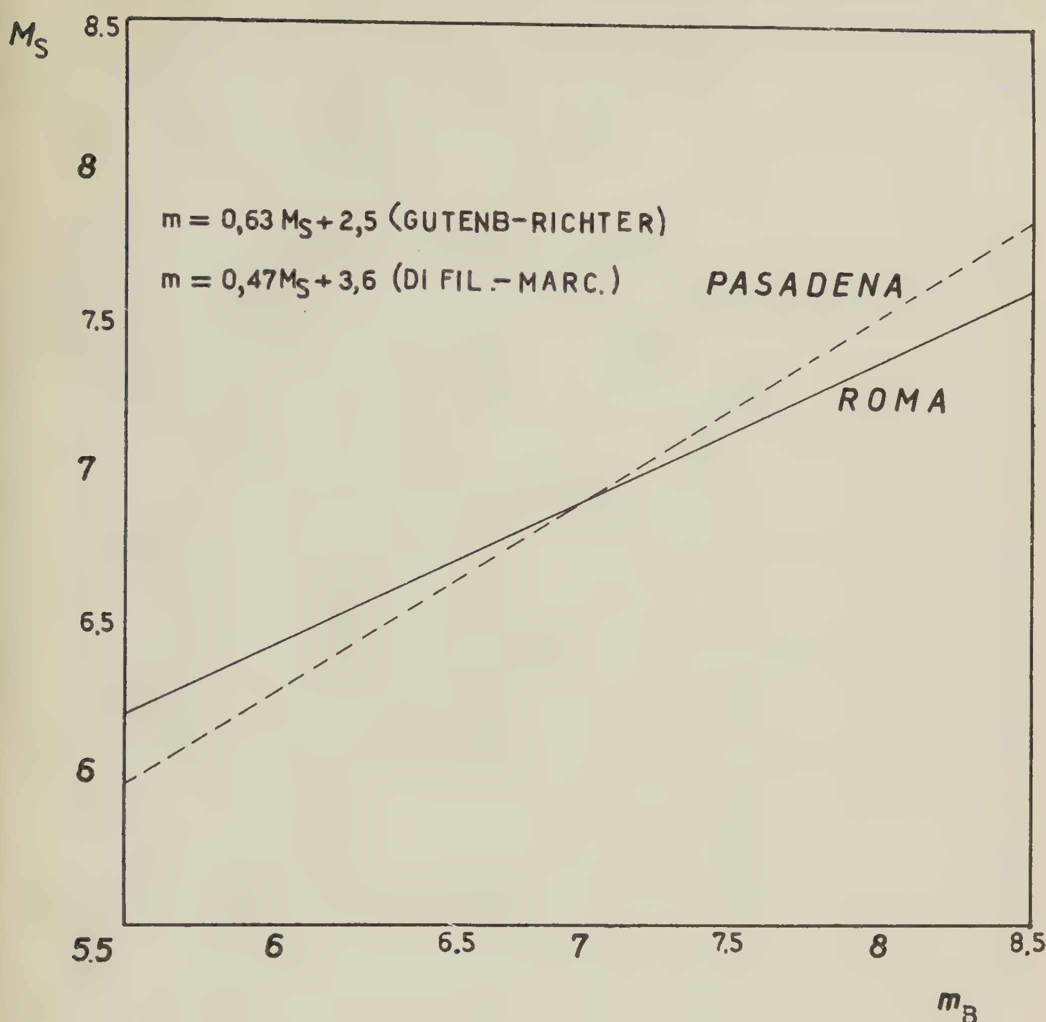


fig. 4

Salomone e una larga fascia continentale asiatica) vale la relazione

$$M = m_{\text{unificata Roma}} + 0{,}10$$

Per i terremoti provenienti dal settore NNE-NNW (comprendente la zona fortemente sismica delle Aleutine) la correzione è nulla

$$M = m_{\text{unificata Roma}} + 0{,}00$$

e per quelli con epicentro compreso nel settore NNW-W (America centrale e buona parte dell'America settentrionale) si ha invece

$$M = m_{\text{unificata Roma}} + 0{,}30$$

Per i terremoti provenienti dalla zona al di sotto della linea E-W non si può dire per il momento nulla di preciso poichè disponiamo di pochi elementi: scarsi sono infatti i sismi a fuoco normale con quella provenienza; è notorio che prevalgono ivi i telesismi con profondità notevoli, per cui torneremo sull'argomento nella II parte del nostro lavoro.

Tabella 2

N.	DATA	ZONA EPICENTRALE	h Km.	α	H	$\Delta°$ da Roma	M_{PH}	M_{PZ}	M_{PPH}	M_{PPZ}	M_{SH}	$M_{Sup.}$	M unificata $+ \varepsilon$	$M_{Pas.}$
1	2 gen. 1957	Aleutine . . .	—	4	00h39m	85.23	6.79	6.56	—	—	6.71	6.23	6.65	6 1/2–3/4
2	2 gen. »	Aleutine . . .	—	4	02 17	85.77	7.35	7.03	—	—	6.87	6.38	6.97	6 3/4
3	2 gen. »	Aleutine . . .	—	4	10 49	85.77	7.08	6.46	—	—	6.45	5.85	6.59	6 1/2
4	3 gen. »	Manciuria . . .	600	3	12 48	77.67	6.65	—	7.28	—	7.00	—	7.08	7
5	23 febb. »	Formosa . . .	—	2	20 26	87.57	7.23	6.72	7.19	6.86	6.57	6.72	6.99	7–7 1/4
6	2 mar. »	Giamaica . . .	(50)	8	00 27	78.21	6.66	5.99	6.44	6.14	6.54	6.15	6.68	6 3/4
7	5 mar. »	Oc. Nord. Atlant	—	8	12 24	38.03	6.20	5.84	—	—	6.29	5.34	6.40	6 1/2–3/4
8	9 mar. »	Aleutine . . .	—	4	20 39	85.86	7.04	7.05	6.97	6.92	7.04	7.13	7.00	6 3/4–7
9	10 mar. »	Is. Andreanof .	—	4	03 06	86.04	6.54	6.54	7.01	6.69	6.37	6.75	6.66	6 1/2–6 3/4
10	10 mar. »	Is. Andreanof .	—	4	15 26	86.22	6.48	6.39	—	—	6.36	6.55	6.48	6 1/2 Strasburgo
11	12 mar. »	Is. Andreanof .	—	4	11 45	86.85	7.20	6.37	7.25	6.83	6.77	7.12	6.90	7–7 1/4
12	13 mar. »	Is. Andreanof .	—	4	15 42	86.40	6.66	6.53	6.99	6.71	6.45	6.73	6.69	6 3/4
13	14 mar. »	Is. Andreanof .	—	4	14 48	86.40	6.96	6.78	7.43	7.02	—	6.90	7.01	7 1/2
14	15 mar. »	Is. Fox	—	5	02 52	85.28	7.14	6.87	—	—	6.45	6.35	6.76	6 3/4
15	16 mar. »	Is. Andreanof .	—	4	02 34	85.77	6.92	6.81	6.91	7.12	6.95	7.34	6.96	6 3/4
16	17 mar. »	Is. Andreanof .	—	5	22 45	84.42	6.83	6.73	6.93	6.37	—	6.39	6.70	6.5
17	29 mar. »	Is. Fox	—	5	05 10	85.14	6.89	6.94	6.74	6.49	6.71	6.96	6.78	6 3/4–7
18	29 mar. »	Is. Aleutine . .	—	4	22 50	85.41	6.68	6.49	6.50	6.21	6.26	5.78	6.42	6–6 1/4
19	2 apr. »	Is. Andreanof .	—	4	00 39	87.12	6.77	6.59	—	—	5.98	5.59	6.39	6.3 Uppsala
20	2 apr. »	Is. Andreanof .	—	4	21 28	87.12	6.61	6.33	—	6.32	6.29	5.69	6.37	6.3 Uppsala
21	8 apr. »	Panama-C. Rica	—	8	20 18	88.47	6.87	6.51	7.00	6.32	6.18	5.76	6.83	6 1/2
22	9 apr. »	Honshu (Giapp)	450	3	00 24	92.25	6.60	6.08	6.75	6.37	6.06	5.77	6.82	6 3/4
23	14 apr. »	Tibet merid.. .	(50)	1	07 11	57.33	6.93	6.36	6.42	6.20	6.25	6.76	6.59	6 1/4
24	14 apr. »	Samoa	—	4	19 18	153.36	—	—	7.19	6.72	—	7.55	7.03	7.5
25	15 apr. »	Is. Fox	(75)	5	21 33	85.50	6.79	6.48	—	6.70	6.53	5.75	6.63	6.4 Uppsala
26	16 apr. »	Mar di Giava .	600	1–16	04 04	96.03	7.20	7.05	7.29	6.88	—	6.07	7.30	7 1/2 ±
27	19 apr. »	Is. Fox	—	4	15 45	86.76	6.58	6.35	—	—	6.30	5.63	6.37	6.7 Uppsala
28	19 apr. »	Is. Fox	—	5	22 19	86.40	7.60	7.43	—	—	7.29	6.39	7.23	7–7 1/4
29	21 apr. »	Venezue. Colum.		8	21 12	81.00	6.73	6.38	—	—	6.67	6.65	6.93	6 1/2–6 3/4
30	29 apr. »	Mindanao . . .	—	1–2	01 23	105.12	—	—	6.88	6.81	6.56	6.17	6.60	5 3/4–6

Naturalmente i risultati esposti non vogliono imporsi come definitivi: essi rappresentano solo un tentativo suscettibile di critica. Successive ricerche potranno confermarli, o modificarli, o addirittura annullarli.

minazione di Pasadena, vi si è sostituita quella di qualche altra stazione indicata).

I nostri calcoli vanno fino alla IV cifra decimale, ma ne riportiamo solo le prime due.

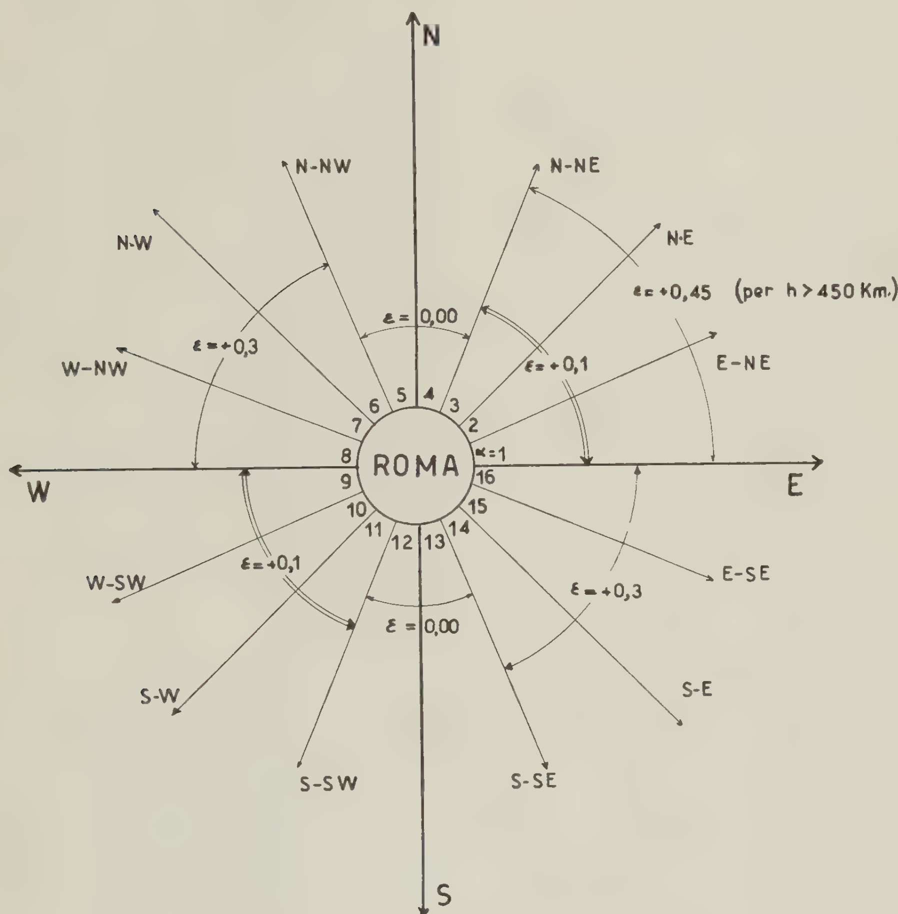


fig. 5

Applicazione dei risultati.

Allo scopo di poter dimostrare l'attendibilità dei risultati conseguiti, abbiamo effettuato i calcoli su una nuova serie di terremoti, ed abbiamo scelto a questo scopo il primo quadrimestre 1957.

Nella Tabella 2 sono esposti i valori delle magnitudo unificate di Roma (complete del termine correttivo) e messi a confronto con le relative magnitudo calcolate a Pasadena. (Se per qualche terremoto manca la deter-

Naturalmente il fattore correttivo è stato apportato con il criterio precedentemente esposto, conoscendosi per ogni terremoto la posizione epicentrale.

Notiamo a questo punto, per confutare qualche possibile obiezione che, poichè la magnitudo di un terremoto non è di carattere così assolutamente urgente da giustificarne l'immediata valutazione (a meno che non si tratti di scosse molto vicine o particolarmente intense, per le quali possono

subentrare altre considerazioni), è sempre possibile conoscere l'epicentro al momento dei calcoli, sì da poter attribuire a ciascuna scossa l'ε che le conviene (ammesso che le cose vadano come abbiamo detto).

II Parte

LA MAGNITUDO DEI TERREMOTI PROFONDI NELLA STAZIONE SISMICA DI ROMA.

La trattazione precedente, come abbiamo detto, si riferisce ai soli terremoti superficiali, attribuendo loro una profondità media normale di 25 km dove non era esplicitato altro valore, ed includendo fino ad un massimo di 50 km di profondità.

Qui ci proponiamo invece l'esame dei terremoti profondi, e per averne una gamma estesa che ne abbracci tutte le possibili profondità, ne abbiamo scelti 64 tra le registrazioni degli anni 1938-39-40-41, 1946-48 1949-50-51 con h variabili tra i 60 e i 660 km.

Fatto lo spoglio e i rilievi (dove era possibile) delle ampiezze e dei periodi delle P, PP, S ed M, abbiamo calcolato anche qui le magnitudo relative, servendoci per le onde spaziali delle formule [3] (limitatamente ai primi due termini) e servendoci altresì, per le Q, delle relative curve di Gutenberg e Richter, e, per le onde superficiali ancora della nostra formula [4].

Chiariamo a questo punto che le onde superficiali, in quanto verremo ora esponendo, non sono tenute in considerazione. Trattandosi di terremoti profondi esse perdono l'importanza fondamentale che invece hanno nei terremoti a profondità normale. Tuttavia le riprenderemo in esame più tardi.

Nella Tabella 3 è riportato l'elenco dei 64 terremoti disposti in ordine di profondità, e con i dati dei rilievi.

I valori delle singole magnitudo calcolate per le sole onde spaziali, sono stati mediati per ciascun terremoto. Il confronto di questi valori con quelli dati da Pasedana ci ha permesso il calcolo della *correzione di stazione* ε. È interessante notare che tale correzione è ancora quella relativa ai terremoti superficiali, per lo meno fino ad una profondità di 450 km. Pare che a questo punto, come noteremo tra breve, tale correzione debba subire una modifica.

Diciamo intanto che, poichè molti dei terremoti profondi si trovano nella America meridionale e nell'Oceano Pacifico, questa volta gli epicentri si distribuiscono intorno a Roma in tutte le direzioni.

Sulla correzione di stazione si nota ancora una sorprendente simmetria riguardo alla distribuzione azimutale: sembra infatti che i valori di tale correzione possano ritenersi distribuiti come in figura 5, uguali per settori opposti ugualmente orientati lungo una stessa direzione.

Questo vale, come s'è detto, per *tutti i terremoti fino ad una profondità ipocentrale di 450 km* (Applicate infatti queste correzioni ai pochi terremoti superficiali che si trovano a Sud della linea EW di Roma, se ne riscontra l'attendibilità).

Invece, per profondità superiori ai 450 km. il valore di ε relativo ai soli terremoti provenienti dal settore NNE-E va mutato in

$$\varepsilon = +0{,}45$$

fermi restando invece gli ε relativi alle altre provenienze.

Discussione dei risultati ottenuti.

Dall'esame della Tabella 3 risulta il buon accordo dei risultati trovati a Roma con quelli dati da Pasadena.

Non di tutti i terremoti è stato possibile il prelievo completo dei dati, ed è da prevedere l'eventualità di poter disporre soltanto di una parte delle onde, o anche addirittura di un unico tipo.

Meglio, potendolo fare, mediare su tutti i rilievi: buoni anche i risultati ottenuti con l'uso delle sole P (nel 60% dei casi questi valori coincidono o al più differiscono di 0,1). Meno buoni, ma ancora attendibili, i risultati ottenuti con l'uso delle sole S (nel 41% dei casi si hanno buoni risultati). Ci sembra invece sconsigliabile l'uso delle sole PP, poichè i risultati che se ne traggono sono discontinui: mentre talvolta coincidono addirittura con le magnitudo di Pasadena, talaltra se ne differenziano anche di molto, passando senza regolarità da valori molto più alti a valori molto più bassi. Questa

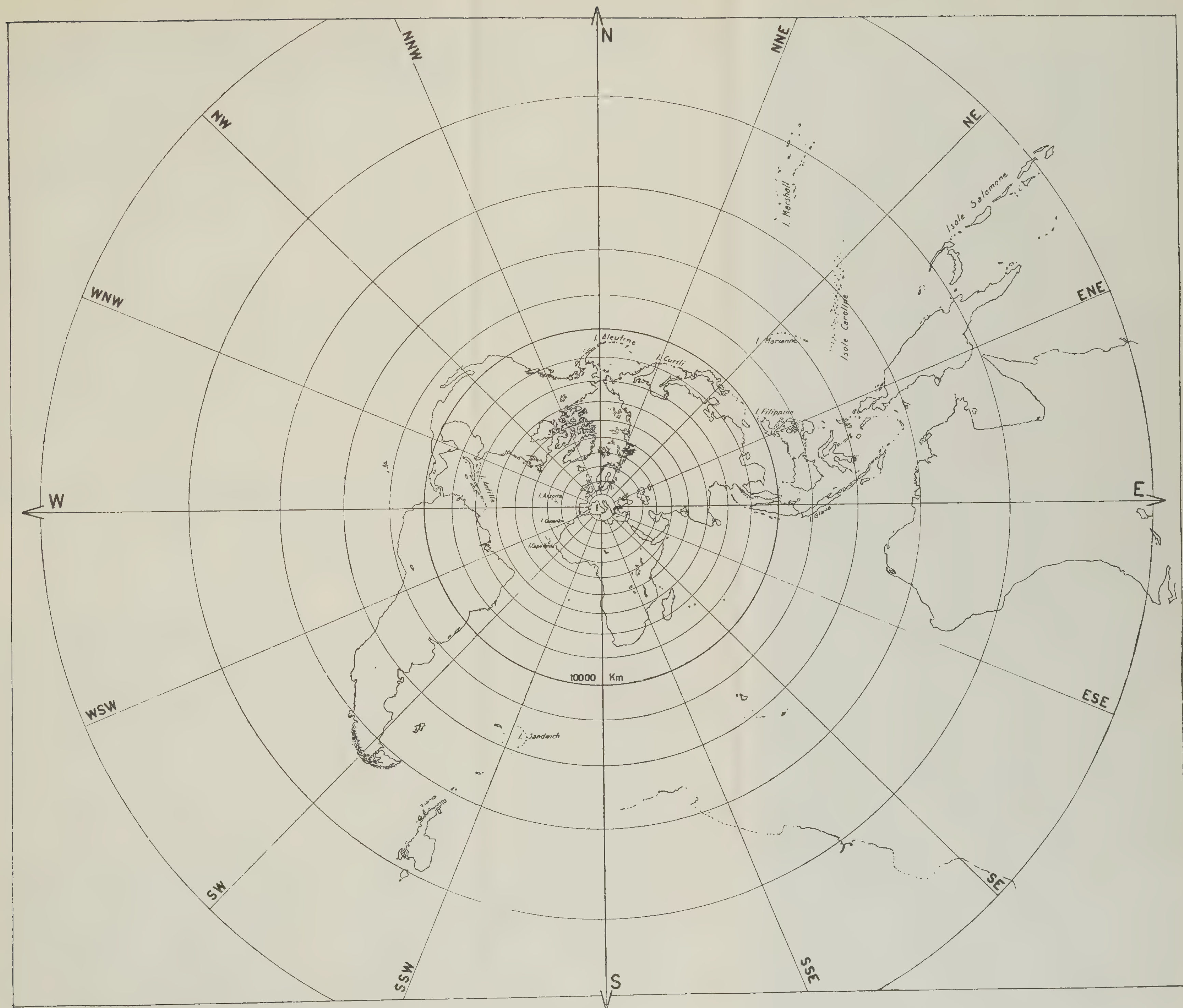

N
NNE
NE
ENE
E
ESE
SE
SSE
S
SSW
SW
WSW
W
WNW
NW
NNW
I. Aleutine
I. Curili
I. Marianne
I. Marshall
Isole Caroline
Isole Salomone
I. Filippine
I. Giava
I. Antille
I. Azzorre
I. Sandwich
10000 Km

fig. 6

discontinuità potrebbe forse essere dovuta al fatto che per certe distanze le dromocrone delle *PP* coincidono con quelle delle *SKP* e quindi si rischia di prendere l'una per l'altra e i due tipi di onde hanno evidentemente caratteristiche diverse.

Concludendo questa discussione suggeriamo la preferenza netta alle onde *P*, anche per il fatto che, essendo le prime a comparire sul sismogramma non si rischia di vederne periodo e ampiezze alternate da altre onde.

TENTATIVI PER OTTENERE UNA CURVA DI CORREZIONE FACENDO USO DELLE ONDE SUPERFICIALI.

Poichè le onde superficiali diminuiscono di ampiezza via via che l'ipocentro di un terremoto scende a profondità sempre maggiori, è evidente che non ci si può servire di esse per calcolare la magnitudo dei terremoti profondi poichè i risultati sarebbero ovviamente inferiori alla realtà.

Tuttavia abbiamo voluto fare un tentativo per vedere se, con opportune correzioni, si possa egualmente giungere a risultati soddisfacenti. La cosa sarebbe auspicabile, giacchè il rilievo di onde superficiali di 20 sec. di periodo essendo più facile e più sicuro renderebbe più sollecita la determinazione della magnitudo.

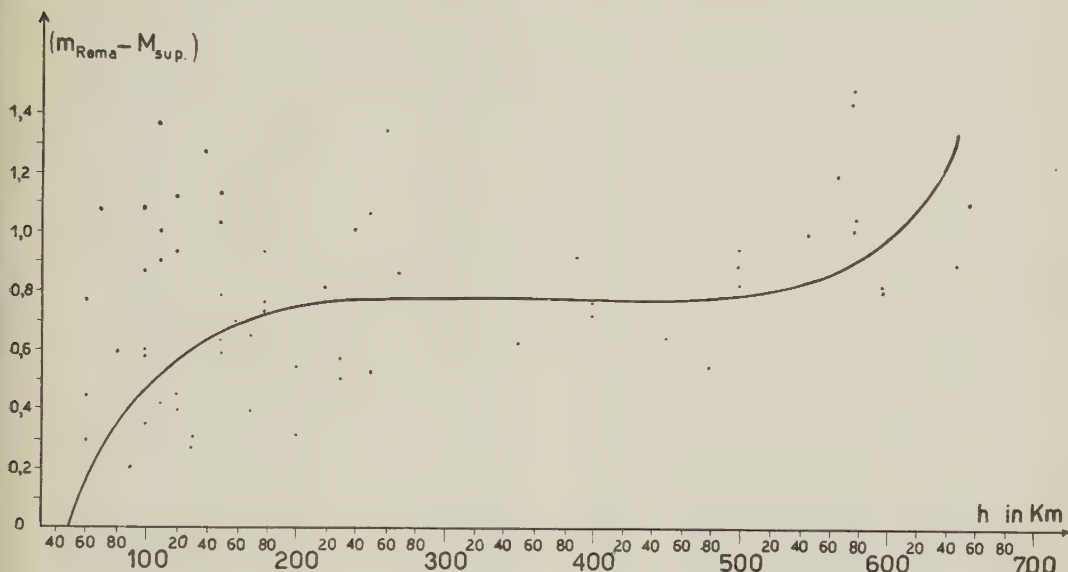


fig. 7

Diciamo subito che il risultato cui siamo pervenuti è soltanto un tentativo.

Calcolate con la [4] la magnitudo di tutti i terremoti profondi che abbiamo preso in esame e confrontate con le magnitudo dedotte con le onde spaziali, abbiamo riportato in grafico i risultati ottenuti. Ponendo in ascisse le profondità ipocentrali e in ordinate gli scarti $m - M$ (m = media delle magnitudo calcolata con le onde spaziali ed M = magn. calcolata con le superficiali), abbiamo tentato di raccordare i punti tracciando il grafico della fig. 7. Da questo risulterebbe che mentre le correzioni aumentano abbastanza rapidamente da 0,1 a 0,7 fino a circa 200 km di profondità, invece poi nell'intervallo $250 < h < 450$ km. si mantengono costantemente vicine al valore 0,8 per riaumentare poi quando h supera i 450 km.

Se questo tentativo troverà conferma sperimentale, si potrà in seguito calcolare la equazione della curva.

Tabella 3.

N.	DATA	ZONA EPICENTRALE	h (Km)	a	H (orig.) h m	Δ° (da Roma)	M_{P_H}	M…
1	29 sett. 1950	Largo costa Messina .	60	7	06 32	97.83	6.65	6.
2	1 dicem »	Oc. Atlantico	60	9	14 50	56.34	7.36	6.
3	8 giug. »	Oc. Atlantico	60	12	16 07	92.10	7.53	7.
4	29 luglio »	Molucca	70	1	16 45	107.1	—	7.
5	29 luglio »	Salomone	70	2	23 49	131.2	—	—
6	10 dicem. »	Sud-America	80	9	02 50	98.10	6.99	6.
7	25 magg. »	Is. Caroline	90	2	18 35	108.5	—	7.
8	10 sett. »	Nuove Ebridi . . .	100	2	15 16	145.53	—	—
9	3 magg. 1949	Is. Curili	100	3	15 57	83.3	7.07	6.
10	22 dicem »	Messico.	100	8	09 30	90.5	—	6.
11	30 magg. »	Cile sett.	100	9	01 33	97.2	—	6.
12	9 dicem 1950	Argentina sett. . . .	100	10	21 39	99.0	7.21	7.
13	23 genn. 1949	Sumatra	100	16	06 31	90.0	—	6.
14	1 dicem 1950	Salomone	110	2	16 28	129.33	—	—
15	25 aprile 1949	Cile sett.	110	9	13 55	97.2	—	6.
16	7 agosto 1940	Costa del Cile. . . .	110	9	02 56	99.0	—	—
17	7 giug. 1950	Sud America	110	9	16 52	92.3	7.18	6.
18	7 ott. 1938	Arco Sonda	120	1	16 24	77.4	—	—
19	8 magg. 1949	Cile sett.	120	10	21 25	98.1	—	
20	30 aprile »	Mindanao.	130	1	01 23	103.2	7.01	7.
21	1 agosto 1939	Giappone	140	3–4	15 56	79.2	6.50	6.
22	24 genn. 1950	Nuove Ebridi . . .	150	2	16 47	144.45	—	
23	21 magg. 1951	Is. Salomone	150	2	08 27	131.4	—	—
24	26 sett. 1940	Nuove Ebridi . . .	150	3	03 56	133.2	—	
25	24 agosto 1951	Curili	150	3	14 21	83.7	6.51	6.
26	23 lug. 1949	Nuove Ebridi . . .	150	2–3	10 27	149.4	—	—
27	4 marzo 1951	Perù merid.	150	9	11 17	98.1	6.92	6.
28	3 nov. 1949	Curili	160	3	01 12	83.7	6.78	6.
29	5 marzo 1951	Is. Riukyu	170	2	20 12	88.0	7.05	6.
30	27 genn. 1941	Birmania	180	1	02 30	63.9	6.53	—
31	21 nov. 1948	Is. Reg. Carlotta . .	180	2–3	19 10	143.2	—	—
32	12 agosto 1939	Nuove Ebridi . . .	180	2–3	02 07	145.8	—	—
33	20 febb. 1940	Nuove Ebridi . . .	200 ±	2–3	02 18	144	—	—
34	12 febb. »	Is. Tonga	200	3	08 21	158.4	—	—
35	21 nov. 1939	Hindu Kush	220	1	11 02	59.9	7.08	6.
36	4 marzo 1949	Afganistan	230	1	10 19	44.4	7.39	7.
37	22 dic. 1940	Sud America	230	9	18 59	90	6.78	6.
38	27 magg. »	Hindu Kush	240	1	04 10	46.0	5.96	5.
39	21 sett. »	Hindu Kush	250	1	13 40	44.5	6.06	5.
40	10 dic. 1950	Isole Tonga.	250	3	13 23	163.2	—	—
41	14 apr. 1951	Argentina Sett. . . .	250	10	00 45	97.2	—	—
42	3 apr. 1941	Sud America	260	10	15 21	99.0	7.12	6.
43	3 apr. »	Sud America	260	10	14 55	98.1	6.83	6.
44	31 genn. »	Isole Timor	270	1	02 38	111.4	—	—
45	23 mar. 1951	Isole Kermadec . .	270	2–3	21 39	166.5	—	—
46	28 febb. 1950	Giappone	340	3	10 21	81.9	7.55	7.
47	21 magg. 1940	Isole Tonga.	350	3	18 40	156.6	—	—
48	20 apr. »	Giappone	400	2	20 18	83.7	6.23	5.
49	22 sett. 1950	Isole Figi.	450	3	23 53	155.7	—	—
50	11 lugl. 1951	Isole Bonin	480	2	18 22	94.2	6.74	6.
51	13 lugl. 1950	Isole Bonin	500	2–3	04 04	95.0	6.51	6.
52	1 ag. 1940	Isole Tonga.	500	3	12 39	157.5	—	—
53	7 nov. »	Isole Marianne . . .	500	2–3	13 58	90.0	—	6.
54	12 genn. 1950	Isole Figi.	550	3	12 00	154.4	—	—
55	18 giu. 1940	Isole Filippine . . .	570	1	13 52	100.3	—	—
56	10 lugl. »	Manciuria	580	3	05 50	77.9	6.61	6.
57	11 genn. 1946	Manciuria	580	3	01 33	64.8	6.93	6.
58	5 apr. 1949	Wladivostok	580	3	09 27	78.3	5.98	5.
59	17 magg. 1950	Corea	580	3	11 47	81.9	6.44	6.
60	26 sett. 1946	Isola Tonga	600	3	10 53	153.0	—	—
61	30 magg. 1950	Isola Tonga	600	3	15 04	156.6	—	—
62	2 dic. »	Brasile W	650	9	15 20	90.9	6.54	6.
63	9 lugl. »	Brasile	650	9	04 40	90.5	6.95	6.
64	14 ag. »	Argentina	660	10	22 51	98.1	7.38	7.

…H	M_{pp_z}	M_{SH}	m(mediato) + ε	M Pas	M Sup	m (Roma)	δ = M_{Pas} − m(mediato)	δ_p = $M_{Pas} - \overline{M}_p$	δ_{pp} = $M_{Pas} - \overline{M}_{pp}$	δ_s = $M_{Pas} - M_s$	$m_{Roma} - M_{Sup}$
30	6.91	6.51	6.69 + ε	7	6.53	7.0	+ 0.008	+ 0.082	— 0.155	+ 0.185	+ 0.461
56	6.43	7.04	6.83 + ε	7 1/4	6.64	6.9	+ 0.323	+ 0.052	+ 0.651	+ 0.211	+ 0.288
99	6.55	7.11	7.06 + ε	7.1	6.29	7.1	+ 0.038	— 0.230	+ 0.322	— 0.014	+ 0.773
04	6.66	6.73	6.90 + ε	7	5.88	7.0	+ 0.005	— 0.245	+ 0.047	+ 0.172	+ 1.111
37	6.02	—	6.20 + ε	7.1	6.55	6.3	+ 0.802	—	+ 0.802	—	?
99	6.77	—	6.89 + ε	7.0	6.38	7.0	+ 0.014	+ 0.003	+ 0.021	—	+ 0.611
95	6.60	6.90	6.87 + ε	7.0	6.79	7.0	+ 0.034	— 0.118	+ 0.126	0.000	+ 0.206
10	6.80	—	6.95 + ε	7.1	6.69	7.0	+ 0.053	—	+ 0.053	—	+ 0.353
-	—	6.07	6.60 + ε	7 ~	5.82	6.7	+ 0.296	+ 0.030	—	+ 0.826	+ 0.886
17	6.77	6.14	6.58 + ε	6 1/2	6.26	6.9	— 0.382	— 0.053	— 0.769	— 0.064	+ 0.620
95	6.53	6.71	6.72 + ε	7	5.65	6.8	+ 0.182	+ 0.216	+ 0.162	+ 0.185	+ 1.164
-	—	7.25	7.20 + ε	8	7.63	7.3	+ 0.702	+ 0.727	—	+ 0.654	?
15	6.96	6.41	6.78 + ε	7–7 1/4	6.47	7.1	+ 0.047	+ 0.101	— 0.229	+ 0.419	+ 0.610
69	6.73	—	6.71 + ε	7.2	6.86	6.8	+ 0.391	—	+ 0.391	—	?
03	6.98	7.29	7.00 + ε	7.3	6.66	7.1	+ 0.203	+ 0.506	+ 0.199	— 0.694	+ 0.435
59	6.41	—	6.50 + ε	6 1/4	5.56	6.6	— 0.351	—	— 0.351	—	+ 1.040
-	—	6.68	6.90 + ε	6.8	5.60	7.0	— 0.197	— 0.303	—	+ 0.015	+ 1.400
76	—	5.62	6.19 + ε	6 1/4	5.84	6.3	— 0.041	—	— 0.609	+ 0.527	+ 0.451
02	6.45	6.44	6.63 + ε	6 3/4 ~	5.58	6.7	+ 0.014	—	— 0.084	+ 0.209	+ 1.161
12	7.31	6.99	7.09 + ε	7.4	6.92	7.2	+ 0.206	+ 0.271	+ 0.086	+ 0.315	+ 0.270
53	6.65	6.09	6.49 + ε	6 1/2	5.31	6.6	— 0.088	— 0.182	— 0.192	+ 0.306	+ 1.278
07	6.61	—	6.84 + ε	6.4	6.29	6.9	— 0.539	—	— 0.539	—	+ 0.649
36	6.07	—	6.22 + ε	7.0	6.37	6.3	+ 0.683	—	+ 0.683	—	?
66	5.95	—	6.31 + ε	6 3/4	6.42	6.4	+ 0.345	—	+ 0.345	—	?
66	6.35	6.49	6.46 + ε	6 1/2	5.49	6.6	— 0.064	— 0.012	— 0.103	— 0.091	+ 1.074
51	6.93	—	7.22 + ε	7.2	6.15	7.3	— 0.121	—	— 0.121	—	+ 1.171
55	6.27	6.51	6.57 + ε	6 3/4–7	5.87	6.7	+ 0.204	+ 0.018	+ 0.362	+ 0.260	+ 0.802
77	6.46	6.75	6.68 + ε	6.8	6.04	6.8	+ 0.020	— 0.011	+ 0.089	— 0.054	+ 0.741
71	6.25	6.11	6.55 + ε	6.9	6.24	6.6	+ 0.255	— 0.023	+ 0.317	+ 0.687	+ 0.663
76	—	6.05	6.45 + ε	6 1/2	5.76	6.5	— 0.046	— 0.129	— 0.357	+ 0.348	+ 0.786
5	6.60	—	6.87 + ε	6.8	6.22	7.0	— 0.172	—	— 0.172	—	+ 0.752
24	6.88	—	7.06 + ε	7.2	6.20	7.2	+ 0.039	—	+ 0.039	—	+ 0.961
35	6.98	—	7.16 + ε	7.0	6.94	7.3	— 0.261	—	— 0.261	—	+ 0.320
77	6.52	—	6.65 + ε	6 3/4	6.51	6.7	+ 0.005	—	+ 0.005	—	+ 0.555
36	7.05	7.03	7.06 + ε	6.9	6.32	7.2	— 0.261	— 0.130	— 0.405	— 6.234	+ 0.841
-	—	7.19	7.27 + ε	7.5	6.85	7.4	+ 0.131	+ 0.092	—	+ 0.211	+ 0.517
72	6.48	6.61	6.56 + ε	7.1	6.07	6.7	+ 0.343	+ 0.511	+ 0.401	+ 0.393	+ 0.587
32	5.81	—	5.94 + ε	6 1/4	5.00	6.0	+ 0.212	+ 0.332	+ 0.085	—	+ 1.042
53	6.26	6.51	6.21 + ε	6 1/4	5.21	6.3	— 0.062	+ 0.270	— 0.243	— 0.361	+ 1.102
9	7.17	—	7.18 + ε	7 1/4	7.37	7.3	— 0.030	—	— 0.030	—	— 0.090?
79	6.37	—	6.58 + ε	7	6.13	6.7	+ 0.323	—	+ 0.323	—	+ 0.547
9	6.56	—	6.82 + ε	7.2	6.89	6.9	+ 0.277	+ 0.124	+ 0.429	—	+ 0.033
39	6.07	—	6.37 + ε	6 1/2	6.75	6.5	+ 0.031	— 0.110	+ 0.172	—	— 0.281?
00	6.57	—	6.79 + ε	6 3/4	6.00	6.9	— 0.136	—	— 0.136	—	+ 0.886
5	6.30	—	6.48 + ε	7.0	6.61	6.6?	+ 0.425	—	+ 0.425	—	— 0.035?
1	7.13	6.64	7.22 + ε	7.8	7.32	7.3	+ 0.477	+ 0.730	+ 0.430	+ 1.065	+ 0.005
3	6.12	—	6.37 + ε	6 1/2	5.83	6.5	+ 0.025	—	+ 0.025	—	+ 0.645
8	6.15	—	6.16 + ε	6	5.52	6.3	— 0.260	— 0.153	— 0.366	—	+ 0.740
6	6.66	—	6.86 + ε	7	6.28	7.0	+ 0.045	—	+ 0.045	—	+ 0.675
0	6.20	—	6.42 + ε	7	6.29	6.9	+ 0.129	+ 0.007	+ 0.251	—	+ 0.576
2	6.34	5.80	6.28 + ε	6 3/4–7	5.75	6.7	+ 0.145	+ 0.109	— 0.059	+ 0.624	+ 0.985
7	5.81	—	6.14 + ε	6 3/4	5.67	6.6	+ 0.160	—	+ 0.160	—	+ 0.920
	6.57	5.94	6.18 + ε	6 3/4	5.77	6.7	+ 0.116	+ 0.260	— 0.269	+ 0.358	+ 0.864
8	6.41	—	6.59 + ε	6.8	6.0	7.0	— 0.245	—	— 0.245	—	+ 1.045
4	6.41	—	6.53 + ε	6 1/2	5.72	7.0	— 0.479	—	— 0.479	—	+ 1.259
4	7.13	6.75	6.89 + ε	7.3	5.84	7.3	— 0.043	+ 0.479	— 0.637	+ 0.105	+ 1.503
9	7.13	6.85	7.00 + ε	7.2	6.38	7.4	— 0.247	— 0.054	— 0.512	— 0.095	+ 1.067
5	6.82	6.37	6.31 + ε	6.7	5.65	6.8	— 0.064	+ 0.388	— 0.486	— 0.121	+ 1.115
	—	6.55	6.40 + ε	6.7	5.29	6.8	— 0.148	— 0.074	—	— 0.295	+ 1.555
5	6.06	—	6.36 + ε	7 ±	5.95	6.8	+ 0.191	—	+ 0.191	—	+ 0.859
0	5.97	—	6.23 + ε	6 1/4	5.83	6.7	— 0.434	—	— 0.434	—	+ 0.850
2	6.19	6.60	6.39 + ε	6 3/4	—	6.5	+ 0.255	+ 0.365	+ 0.246	+ 0.050	—
3	6.55	7.02	6.85 + ε	7	6.02	7.0	+ 0.048	+ 0.121	+ 0.061	— 0.124	+ 0.935
4	6.86	—	7.17 + ε	7 1/4	6.13	7.3	— 0.019	— 0.086	+ 0.049	—	+ 1.139

RIASSUNTO

Per adeguarci agli sviluppi più recenti del concetto di Magnitudo dei terremoti, abbiamo effettuato un aggiornamento sui rilievi fatti per il passato.

Com'è noto, la magnitudo dei sismi veniva data tramite formule che tenevano conto delle ampiezze delle onde superficiali orizzontali.

Successivamente Gutenberg ha stabilito delle relazioni che tengono conto anche delle onde P, PP ed S le quali entrano nelle formule con i loro periodi e le loro ampiezze.

Una equazione lineare consente il passaggio dalla magnitudo calcolata con le onde superficiali a quella calcolata con le onde spaziali.

Per poter giungere anche noi ad una relazione analoga, abbiamo effettuato lo spoglio di due anni di registrazioni; a calcoli fatti abbiamo ottenuto la seguente relazione

$$m = 0.474\, M_S + 3.590$$
$$= M_S - 0.526\, (M_S - 6.822).$$

Di questa ci siamo valsi per determinare di ciascun terremoto, la magnitudo unificata.

Un confronto tra le « magnitudo unificate » così ottenute e le corrispondenti magnitudo calcolate da Pasadena, permette la determinazione di un coefficiente per la stazione sismica di Roma.

Vengono discussi i risultati conseguiti.

Allo scopo di dimostrare la bontà o meno delle formule e delle correzioni trovate, sono state poi calcolate le magnitudo di una serie di terremoti e messe a confronto con le analoghe valutazioni di Pasadena.

La II parte del lavoro è riservata ad uno studio sui terremoti profondi. Per questi, esclusi dalla precedente trattazione, viene calcolata la magnitudo con le onde spaziali, facendo uso della formula di Gutenberg (priva del termine correttivo).

Si è trovato che la correzione di stazione si mantiene ancora quella dei terremoti superficiali, salvo una variazione che si verifica per i telesismi a profondità superiori ai 450 km e provenienti dal settore E-NNE.

Per i terremoti profondi inoltre, si è fatto un tentativo per la ricerca di una funzione che leghi la magnitudo calcolata con le onde spaziali con quella calcolata con le onde superficiali (di $T = 20$ *sec. ca.). Riportati in ascisse i valori delle profondità ipocentrali e in ordinate le differenze*

$$m_{spaziali} - M_{superf.}$$

si trova una curva che sembra presentare per un ampio intervallo della profondità ipoc. ($250 < h < 450$*) la stessa correzione (*$+ 0.8$ *ca.) mentre al di sotto e al di sopra di tale intervallo gli scarti aumentano piuttosto rapidamente.*

ABSTRACT

In order to adapt our work to the latest developments of the conception of Magnitudo of earthquakes, we have effected an up-to-dating of the observation made in the past.

As noted, the magnitudo of systems used to be supplied by means of formulae that took into account the amplitude of superficial horizontal waves.

Subsequently, Gutenberg worked out equations that take into account also P, PP, and S waves which are comprised in the formulae together with their periods and amplitudes.

A linear equation allows the passage from a magnitudo worked out in basis of superficial waves to that worked out with spatial waves.

In order to arrive at a similar formula also in our work, we have reviewed our registrations as far back as two years, and, after suitable calculations, have obtained the following equation:

$$m = 0.474\, M_s + 3{,}590$$
$$= M_s - 0{,}526\, (M_s - 6{,}822)$$

A comparison between the " unified magnitudo " obtained in this manner and the corresponding magnitudo worked out by Pasadena permits to determine a coefficient for the seismic station of Rome.

The results obtained are subsequently outlined.

In order to ascertain the degree of the worth of these formulae and of the correlations discovered, the magnitudo of a whole series of earthquakes has been worked out and compared with the analogous reckonings made by Pasadena.

The second part of the present study is devoted to the research into deep earthquakes. For these earthquakes (not included in the previous study), magnitudo has been calculated with body waves, using Gutenberg's formula (deprived of correction term).

It has been found that the correction of the station is kept the same as that of shallow earthquakes, except for a variation which takes place in the case of teleseisms originating at depths exceeding 450 kilometres and coming from the E–NNE sector.

As regards deep earthquakes, an attempt has been made, furthermore, to find a function that would link the magnitudo worked out with body waves with magnitudo based on superficial waves (with T 20 secs ca.). Placing the hypocentral depths into abscisses and the differences into ordinates

$$m_{\text{body}} - M_{\text{superficial}}$$

we shall find a curve which, for a considerable stretch of hypocentral depth ($250 < h < 450$) appears to show the same correction (about $+ 0.8$) while under and above this stretch, the differences increase rather rapidly.

BIBLIOGRAFIA

GUTENBERG, B., a) *Amplitudes of Surface Waves and Magnitudo of Shallow Earthquakes* « Bull. Seismol. Soc. Amer. », **35**, 3-12, (1945).

— b) *Amplitudes of P, PP and S and Magnitudo of Shallow Earthquakes*, « Bull. Seismol. Soc. Amer. », **35**, 57-69, (1945).

— c) *Magnitudo Determination for Deep-focus Earthquakes*, « Bull. Seismol. Soc. Amer. », **35**, 117-130, (1945).

GUTENBERG, B. and RICHTER, C. F., *Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration*, « Bull. Seismol. Soc. Amer. », **32**, 163-191, (1942).

— — *Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration*, « Bull. Seismol. Soc. Amer. », 2° Paper, **32**, (1942).

— — *Magnitude and Energy of Earthquakes*, « Annali di Geofisica », IX, 1, (1956).

DI FILIPPO, D. – MARCELLI, L., *La Magnitudo dei terremoti e la sua determinazione nella stazione sismica di Roma*, « Annali di Geofisica », **II**, 4, (1949).

BATH, M., *The Problem of Earthquakes Magnitude Determination*, «Travaux Scientifiques» **19**, Serie A.

CONVEGNI E CONGRESSI

Unione Geodetica e Geofisica Internazionale

ASSOCIAZIONE INTERNAZIONALE DI SISMOLOGIA E FISICA DELL'INTERNO DELLA TERRA

TORONTO, 2-14 SETTEMBRE 1957

Dal 2 al 14 Settembre 1957 ha avuto luogo a Toronto (Ontario, Canadà) l'XI Assemblea Generale dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale.

Come è noto l'U. G. G. I. si articola in sette Associazioni Internazionali, che tengono contemporaneamente le loro sedute, di triennio in triennio, in località stabilite di volta in volta. Solo occasionalmente, due o più Associazioni si riuniscono in comune assemblea, per la discussione di particolari problemi.

Qui si riferisce brevemente sui lavori compiuti dall'Associazione Internazionale di Sismologia, con particolare riguardo alla partecipazione Italiana.

L'attività principale di questa Associazione, nei suoi periodici convegni, si esplica nella presentazione di comunicazioni di delegati su vari argomenti e nella loro successiva discussione.

Anche a Toronto, è stata questa la fondamentale caratteristica della riunione.

Parte delle comunicazioni vertevano su temi obbligati. Si è avuto così un « simposium » sulla magnitudo e l'energia dei terremoti; un simposio sulla struttura della crosta terrestre, in corrispondenza dei continenti e dei bacini oceanici; un altro sui tempi di tragitto, sulle velocità e sulla struttura interna della Terra; un quarto simposio fu dedicato al meccanismo di produzione dei terremoti, con particolare riguardo alle faglie. Un particolare simposio, in comune con l'Associazione di Vulcanologia, fu tenuto sulla geocronologia e la radioattività, mentre argomenti di una riunione in comune con l'Associazione di Geodesia furono le anomalie gravimetriche e l'isostasia.

Il programma generale comprendeva la sismografia, i microsismi, la geografia sismologica, la costituzione interna della Terra (con la geotermia e la tectonofisica) e — di particolare attualità — le onde canalizzate sia da parte dell'astenosfera (Pa, Sa), sia dalle stratificazioni della crosta terrestre (Lg, Rg, Li)...

Complessivamente, si ebbero 150 comunicazioni circa, quasi tutte originali, la cui presentazione e discussione ha fortemente impegnato i delegati delle varie nazioni intervenuti.

Naturalmente, esula dal nostro compito il riassumere, sia pure per sommi capi, l'argomento delle numerose comunicazioni, fatte da delegati di una cinquantina di nazioni. Ci limiteremo solo ad informare che la delegazione italiana ha presentato comunicazioni sulla magnitudo e l'energia dei terremoti (D. Di Filippo e L. Marcelli), sulle caratteristiche fisiche della crosta terrestre, dedotte dallo studio dei terremoti e delle grandi esplorazioni (P. Caloi), sulle « radici » delle montagne, con particolare riguardo alle Alpi e agli Appennini (P. Caloi), sulla dispersione nell'ambito delle altissime frequenze (P. Caloi), sulle differenze strutturali fra Alpi e Val Padana (P. Caloi) e sul meccanismo all'ipocentro del terremoto pro-

fondo del 14. VIII. 1950 (D. Di Filippo e L. Marcelli).

Ci furono discussioni su questioni amministrative e organizzative, e sull'utilità di intensificare i rapporti di collaborazione con Associazioni affini, quali quelle della Geodesia (specie per quanto concerne la gravimetria e l'isostasia), della Vulcanologia, per le comuni indagini sulla costituzione della crosta terrestre, dell'Oceanografia fisica e della Meteorologia, per quanto si riferisce sopratutto all'origine e alla propagazione dei microsismi.

Il consiglio di Presidenza dell'Associazione per il nuovo triennio (1957-1960), è risultato così composto:

Harold Jeffreys (Cambridge, Inghilterra), *presidente*, J. H. Hodgson (Ottawa, Canadà), *vice-presidente*, Y. V. Riznichenzo (Mosca, U. R. S. S.); J. P. Rothé conserva la Segreteria generale, coadiuvato nei lavori per il crescente sviluppo dell'Associazione da M. Båth (Uppsala, Svezia).

Approfittando della presenza a Toronto di numerosi membri della Commissione Sismologica Europea (facente parte integrante dell'Associazione Internazionale di Sismologia), si sono tenute alcune riunioni di carattere organizzativo e programmatico. È stata accettata fra i membri effettivi l'U. R. R. S., sicchè attualmente, oltre i paesi europei propriamente detti, la C. S. E. comprende l'Africa settentrionale, dal Marocco all'Egitto e tutta l'Asia continentale — fatta eccezione dell'India e della Cina.

È stato confermato in carica l'attuale consiglio direttivo, così composto:

P. Caloi (Roma, Italia), *Presidente*

W. Hiller (Stuttgart, Germania), *Vice-presidente*

E. Peterschmitt (Strasbourg, Francia), *Segretario*.

Si è stabilito di tenere il prossimo convegno della C. S. E. a Utrecht (Olanda, dall'8 al 13 Aprile 1958.

Direttore: Prof. Enrico Medi

Prof. Pietro Caloi - *Responsabile*

Tipografia Pio X – Roma – Via degli Etruschi, 7 — 15-V-58


3 8198 313 595 918
THE UNIVERSITY OF ILLINOIS AT CHICAGO